SEDUC
Secretaria de Estado da Educação

GOIÁS GOVERNO DO ESTADO
CONTE COM ESSA FORÇA

REVISA GOIÁS

9º ano e 1ª série

Matemática

Março -2023

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

Governador do Estado de Goiás
Ronaldo Ramos Caiado

Vice-Governador do Estado de Goiás
Daniel Vilela

Secretária de Estado da Educação
Aparecida de Fátima Gavioli Soares Pereira

Subsecretária de Execução da Política Educacional
Helena Da Costa Bezerra

Superintendente de Organização e Atendimento Educacional
Patrícia Morais Coutinho

Superintendente de Segurança Escolar e Colégio Militar
Cel Mauro Ferreira Vilela

Superintendente de Desporto Educacional, Arte e Educação
Marco Antônio Santos Maia

Superintendente de Educação Infantil e Ensino Fundamental
Giselle Pereira Campos

Superintendente de Educação Integral
Márcia Rocha De Souza Antunes

Superintendente de Ensino Médio
Osvany Da Costa Gundim Cardoso

Superintendente de Gestão Estratégica e Avaliação de Resultados
Márcia Maria de Carvalho Pereira

Superintendente de Gestão Administrativa
Leonardo de Lima Santos

Superintendente de Gestão e Desenvolvimento de Pessoas
Hudson Amarau De Oliveira

Superintendente de Infraestrutura
Gustavo de Morais Veiga Jardim

Superintendente de Planejamento e Finanças
Andros Roberto Barbosa

Superintendente de Tecnologia
Bruno Marques Correia

Superintendente do Programa Bolsa Educação
Márcio Roberto Ribeiro Capitelli

Gerente de Produção de Material
Alessandra Oliveira de Almeida

Língua Portuguesa

Cristiane Gonzaga Carneiro Silva
Edinalva Soares de Carvalho Oliveira
Katiuscia Neves Almeida
Luciana Fernandes Pereira Santiago
Sandra de Mesquita

Matemática

Alan Alves Ferreira
Alexsander Costa Sampaio
Evandro de Moura Rios
Luiz Felipe Ferreira de Morais
Tayssa Tieni Vieira de Souza
Silvio Coelho da Silva

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Leonora Aparecida dos Santos
Sandra Márcia de Oliveira Silva

Revisão

Alessandra Oliveira de Almeida
Cristiane Gonzaga Carneiro Silva
Edinalva Soares de Carvalho Oliveira

Colega Professor(a),

O REVISA GOIÁS é um material estruturado de forma dialógica e funcional com dois objetivos muito importantes: recompor as aprendizagens dos estudantes, e, consequentemente, prepará-los para avaliações externas.

Nessa perspectiva, para o 9º ano do Ensino Fundamental, o material percorrerá todos os descritores da matriz do SAEB previstos para a etapa de ensino e intensificará o trabalho com as habilidades essenciais de matemática que são pontos de atenção, uma vez que elas devem ser desenvolvidas, considerando todo o processo percorrido até a aprendizagem.

O material também pode ser usado na 1ª série do Ensino Médio, pois serão considerados os resultados do SAEGO 2022 e as habilidades essenciais do documento curricular, no intuito de recompor as aprendizagens previstas até o final do Ensino Fundamental.

No início da atividade, constarão os descritores previstos para o mês e os subdescritores necessários para atingi-los. O material será enviado às escolas pela Coordenação Regional, nos primeiros dias do mês, para que o(a) professor(a) tenha tempo hábil de acrescentar esse material em seu planejamento.

Você também pode baixar o material pelo link: https://drive.google.com/drive/folders/146Uv6vgeD54CF2CAfpwYsZnDlA78fyMX?usp=sharing

Um excelente trabalho para você!

SEDUC
Secretaria de Estado da Educação

GOIÁS GOVERNO DO ESTADO
CONTE COM ESSA FORÇA

SUMÁRIO

QUADRO DE DESCRITORES E SUBDESCRITORES EM MATEMÁTICA 5

Aula 1: ÂNGULOS 8

Aula 2: TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS 15

Aula 3: PERÍMETROS 31

Aula 4: NÚMEROS INTEIROS 46

SEDUC Secretaria de Estado da Educação | GOIÁS GOVERNO DO ESTADO | CONTE COM ESSA FORÇA

MATEMÁTICA – 9º ANO

QUADRO DE DESCRITORES E SUBDESCRITORES

Hab. SAEGO 2022	DESCRITORES	SUBDESCRITORES	
H 6 (45%)	**D6** – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.	**D6 - A**	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos (Apenas uma mudança).
		D6 - B	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos não retos (Apenas uma mudança).
		D6 - C	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos (Pelo menos duas mudanças).
		D6 - D	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos não retos (Pelo menos duas mudanças).
H 7 (38%)	**D7** – Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.	**D7 - A**	Reconhecer a imagem de uma figura obtida por meio de uma transformação isométrica de translação.
		D7 - B	Reconhecer a imagem de uma figura obtida por meio de uma transformação isométrica de translação de rotação.
		D7 - C	Reconhecer a imagem de uma figura obtida por meio de uma transformação isométrica de translação de reflexão.
		D7 - D	Identificar as isometrias de rotação, de reflexão e de translação em figuras planas.
		D7 - E	Reconhecer as propriedades homotéticas em figuras planas.
		D7 - F	Identificar medidas que se modificam ou não se alteram em figuras planas mediante uma transformação homotética.
H 13 (34%)	**D12** – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	**D12 - A**	Identificar os elementos em polígonos regulares e irregulares.
		D12 - B	Calcular o perímetro de quadriláteros com o auxílio da malha quadriculada.

		D12 – C	Calcular o perímetro de polígonos formados pela composição de figuras planas com o auxílio da malha quadriculada.
		D12 – D	Calcular o perímetro de polígonos regulares.
		D12 – E	Calcular o perímetro de polígonos irregulares.
		D12 – F	Calcular o perímetro de circunferências.
		D12 - G	Calcular o perímetro de polígonos formados pela composição de figuras planas.
		D12 - H	Calcular o perímetro descrito por uma situação problema envolvendo figuras planas.
		D12 - I	Ler, interpretar e resolver problema envolvendo perímetro
H 22 (28%)	**D20** – Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)	**D20 - A**	**Resolver** problemas de adição com números inteiros.
		D20 - B	**Resolver** problemas de subtração com números inteiros.
		D20 - C	**Resolver** problemas de multiplicação com números inteiros.
		D20 - D	**Resolver** problemas de divisão com números inteiros.
		D20 - E	**Resolver** problemas de potenciação com números inteiros.
		D20 - F	**Resolver** problemas de expressões numéricas com números inteiros envolvendo as quatro operações.
		D20 - G	**Resolver** problemas de expressões numéricas com números inteiros envolvendo potenciação.
		D20 - H	**Ler, interpretar** e **resolver** problema envolvendo números inteiros.

COMPREENDENDO O MATERIAL PEDAGÓGICO

Professor(a), esse material foi estruturado e elaborado a partir de uma matriz de sub-habilidades criada a partir da matriz de descritores do SAEB. Essa matriz contempla um conjunto de sub-habilidades que precisam ser desenvolvidas com efetividade para que o estudante do ciclo do 9° ano à 3ª série, avance no desenvolvimento integral das habilidades dos descritores propostos no ensino-aprendizagem.

Cada aula aborda o desenvolvimento de um descritor por meio de uma sequência gradativa de atividades que contemplam as sub-habilidades, tendo como objetivo conduzir os estudantes a desenvolverem a habilidade do descritor em sua integralidade. Sendo assim, essas atividades consideram as diversas estratégias, ferramentas, procedimentos e conhecimentos prévios os quais o estudante necessita para o desenvolvimento pleno de cada habilidade (descritor). Caso considere necessário, fique à vontade para inserir mais atividades que asseguram outras sub-habilidades que você considera importantes e necessárias e que porventura, não estejam listadas na coluna de sub-habilidades.

Ao final de cada aula foi proposto um item com a finalidade de avaliar a habilidade do descritor referente àquela aula prevista. Caso os estudantes permaneçam apresentando dificuldades no desenvolvimento das habilidades estudadas, sugerimos que sejam elaboradas outras atividades que contribuam com a aprendizagem desses estudantes.

AULA 01 – ÂNGULOS

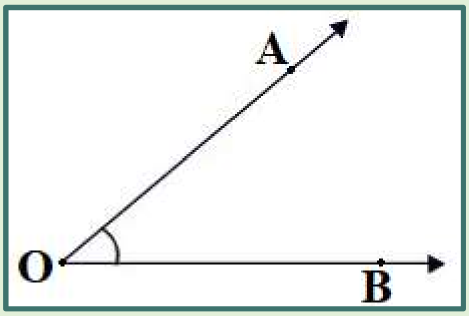
Descritor SAEB: D6 – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Ângulos.
- Unidades de medida angular.
- Classificação dos ângulos.

Relembrando

Ângulo é uma figura geométrica plana formada por duas semirretas de mesma origem. Essa figura é utilizada para representar giros ou aberturas. As semirretas que o formam são os lados do ângulo e o ponto de origem é o vértice.



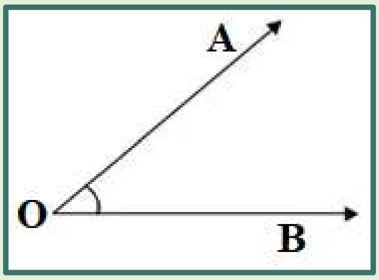
Na figura acima está ilustrado o ângulo $A\hat{O}B$ (ou $B\hat{O}A$) no qual as semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são os lados e o ponto O é o vértice. Observe que, ao nomear o ângulo, a letra que representa o vértice fica no meio com um acento circunflexo acima.

A medida do ângulo é em função da abertura (ou giro) entre seus lados. As duas unidades de medida mais utilizadas são o grau (°) e o radiano (rad). Nessa aula vamos trabalhar apenas com o grau.

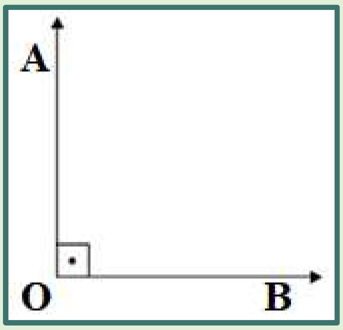
Um grau corresponde a $\frac{1}{360}$ de uma volta completa (giro completo). Temos então, que uma volta completa, mede 360 graus.

Tipos de Ângulos: Conforme as suas medidas, os ângulos são definidos em nulo, reto e raso. E são classificados em agudo ou obtuso.

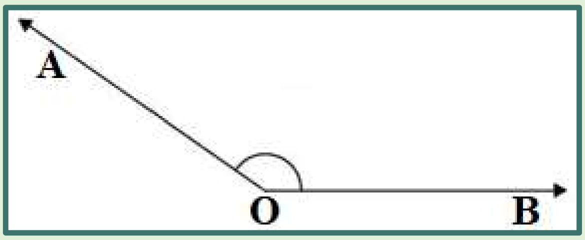
Ângulo agudo: mede mais do que 0° e menos do que 90º.



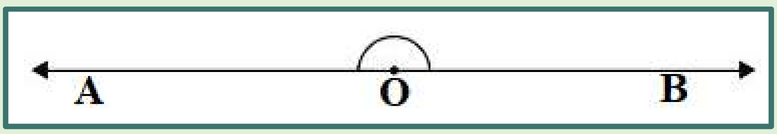
Ângulo reto: mede o correspondente a $\frac{1}{4}$ de uma volta, ou seja, 90º.



Ângulo obtuso: mede mais do que 90º e menos do que 180º.



Ângulo raso: mede o correspondente a $\frac{1}{2}$ de uma volta, ou seja, 180º.



Na sequência, os ângulos serão utilizados como suportes para descrever giros ou mudanças de direção em trajetos apresentados em croquis ou mapas.

Professor(a), a **atividade 1** requer do estudante a habilidade em reconhecer um ângulo reto, ou seja, um ângulo de 90°. Para explorar melhor a atividade, pergunte aos estudantes se em algum outro horário, os ponteiros de um relógio analógico formam um ângulo de 90°.

1. Os relógios a seguir, apresentam o mesmo instante em diferentes cidades, com diferentes fusos horários.

Fonte: www.dreamstime.com / Acesso em 17 de fevereiro 2023 (Adaptado)

O ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos, formam um ângulo reto em um desses horários marcados. Qual é o horário, e em qual das cidades?

Sugestão de solução:

O horário no qual os ponteiros do relógio formam um ângulo reto (90°) é 9:00 em Londres.

D06 A – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos (apenas uma mudança).

Professor(a), as **atividades 2** e **3** levam os estudantes a desenvolver a habilidade em reconhecer um ângulo raso, e também a classificar ângulos em agudos ou obtusos. Para explorar melhor a atividade, pergunte aos estudantes se em algum outro horário, os ponteiros de um relógio analógico formam um ângulo de 90°. Se necessário, reforce com eles a definição de ângulo reto e raso, pois a classificação em agudo ou obtuso depende dessas referências.

2. Os relógios representados a seguir, apresentam o horário em diferentes cidades com diferentes fusos horários.

Fonte: www.dreamstime.com / Acesso em 17 de fevereiro de 2023 (Adaptado)

O ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos, formam um ângulo raso em um desses horários marcados. Qual é o horário, e em qual das cidades?

Sugestão de solução:

O horário no qual os ponteiros do relógio formam um ângulo raso (180°) é 6:00 em Tokyo.

D06 B – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos não retos (apenas uma mudança).

3. Os relógios representados a seguir, apresentam o horário em diferentes cidades com diferentes fusos horários.

Fonte: www.dreamstime.com / Acesso em 17 de fevereiro de 2023 (Adaptado)

a) O ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos, formam um ângulo agudo em alguns desses horários marcados. Quais são os horários, e em quais das cidades?

b) O ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos, formam um ângulo obtuso em alguns desses horários marcados. Quais são os horários, e em quais das cidades?

Sugestão de solução: a) Os horários nos quais os ponteiros do relógio formam ângulos agudos (maiores que 0° e menores que 90°) são: 10:00 em Berlim, 11:00 em Sidney e 2:00 em Paris.

b) Os horários nos quais os ponteiros do relógio formam ângulos obtusos (maiores que 90° e menores que 180º) são: 4:00 em Hong Kong e 5:00 em Nova York.

D06 B – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos não retos (apenas uma mudança).

Professor(a), o objetivo da **atividade 4**, é que os estudantes consigam reconhecer ângulos como mudança de direção, identificando apenas ângulos retos, com pelo menos duas mudanças de direção. Aproveite a atividade para desafiar seus alunos a pensarem em outros trajetos, mas que sejam os menores possíveis.

Esse tipo de atividade, faz conexão com o cotidiano do aluno, pois, a identificação de percursos utilizando aplicativos ou softwares de GPS dependem desta habilidade.

4. Observe o trajeto que Alex utiliza para ir de sua casa ao trabalho de bicicleta.

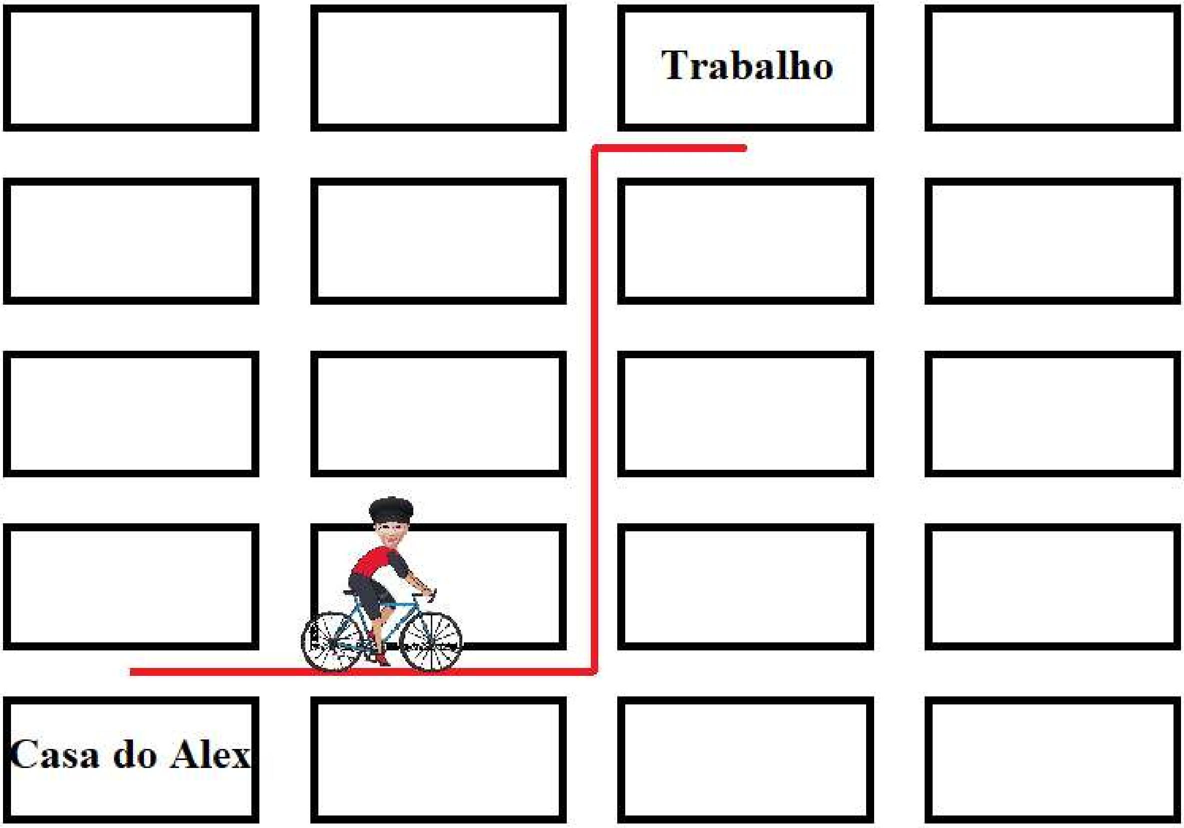


Figura elaborada pelo autor

Considerando o trajeto apresentado, responda:

a) Quantas vezes Alex precisou mudar de direção?

b) Qual a medida em graus, das mudanças de direção que Alex executou em seu trajeto?

Sugestão de resolução:

a) Alex precisou mudar duas vezes de direção.

b) A primeira mudança foi de 90° à esquerda e depois de três quarteirões, 90° à direita.

D06 C – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos (pelo menos duas mudanças).

Professor(a), a **atividade 5** requer do estudante, assim como na atividade 4, a habilidade em reconhecer os ângulos como representações de mudanças de direção, porém com ângulos diferentes de ângulos retos. Caso haja necessidade, desafie seus estudantes a descreverem outro trajeto, porém com apenas uma mudança de direção.

5. Observe no mapa a seguir, o trajeto feito por um avião que decolou no Rio de Janeiro e aterrissou em Manaus.

Fonte: https://www.queroviajarmais.com/brasil/Acesso em 23 de fevereiro de 2023 (Adaptada)

Durante o trajeto, o piloto mudou de direção duas vezes. Descreva com suas palavras, utilizando seus conhecimentos sobre ângulos, as mudanças de direção feitas pelo piloto.

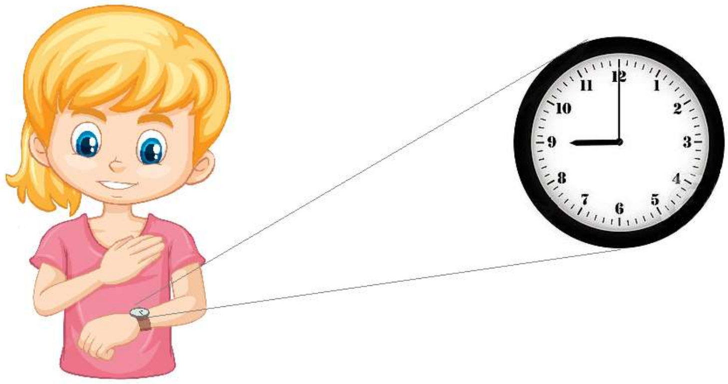
Sugestão de solução:

Após passar de Goiânia, o piloto mudou a direção em 45º à direita. Certo tempo depois, ele mudou a direção em 45° à esquerda.

D06 D – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos não retos (pelo menos duas mudanças).

Professor(a), a **atividade 6** tem como objetivo avaliar se os estudantes desenvolveram a habilidade em relacionar um ângulo com giros ou mudança de direção. Percebendo alguma dificuldade por parte dos estudantes, revise a teoria e proponha novas atividades que achar mais conveniente.

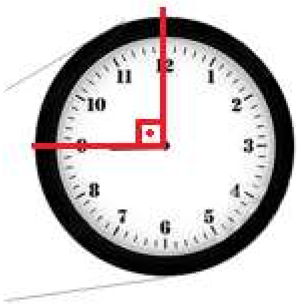
6. A professora Sandra chegou à escola em que trabalha, e verificou o horário representado na figura a seguir.



Fonte: https://br.freepik.com/ Acesso em 23 de fevereiro de /2023 (Figura adaptada pelo autor).

O menor ângulo formado pelos ponteiros desse relógio é um ângulo
(A) agudo.
(B) reto.
(C) obtuso.
(D) raso.

Gabarito: B
Sugestão de solução: O menor ângulo formado pelos ponteiros desse relógio é um ângulo reto, pois mede 90°.



D06 – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

7. O desenho a seguir, representa o botão de volume de um aparelho de som. Para aumentar o volume, o botão deve ser girado no sentido horário.

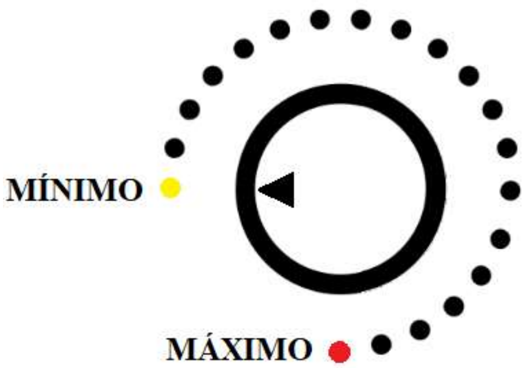


Figura elaborada pelo autor

Quantos graus esse botão deve ser girado para que se atinja o volume máximo?

(A) 90°

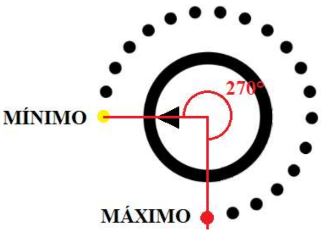
(B) 180°

(C) 270°

(D) 360°

Gabarito: C

Sugestão de solução: O botão deve ser girado ¾ de uma volta completa, ou seja, 270°.



D06 – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

AULA 2 – TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Descritor SAEB: D7 – Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Polígonos.
- Plano cartesiano.
- Simetria.
- Transformações geométricas.

Relembrando

Transformações Geométricas

Transformações Geométricas são "movimentos" ou mudanças que podem ser feitas em uma figura dada, de modo a obter uma outra figura igual ou semelhante às original.

Quando se realiza alguma transformação geométrica podem ocorrer duas situações:

- A figura obtida é exatamente igual à figura original;
- A figura obtida mantém o formato do original, porém é maior ou menor.

Quando a forma e as medidas são preservadas, isto é, a figura transformada é igual à figura original, as transformações que realizamos são chamadas de **isometrias**. Agora, quando a figura é ampliada ou reduzida, ou seja, quando a forma é mantida, mas as medidas são alteradas, a transformação realizada é chamada de **homotetia**.

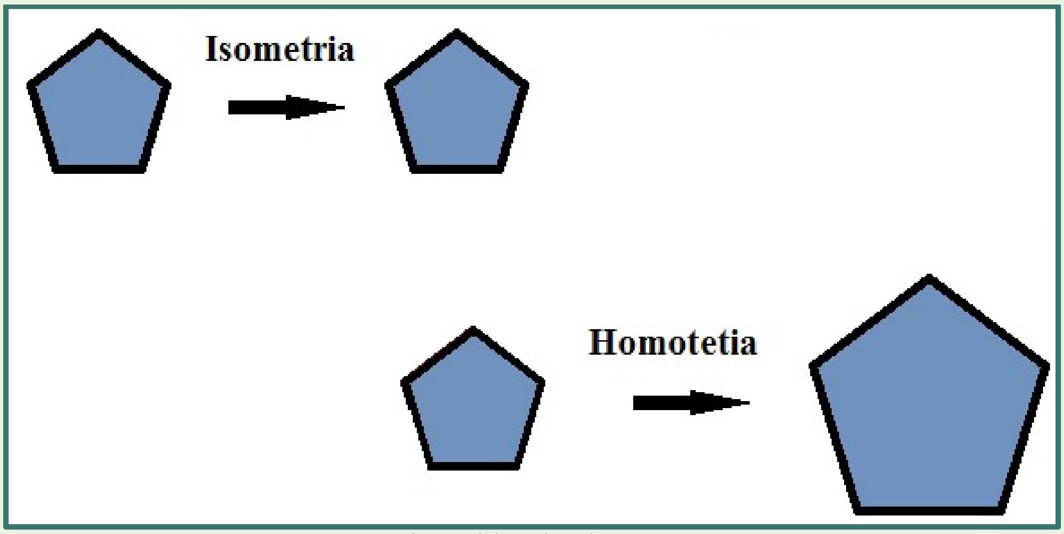


Figura elaborada pelo autor.

Estudaremos nessa aula esses dois grupos de transformações geométricas.

As **isometrias** (ou **simetrias**) podem modificar a posição de uma figura no plano, mas produzem sempre figuras que têm a mesma forma e as mesmas medidas, ou seja, produzem **figuras congruentes** à original. São elas: **translação, reflexão** e **rotação.**

TRANSLAÇÃO

A translação é a isometria pela qual a figura é deslocada em determinada direção e/ou sentido, mantendo uma mesma distância entre cada um dos pontos da figura original e o correspondente da figura obtida. Na figura a seguir, o triângulo DEF é congruente ao triângulo ABC.

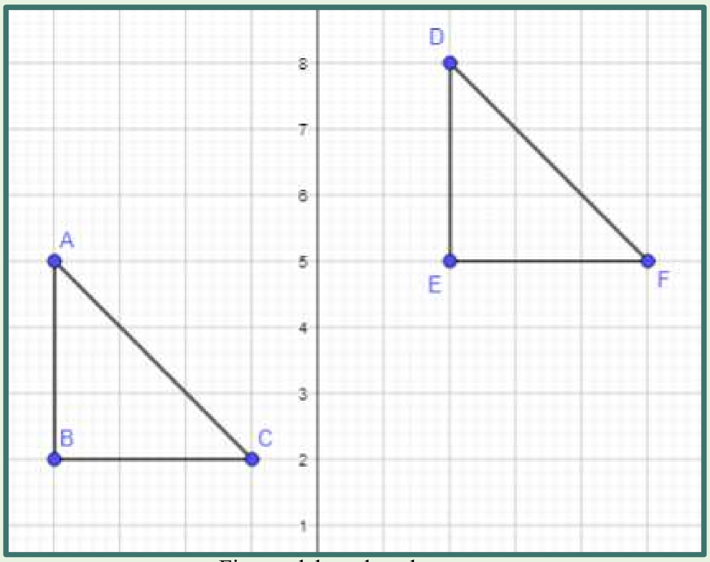


Figura elaborada pelo autor.

Reflexão

Uma figura pode ser refletida em um plano de dois modos: em relação a uma reta ou em relação a um ponto.

Na figura a seguir, o triângulo DEF foi obtido do triângulo ABC a partir da reflexão em relação à reta r indicada. Dizemos que esses dois triângulos são simétricos em relação à reta r, que é o eixo de reflexão ou eixo de simetria, e que o triângulo DEF é a imagem do triângulo ABC. A simetria em relação a uma reta é chamada de **simetria axial.**

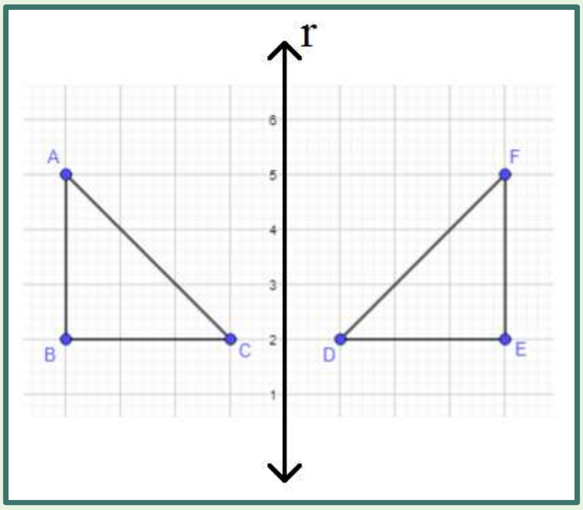


Figura elaborada pelo autor.

Na figura a seguir, o triângulo DEF foi obtido do triângulo ABC a partir da reflexão em relação ao ponto P indicado. Dizemos que esses dois triângulos são simétricos em relação ao ponto P. A simetria em relação a um ponto é chamada de **simetria central.**

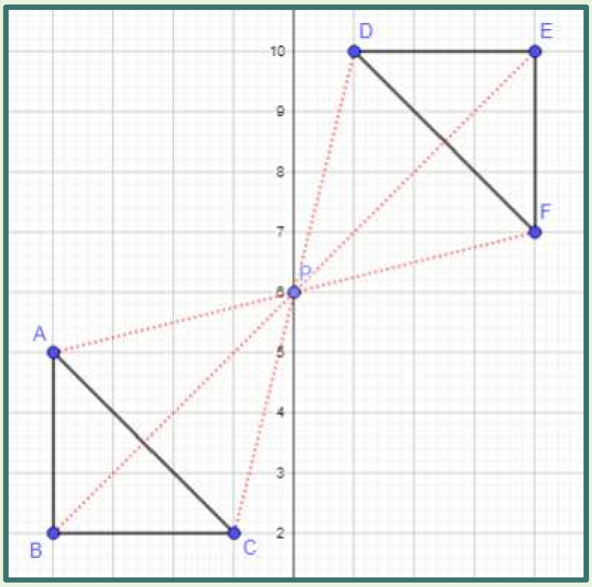


Figura elaborada pelo autor.

Rotação

A rotação é a isometria pela qual uma nova figura é obtida a partir de um giro da figura original ao redor de um único ponto fixo. Esse ponto é chamado de centro de rotação. Em uma rotação, o giro pode ser feito no sentido horário ou no sentido anti-horário, segundo certo ângulo. Na figura a seguir, o triângulo CDE foi obtido do triângulo ABC a partir da rotação em relação ao ponto C indicado. A rotação foi de 90° no sentido horário. A rotação pode ser também no sentido anti-horário e também em torno de um ponto que não pertença a figura.

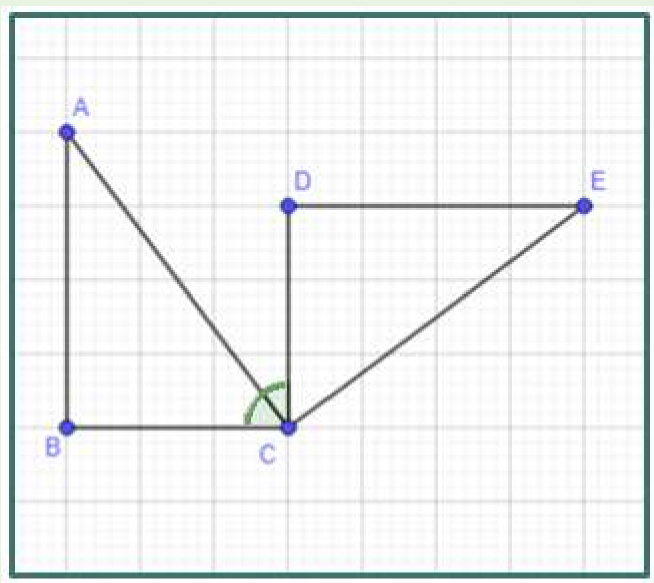


Figura elaborada pelo autor.

Quando se aplica a **homotetia** em alguma figura, as características principais, como a forma e os ângulos, são preservadas; mas o tamanho da figura sofre alterações, isto é, a figura é ampliada ou reduzida. Nesses casos são obtidas **figuras semelhantes**.

AMPLIAÇÃO

Na figura a seguir o triangulo A'B'C' foi obtido através de uma homotetia de ampliação do triângulo ABC.

O que é muito importante de se constatar, é que a forma e as medidas dos ângulos internos não se alteraram, mas as medidas lineares (dos lados) se alteraram na mesma razão. Observe que cada lado do triângulo A'B'C' é o dobro de lado correspondente no triângulo ABC.

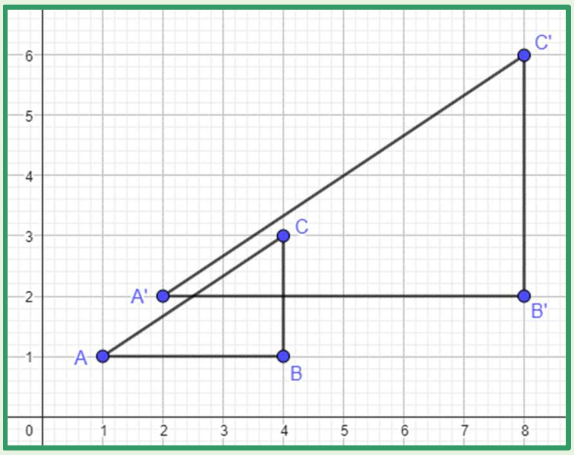


Figura elaborada pelo autor.

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = 2$$

REDUÇÃO

Na figura a seguir o quadrado A'B'C'D' foi obtido através de uma homotetia de redução do quadrado ABCD.

O que é muito importante de se constatar, é que a forma e as medidas dos ângulos internos não se alteram, mas as medidas lineares (dos lados) se alteraram na mesma razão. Observe que cada lado do quadrado A'B'C'D' é a metade do lado correspondente no quadrado ABCD.

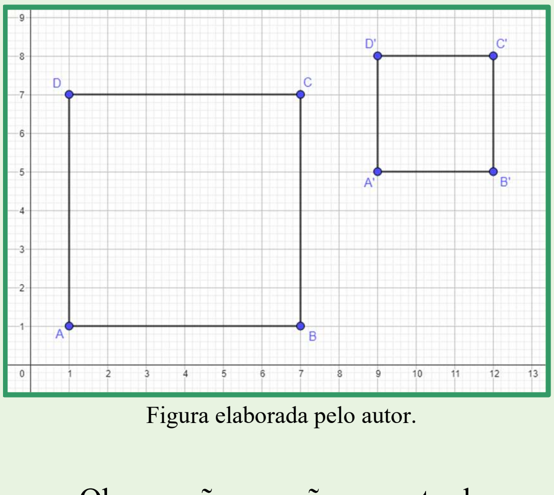


Figura elaborada pelo autor.

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{A'D'}}{\overline{AD}} = \frac{1}{2}$$

Observação: a razão encontrada na ampliação ou na redução é chamada de **razão de homotetia.**

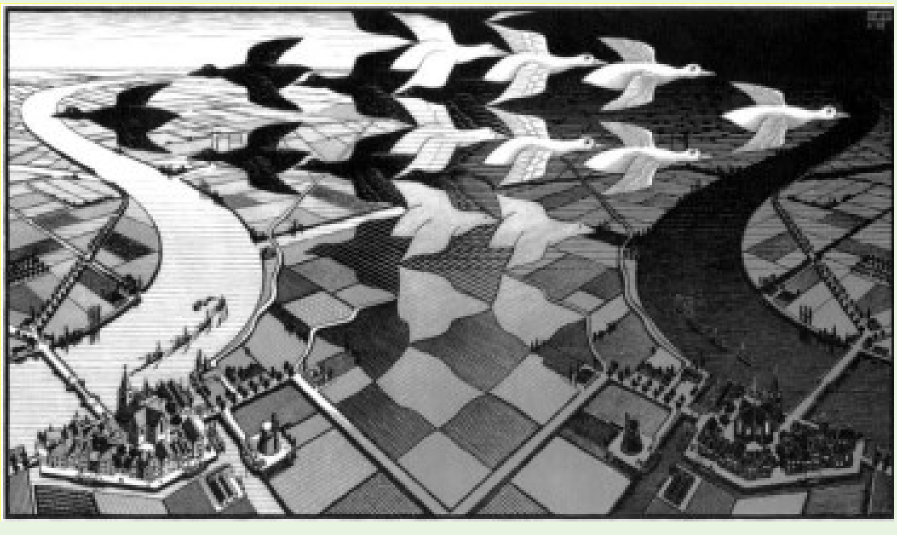
Curiosidade!

Fonte: https://br.freepik.com/ Acesso em 31/08/2021

No que diz respeito à Geometria das Transformações, Mauritus Cornelis Escher, artista holandês (1898 – 1972) utilizou-as significativamente em seus estudos e mostrou ser, além de grande artista, um matemático hábil e especializado. Escher, famoso por manipular a geometria visando traçar desenhos com paradoxos visuais, preenchimento regular do plano, explorações do infinito e as metamorfoses - padrões geométricos entrecruzados que se transformam gradualmente para formas completamente diferentes. Utilizou simetrias de reflexão, de rotação, de translação e composição destas simetrias em suas obras. Uma das principais contribuições da obra deste artista está na sua capacidade de gerar imagens com impressionantes efeitos de ilusões de ótica, com notável qualidade técnica e estética, tudo isto, respeitando as regras geométricas do desenho e da perspectiva. Escher, em seus desenhos, fazia uso do plano bidimensional no papel, proporcionando certas mudanças nos traços, mas sem alterar o polígono original. Surgindo assim uma gama de possibilidades. Foi considerado um artista matemático, sobretudo geométrico.

Dia e Noite - além de todos os aspectos geométricos – figura que apreciaremos a seguir, provoca uma reflexão sobre as nossas próprias "migrações", sobre o que levamos e o que deixamos de cada uma delas, e o mais importante: o que fazemos com todas essas mudanças. (O mundo mágico de Escher – exposição.

Fonte: https://w https://www.ime.unicamp.br/sites/default/files/lem/material/geometria_das_transformacoes.pdf / Acesso em 27 de fev. de 2023



Fonte: https://w https://www.ime.unicamp.br/sites/default/files/lem/material/geometria_das_transformacoes.pdf / Acesso em 27 de fev. de 2023

A **atividade 1** requer que o estudante reconheça uma transformação isométrica de translação. Reforce com eles que nas isometrias, as formas, as medidas lineares e as medidas angulares das figuras não se modificam. Nessa atividade foi utilizado o plano cartesiano como suporte.

Se achar conveniente, desafie-os a aplicarem a translação em uma figura, utilizando régua e compasso. Mostre que esse tipo de transformação pode ser utilizada na construção de prismas, em específico, nesta atividade, a construção de um prisma de base triangular.

1. Na figura a seguir, o triângulo DEF é imagem do triângulo ABC. Qual foi a transformação geométrica utilizada no triângulo ABC para se obter o triângulo DEF?

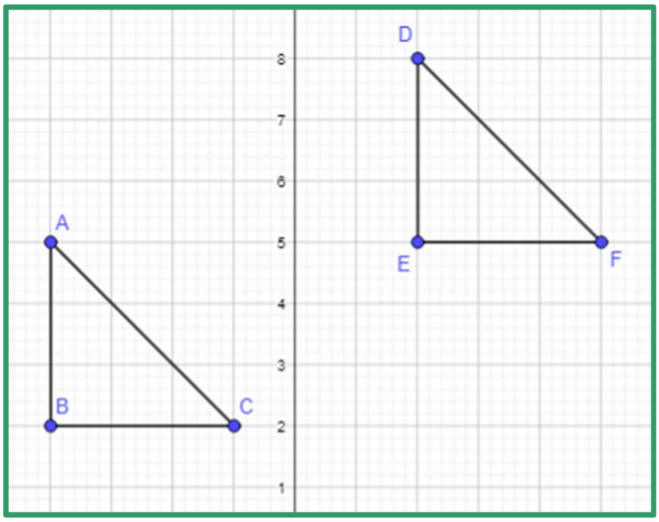
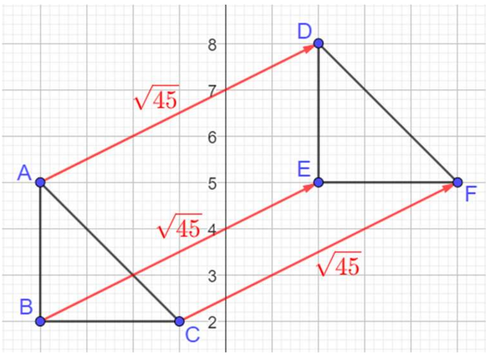


Figura elaborada pelo autor.

Sugestão de resolução:

A transformação geométrica utilizada no triângulo ABC para se obter o triângulo DEF, foi a translação. Observe que cada vértice foi deslocado $\sqrt{45}$ unidades.



D07 A – Reconhecer a imagem de uma figura obtida por meio de uma transformação isométrica de translação.

A **atividade 2** requer que estudante reconheça uma transformação isométrica de rotação. Reforce com eles, que nas isometrias, as formas, as medidas lineares e as medidas angulares das figuras não se modificam.

Nesta atividade foi utilizado o plano cartesiano como suporte. É importante desafiar seus estudantes a aplicarem a rotação em uma figura, utilizando régua, transferidor e compasso.

2. No plano cartesiano a seguir, o triângulo ADE foi obtido a partir do triângulo ABC. Qual foi a transformação geométrica utilizada no triângulo ABC para obter o triângulo ADE?

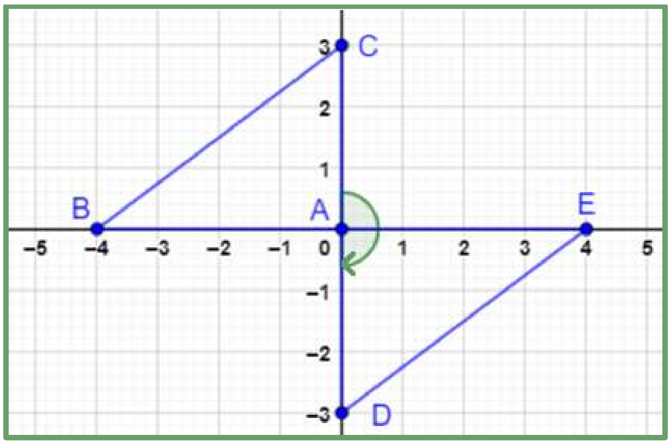


Figura elaborada pelo autor.

Sugestão de resolução:
A transformação geométrica utilizada no triângulo ABC para se obter o triângulo ADE foi a rotação.
A rotação realizada no triângulo ABC em torno da origem do plano ponto O, para se determinar o triângulo ADE foi de 180° no sentido horário.
Observação: se fosse feita a rotação de 180° no sentido anti-horário, obter-se-ia o mesmo triângulo ADE.
D07 B – Reconhecer a imagem de uma figura obtida por meio de uma transformação isométrica de rotação.

A **atividade 3** leva o estudante a desenvolver a habilidade de reconhecer uma transformação isométrica de reflexão. Reitere com seus estudantes, que nas isometrias, as formas, as medidas lineares e as medidas angulares das figuras não se modificam. Nessa atividade foi utilizada o plano cartesiano como suporte. É importante desafiá-los a aplicarem a translação em uma figura, com a utilização de régua e compasso.

Aproveite para relembrar com os estudantes o reconhecimento de uma simetria entre a figura original e a figura obtida e também a identificar, se existir, alguma simetria nas transformações geométricas das atividades anteriores.

3. Observe a imagem a seguir.

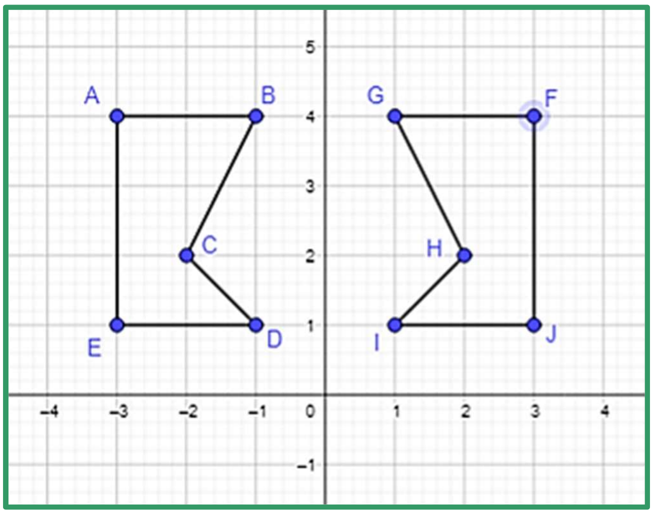


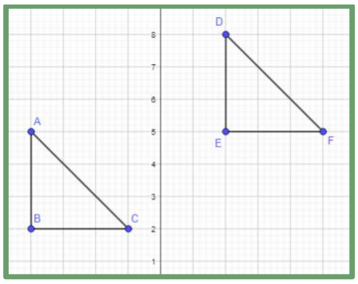
Figura elaborada pelo autor.

Que isometria foi utilizada para obter o pentágono FGHIJ, a partir do pentágono ABCDE?

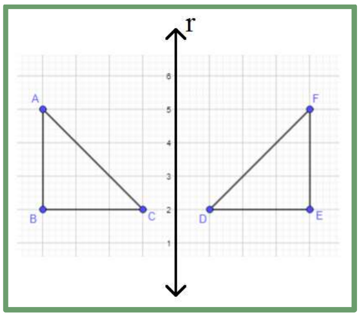
Sugestão de resolução:
O pentágono FGHIJ é a reflexão do pentágono ABCDE em relação ao eixo das ordenadas (eixo y) do plano cartesiano.
D07 C Reconhecer a imagem de uma figura obtida por meio de uma transformação isométrica de reflexão.

A **atividade 4** tem como objetivo consolidar as habilidades trabalhadas nas atividades anteriores. Observe juntamente com seus estudantes, que a mesma figura (triângulo) foi modificada de três maneiras diferentes. Encoraje-os a tentarem, em uma folha de caderno, aplicar as três isometrias (translação, reflexão e rotação) em outra figura elaborada por eles.

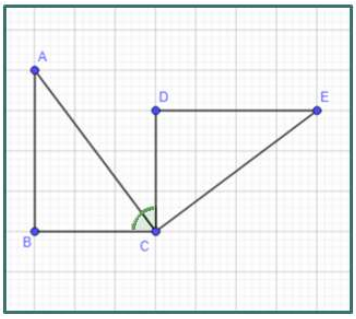
4. Associe as figuras da primeira coluna às transformações correspondentes na segunda coluna.

(A) 

( ) Reflexão.

(B) 

( ) Rotação.

(C) 

( ) Translação.

Gabarito:
(B) Reflexão.
(C) Rotação.

(A) Translação.

D07 D – Identificar as isometrias de rotação, de reflexão e de translação em figuras planas.

A **atividade 5** tem como objetivo mostrar aos estudantes que duas ou mais transformações podem ser aplicadas sucessivamente em uma mesma figura. Esta atividade possibilita verificar que uma transformação pode substituir duas ou mais transformações resultando na mesma figura. Retome neste momento, o estudo de simetrias.

5. A figura a seguir, apresenta no plano cartesiano, o triângulo ADE obtido do triângulo ABC, a partir de duas transformações geométricas.

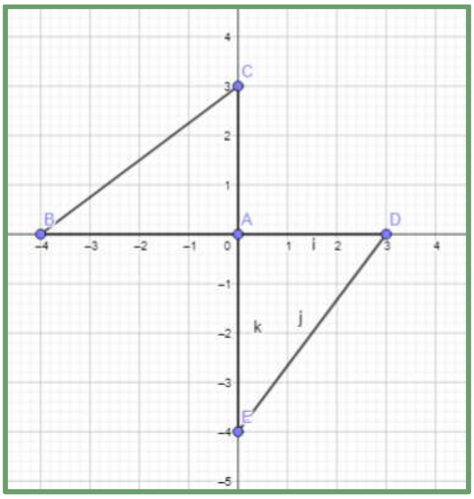


Figura elaborada pelo autor.

a) Cite as duas possíveis transformações geométricas sucessivas, que se aplicadas no triangulo ABC, obtém-se o triangulo ADE.

___

b) Seria possível obter o triângulo ADE a partir do triângulo ABC, com apenas uma transformação geométrica? Se for possível, qual é essa transformação?

___

c) Trace um eixo de simetria entre os dois triângulos.

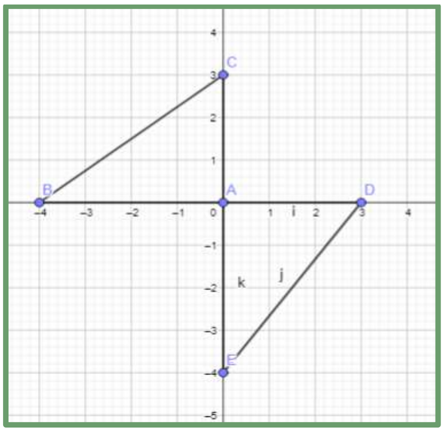
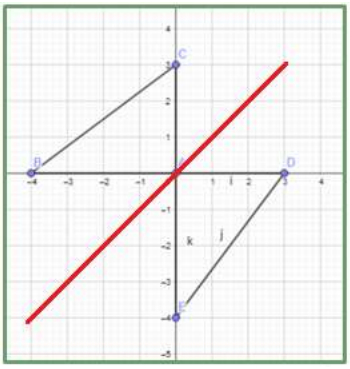


Figura elaborada pelo autor.

Sugestão de resolução:
a) Uma rotação de 90° no sentido anti-horário, e uma reflexão em torno do eixo y (vertical) do plano cartesiano. (Existem outras possibilidades de resposta).
b) Sim, com uma reflexão em relação à origem do plano cartesiano.
c)



D07 D – Identificar as isometrias de rotação, de reflexão e de translação em figuras planas.

Na **atividade 6** espera-se que o estudante desenvolva a habilidade de identificar as isometrias de rotação, de reflexão ou de translação em figuras planas.

Com esse objetivo, essa atividade propõe que ele identifique essas uma dessas transformações na obra "*Dois pássaros*", do artista holandês Maurits Cornelis Escher. Incentive - os a pesquisarem sobre outras obras desse artista.

6. Analise a obra "Dois pássaros" do artista holandês Maurits Escher.

Fonte: https://w https://www.ime.unicamp.br/sites/default/files/lem/material/geometria_das_transformacoes.pdf / Acesso em 27 de fev. de 2023

Qual transformação geométrica você identifica nessa obra?

Sugestão de resolução:
Translação (Pássaros da mesma cor).
D07 D – Identificar as isometrias de rotação, de reflexão e de translação em figuras planas.

As **atividades 7 e 8** têm como objetivo desenvolver a habilidade em reconhecer outros tipos de transformações geométricas: as homotetias (ampliação e redução). Nesse tipo de transformação as formas e as medidas angulares não se modificam, porém, as medidas lineares aumentam ou diminuem na mesma razão.

Nestas atividades espera-se que o estudante desenvolva a habilidade de reconhecer as propriedades homotéticas em figuras planas, e, identificar medidas que se modificam ou não se alteram em figuras planas mediante uma transformação homotética.

7. O triângulo DEF a seguir foi obtido através da ampliação do triângulo ABC. Sobre essa transformação homotética, responda as alternativas.

Observação: os triângulos foram construídos plano ρ.

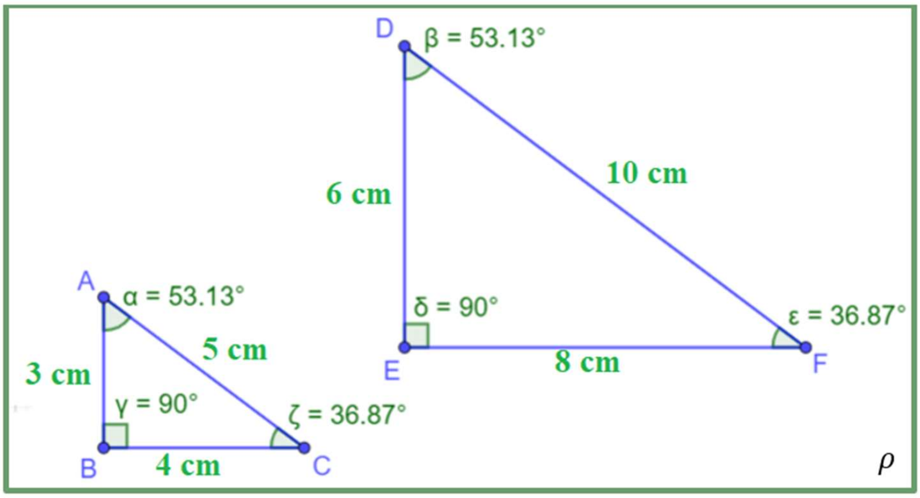


Figura elaborada pelo autor.

a) Quais as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC?

b) Quais as medidas dos ângulos internos do triângulo DEF?

c) O que se pode afirmar em relação às medidas dos ângulos internos dos triângulos ABC e DEF?

d) Quais as medidas dos lados do triângulo ABC?

e) Quais as medidas dos lados do triângulo DEF?

f) Identifique quais são os três pares de lados homólogos (ou correspondentes) nos triângulos ABC e DEF.

Lembre-se que lados homólogos (ou correspondentes) são pares de lados, cada um em um triângulo, que se opõem a ângulos congruentes.

g) Qual a posição relativa entre os lados correspondentes?

h) Calcule a razão entre a medida de cada lado do triângulo ABC e a medida do seu lado homólogo (ou correspondente) no triângulo DEF.

i) Podemos afirmar que os lados do triângulo ABC são proporcionais aos lados do triângulo DEF? Justifique sua resposta.

j) Calcule o perímetro do triângulo ABC.

k) Calcule o perímetro do triângulo DEF.

l) Qual a razão entre as medidas dos perímetros dos triângulos DEF e ABC, nessa ordem? O que se pode afirmar ao comparar a razão entre os perímetros e as razões entre os lados homólogos?

m) Calcule a área do triângulo ABC.

n) Calcule a área do triângulo DEF.

o) Qual a razão entre as medidas das áreas dos triângulos DEF e ABC, nessa ordem? O que se pode afirmar ao comparar a razão entre as áreas e as razões entre os lados homólogos?

Sugestão de resolução:

a) 53,13°, 36, 87° e 90°.

b) 53,13°, 36, 87° e 90°.

c) São as mesmas medidas, ou seja, os dois triângulos possuem pares de ângulos congruentes.

d) 3 cm, 4 cm e 5 cm.

e) 6 cm, 8 cm e 10 cm.

f) $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$ pois são opostos aos ângulos de 36,87°;

$\overline{BC}$ e $\overline{EF}$ pois são opostos aos ângulos de 53,13°;

$\overline{AC}$ e $\overline{DF}$ pois são opostos aos ângulos de 90°.

g) Os lados correspondentes são paralelos.

h) $\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{6}{3} = 2;\ \frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} = \frac{8}{4} = 2\ e\ \frac{\overline{DF}}{\overline{AC}} = \frac{10}{5} = 2 \cdot$ Essa razão 2 é chamada de razão de homotetia.

Professor(a), comente com os estudantes que se estive olhando do triângulo DEF para o triângulo ABC seria uma redução e a razão seria: $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2};\ \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}\ e\ \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \cdot$

i) Sim, os lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ são, nessa ordem, proporcionais aos lados $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{DF}$, pois quando comparadas as suas medidas, elas estão na mesma razão.

j) $2P = 3 + 4 + 5 \rightarrow 2P = 12\ cm$

k) $2P = 6 + 8 + 10 \rightarrow 2P = 24\ cm$

l) $\frac{24}{12} = 2 \cdot$

A razão entre os perímetros é a mesma razão entre os lados homólogos (correspondentes).

m) $A_t = \frac{4 \cdot 3}{2} \rightarrow A_t = \frac{12}{2} \rightarrow A_t = 6$ cm².

n) $A_t = \frac{8 \cdot 6}{2} \rightarrow A_t = \frac{48}{2} \rightarrow A_t = 24$ cm².

o) $\frac{24}{6} = 4 \cdot$

A razão entre as áreas é o quadrado da razão entre os lados homólogos (correspondentes): $4 = (2)^2 \cdot$

D07 E – Reconhecer as propriedades homotéticas em figuras planas.

D07 F – Identificar medidas que se modificam ou não se alteram em figuras planas mediante uma transformação homotética.

8. Construa um polígono regular e amplie por meio da homotetia, seguindo os passos a seguir.

a) Crie um polígono regular qualquer;

b) Cite pelo menos duas características que indica que esse polígono que você desenhou, se trata de um polígono regular.

c) Marque o ponto central no plano.

d) Trace semirretas partindo do ponto central passando pelos vértices do polígono regular.

e) Com ajuda de um compasso, marque pontos nas semirretas, determinando um novo polígono que tenha razão igual a 2 em relação ao primeiro polígono criado.

f) Utilize o esquadro ou a régua para traçar segmentos de reta, a partir dos vértices encontrados (Caso tenha necessidade, use cores diferentes para cada polígono)

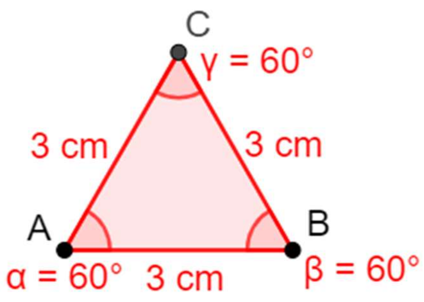
g) Existe a proporção entre a figura original e sua ampliação? Por quê?

h) Que relação pode estabelecer entre os elementos desse polígono regular que te permita afirmar que é um polígono regular homotético?

Sugestão de resolução:

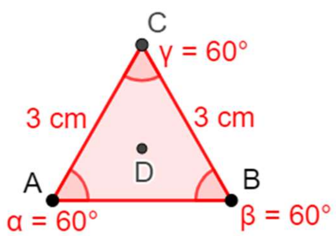
Professor(a), considere qualquer outro polígono desenhado pelo estudante, que obedeça a todos os comandos da atividade. É importante que mostre soluções diferentes feitas pelos estudantes, pois isso enriquece o aprendizado.

a)

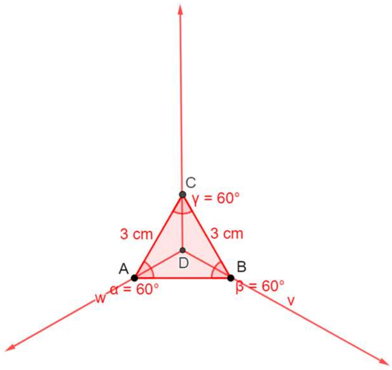


b) O triângulo ABC desenhado é um triângulo equilátero, pois possui os três lados congruentes e os três ângulos internos congruentes, ou seja, é um polígono regular.

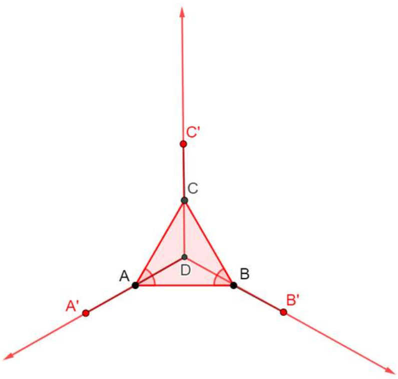
c)



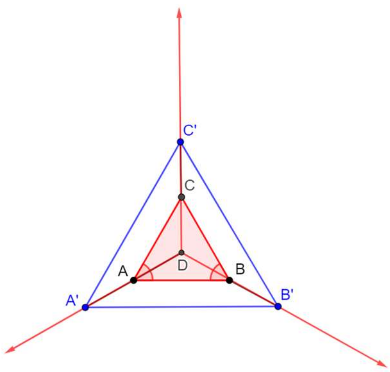
d)


C
γ = 60°
3 cm
3 cm
A
D
B
w
α = 60°
β = 60°
v

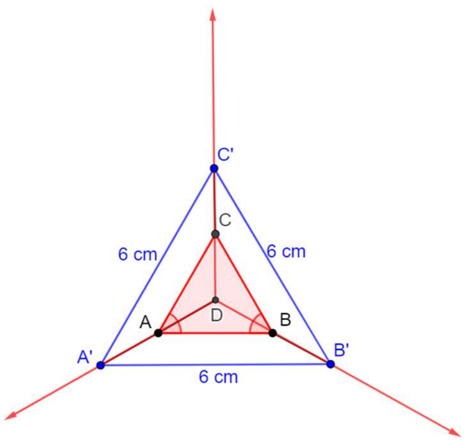
e)


C'
C
A
D
B
A'
B'

f)


C'
C
A
D
B
A'
B'

g)


C'
C
6 cm
6 cm
A
D
B
A'
B'
6 cm

Existe uma proporção entre os lados, pois cada lado do triângulo ABC mede 3 centímetros e cada lado do triângulo A'B'C' mede 6 centímetros. As medidas dos ângulos internos não se alteraram.

h) Além da congruência entre os ângulos e a proporção entre os lados correspondentes, existe o paralelismo entre os lados correspondentes.

Professor(a), as **atividades 9 e 10,** em forma de itens, têm como objetivo consolidar as habilidades desenvolvidas nas atividades anteriores. A atividade 8 requer do estudante a habilidade em reconhecer uma transformação isométrica e a atividade 9, reque a habilidade em reconhecer uma transformação homotética.

9. Observe a figura a seguir.

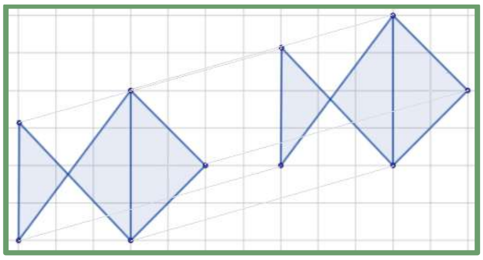


Figura adaptada pelo autor

Pode-se afirmar que uma das figuras foi obtida a partir da outra através de uma
(A) ampliação.
(B) reflexão.
(C) rotação.
(D) translação.
Gabarito: D

10. Na figura a seguir, o quadrilátero A'B'C'D' foi obtido através de uma transformação homotética (redução) a partir do quadrilátero ABCD.

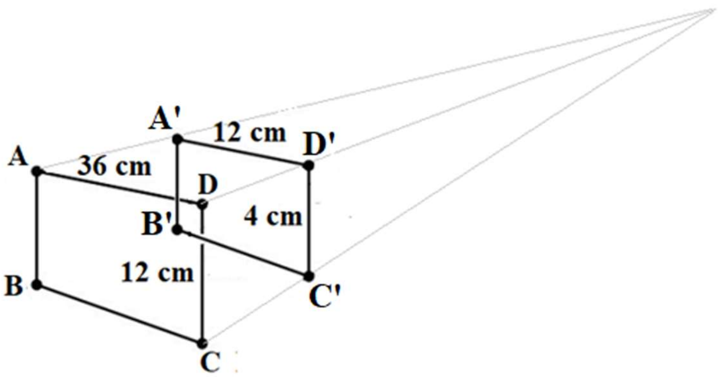


Figura adaptada pelo autor

A razão de homotetia nessa transformação é igual a
(A) $\frac{1}{2}$.
(B) $\frac{1}{3}$.
(C) $\frac{1}{4}$.
(D) $\frac{1}{5}$.
Gabarito: B

Sugestão de resolução:

Comparando as medidas dos lados homólogos (ou correspondentes) teremos:

$\frac{12}{36} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

D07 – Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.

AULA 3 – PERÍMETROS

Descritor SAEB: D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Grandezas e medidas;
- Polígonos;
- Circunferências.

Relembrando

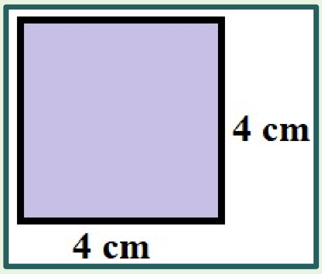
Perímetro

O perímetro é um cálculo muito importante no estudo de figuras planas, e mais importante ainda, suas aplicações no cotidiano e em outras áreas do conhecimento. O perímetro é o comprimento do contorno da figura, e o seu valor é encontrado quando calcula - se a soma de todos os lados da figura.

O perímetro é representado formalmente por 2P, e o semiperímetro, que é utilizado em outras situações, é representado por P.

Quando se trabalha com os polígonos, que são casos particulares de figuras planas, o seu perímetro é calculado através da soma do comprimento de todos os lados. Uma observação importante: todas as medidas devem estar na mesma unidade de medida.

Exemplo 1:

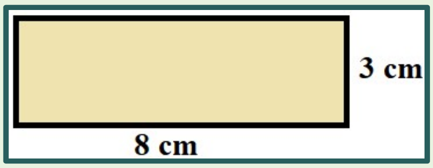


Nesse caso, a figura é uma região quadrada, cujo contorno é um quadrado, ou seja, é uma figura com todos os lados congruentes (medidas iguais). Dessa forma, tem-se que:

$$2P = 4 + 4 + 4 + 4$$

$$2p = 16\ cm$$

Exemplo 2



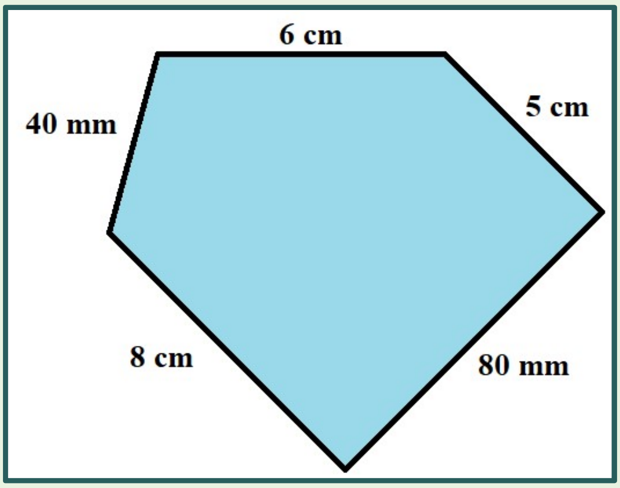
Nesse segundo exemplo, a figura é uma região retangular, cujo contorno é um retângulo. Nesse caso, os lados opostos são congruentes (medidas iguais). Dessa forma, tem-se que:

$$2P = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 3$$

$$2P = 16 + 6$$

$$2P = 22\ cm$$

Exemplo 3:



Nesse terceiro exemplo, a figura é uma região pentagonal, cujo contorno é um pentágono. Nesse caso, os lados não são todos congruentes (medidas iguais). O que se deve atentar, é que dois lados estão com medidas em milímetros e os outros três lados estão com medidas em centímetros. O perímetro pode ser calculado com qualquer unidade de medida de comprimento, mas para facilitar, nesse exemplo será calculado em centímetros.

Realizando as conversões, tem – se que 40 mm = 4 cm, e que 80 mm = 8 cm. Dessa forma, tem – se que:

$$2\mathrm{P} = 6 + 5 + 8 + 8 + 4$$

$$2\mathrm{P} = 31\ \mathrm{cm}$$

Além das figuras poligonais, existem os círculos, e seus contornos, que são as circunferências. Nesses casos, o perímetro (ou comprimento) será calculado pela seguinte fórmula.

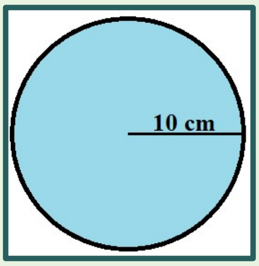
$$\boldsymbol{C = 2 \cdot \pi \cdot r}$$

onde **C** é a representação para o comprimento (perímetro), $\boldsymbol{r}$ é a representação para o a medida do raio e $\boldsymbol{\pi}$ é o número irracional que vale aproximadamente 3,14.

Observação importante!!!

Fonte: br.freepik.com / Acesso em 16/02/2023 (Adaptado)

Exemplo 4:

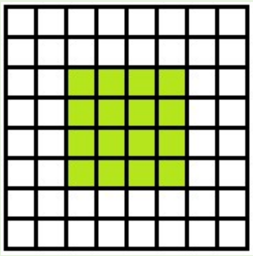


Nesse quarto exemplo, a figura é uma região circular, cujo contorno é uma circunferência. Nesse caso, o raio mede 10 centímetros. Um ponto importante, é saber que em alguns casos, a medida dada será o diâmetro, que é o dobro do raio. Nesse caso, tem – se que:

$$\boldsymbol{C = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow\ C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \rightarrow C = 62{,}8\ cm}$$

Em alguns casos, as figuras planas podem estar representadas em malha quadriculada, o que pode facilitar o processo, como será mostrado nos exemplos a seguir. Nesses casos, pode – se contar quantas unidades possui cada lado.

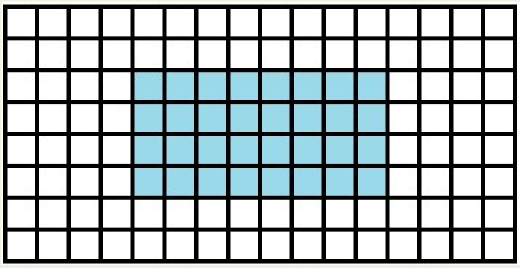
Exemplo 5: Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada a seguir mede 1 cm.



$$2P = 4 + 4 + 4 + 4$$

$$2P = 16\ cm$$

Exemplo 6: Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada a seguir mede 1 cm.

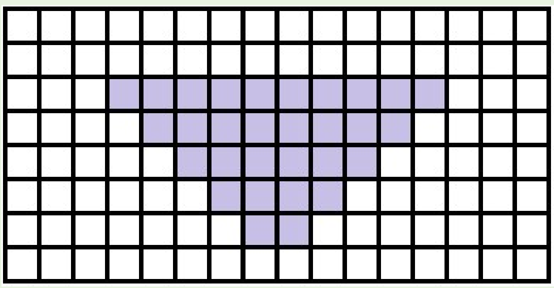


$$2P = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8$$

$$2P = 8 + 16$$

$$2P = 24\ cm$$

Exemplo 7: Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada a seguir mede 1 cm.



$$2P = 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$ 

$$2P = 30\ cm$$

Professor(a), o intuito da **atividade 1** é desenvolver nos estudantes a habilidade de identificar polígonos regulares entre outros polígonos, assim como reconhecer a congruência em seus lados e ângulos internos. Aproveite essa atividade para relembrar o cálculo da soma das medidas dos ângulos internos ($S_i = (n-2)\cdot 180°$) e o cálculo da medida de cada ângulo interno de um polígono regular ($a_i = \frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$).

1. Considere as regiões poligonais a seguir.

a) Circule aquelas que são regulares.

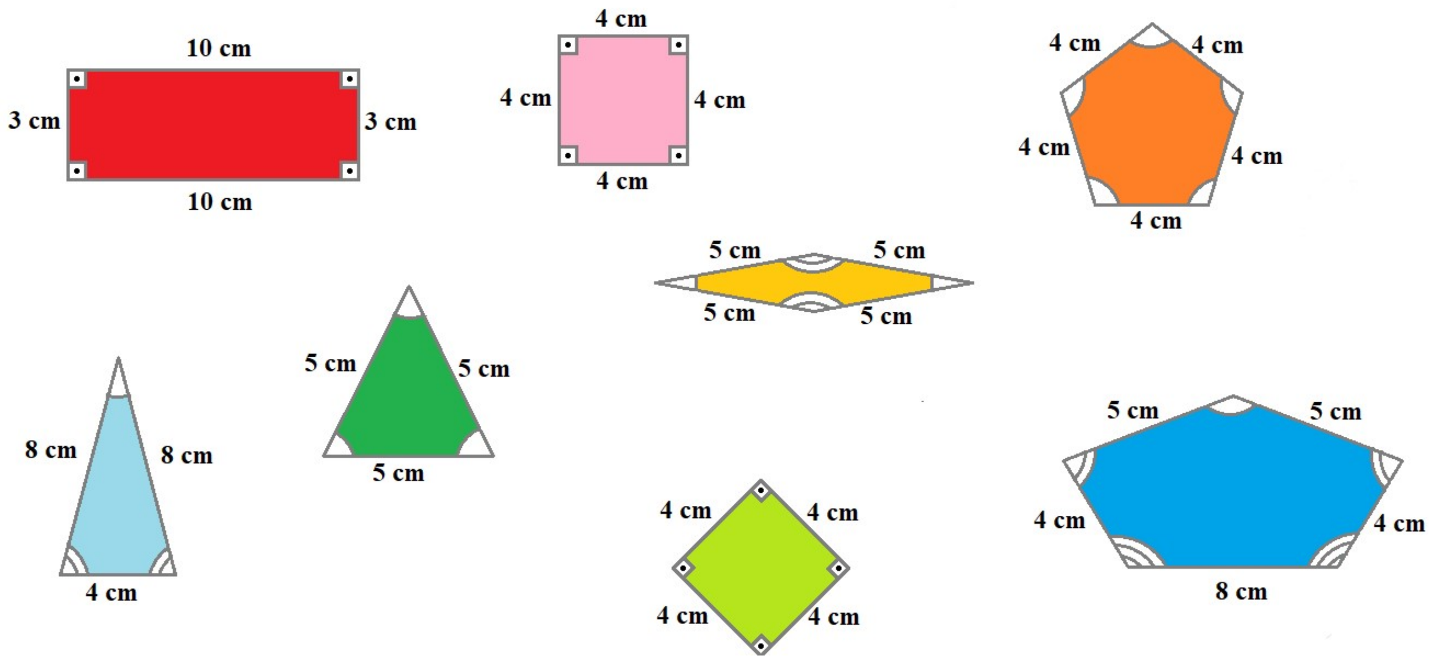


Figura adaptada pelo autor

b) Quais as medidas dos lados e dos ângulos internos das regiões poligonais regulares que você circulou?

____

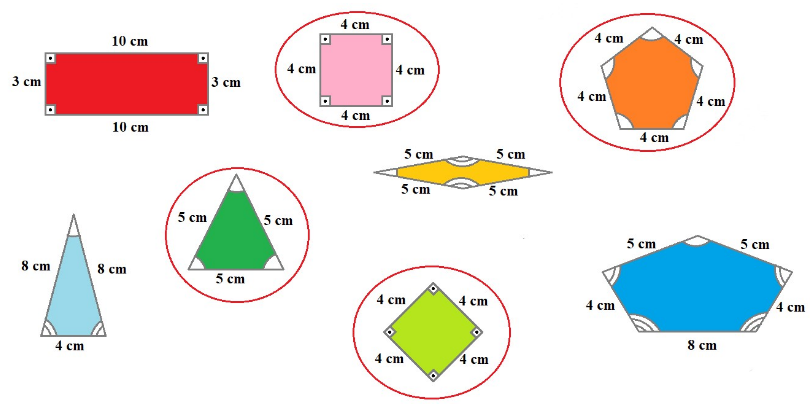
____

____

____

Sugestão de solução:

a)



b) Região quadrada rosa (também é um losango): quatro lados congruentes medindo 4 cm e quatro ângulos internos retos (90°).

Região pentagonal laranja: cinco lados congruentes medindo 4 cm e cinco ângulos internos medindo 108°.

$$s_i = (n-2) \cdot 180° \rightarrow s_i = (5-2) \cdot 180° \rightarrow s_i = 3 \cdot 180° \rightarrow s_i = 540°$$

$$a_i = \frac{540°}{5} \rightarrow a_i = 108°$$

Região triangular verde: três lados congruentes medindo 5 cm e três ângulos internos medindo 60°.

Região quadrada verde (também é um losango): quatro lados congruentes medindo 4 cm e quatro ângulos internos retos (90°).

D12 A - Identificar os elementos em polígonos regulares e irregulares.

Professor(a), o intuito da **atividade 2** é possibilitar ao estudante desenvolver a habilidade de calcular o perímetro de uma figura poligonal com o auxílio da malha quadriculada. Essa habilidade já foi trabalhada em séries anteriores, sendo aqui necessária, para além da revisão, servir de apoio à apropriação de outras habilidades de cálculo de perímetro, porém, sem o auxílio da malha quadriculada. Incentive seus estudantes a utilizarem as multiplicações sempre que possível.

2. Calcule o perímetro de cada quadrilátero representado na malha quadriculada a seguir. Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada mede 1 cm.

a)

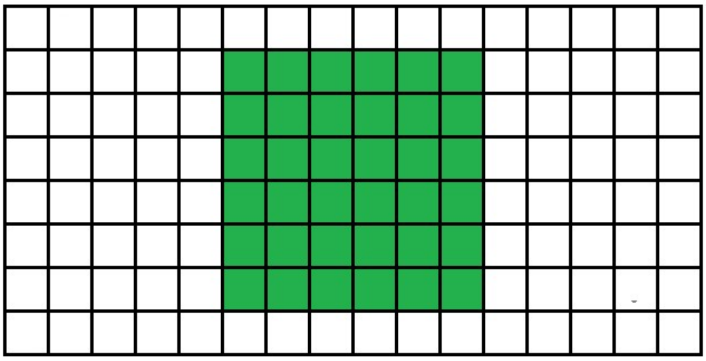


Figura elaborada pelo autor

b)

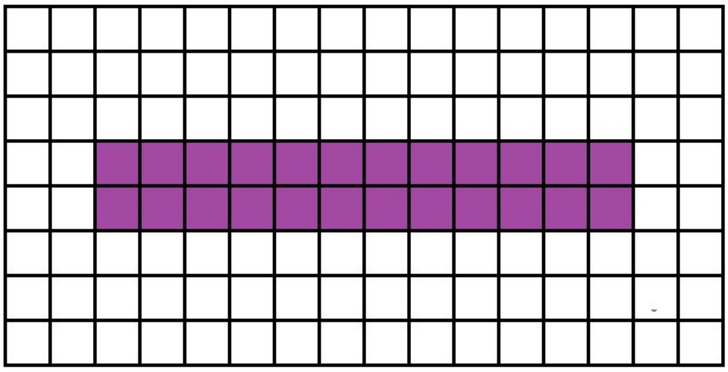


Figura elaborada pelo autor

c)

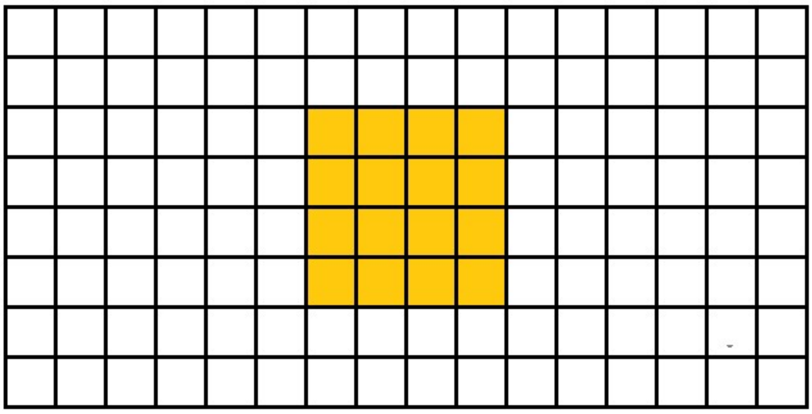


Figura elaborada pelo autor

d)

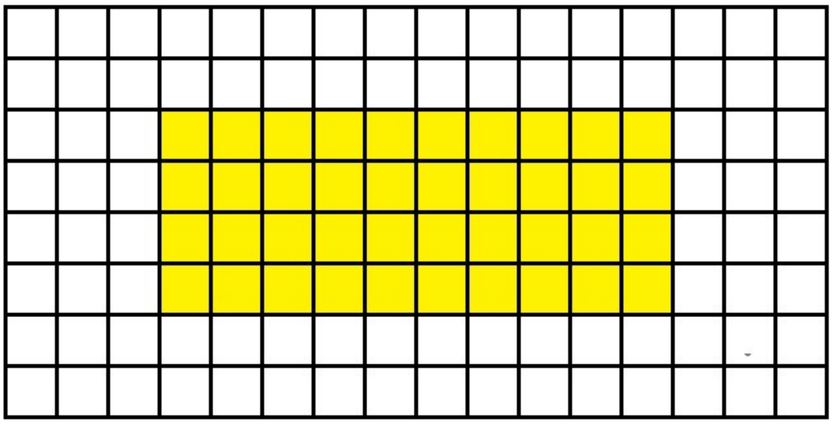


Figura elaborada pelo autor

Sugestão de solução:
a) $2P = 4 \cdot 6 \to 2p = 24\ cm$
b) $2P = 2 \cdot 12\ + 2 \cdot 2 \to 2p = 24 + 4\ \to 2p = 28\ cm$
c) $2P = 4 \cdot 4 \to 2p = 16\ cm$
d) $2P = 2 \cdot 10\ + 2 \cdot 4 \to 2p = 20 + 8\ \to 2p = 28\ cm$
D12 B - Calcular o perímetro de quadriláteros com o auxílio da malha quadriculada

Professor(a), a **atividade 3** amplia a habilidade desenvolvida através da atividade anterior, pois trabalha com figuras que são composições de figuras mais notáveis, como por exemplo o retângulo. Nesta atividade, além de desenvolver a habilidade de calcular perímetros, o estudante precisa reconhecer quais regiões poligonais formam cada uma das figuras seguintes. Essa habilidade o ajudará no cálculo de áreas, que será trabalhada em outras atividades.

3. Calcule o perímetro de cada quadrilátero representado na malha quadriculada a seguir. Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada mede 1 cm.

a)

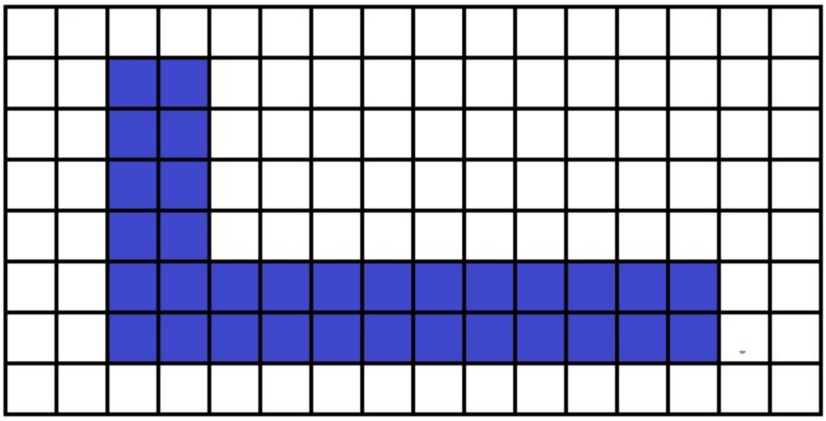


Figura elaborada pelo autor

b)

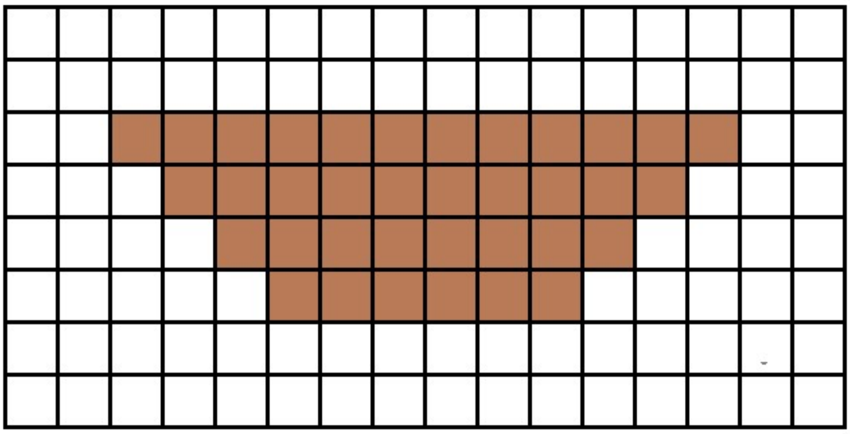


Figura elaborada pelo autor

Sugestão de solução:

a) $2P = 6 + 12 + 2 + 10 + 4 + 2 \rightarrow 2P = 36\ cm$

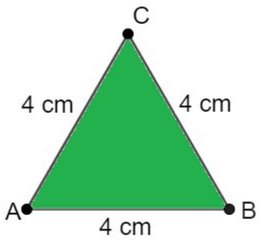
b) $2P = 12 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 6 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \rightarrow 2P = 12 + 7 + 6 + 7$ $\rightarrow 2P = 32\ cm$

D12 C - Calcular o perímetro de polígonos formados pela composição de figuras planas com o auxílio da malha quadriculada.

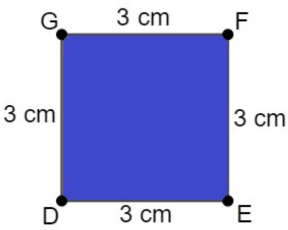
Professor(a), a **atividade 4** tem como objetivo ampliar a habilidade de calcular o perímetro de polígonos regulares. Relembre o que caracteriza os polígonos regulares, e incentive os estudantes a utilizarem a multiplicação no lugar da adição de parcelas iguais. É muito importante, sempre que possível, mostrar aos estudantes as ferramentas matemáticas, que facilitam os diversos cálculos.

4. Calcule o perímetro de cada região poligonal regular a seguir.

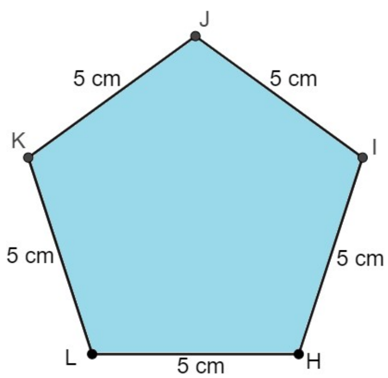
a)



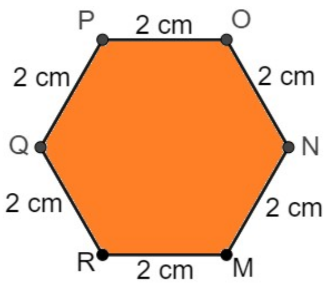
b)



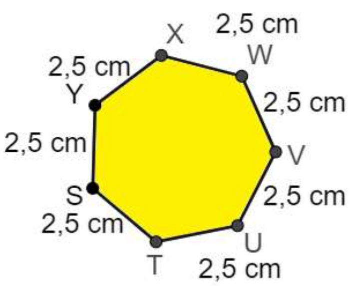
c)



d)



e)

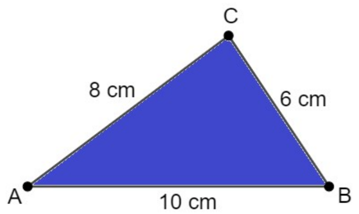


Sugestão de solução:
Como todos os polígonos são regulares, segundo o enunciado, então multiplicamos a medida de cada lado pelo número de lados.
a) $2P = 3 \cdot 4 \rightarrow 2P = 12$ cm (Triângulo equilátero).
b) $2P = 4 \cdot 3 \rightarrow 2P = 12$ cm (Quadrado).
c) $2P = 5 \cdot 5 \rightarrow 2P = 25$ cm (Pentágono regular).
d) $2P = 6 \cdot 2 \rightarrow 2P = 12$ cm (Hexágono regular).
e) $2P = 7 \cdot 2{,}5 \rightarrow 2P = 17{,}5$ cm (Heptágono regular).
D12 D - Calcular o perímetro de polígonos regulares.

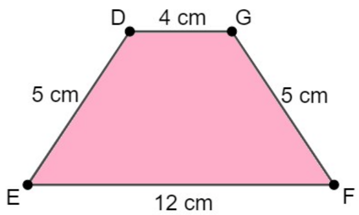
Professor(a), a **atividade 5** trabalha nos estudantes o cálculo de perímetros de polígonos ou regiões poligonais não regulares. Reforce que as medidas devem estar sempre na mesma unidade de medida. Se achar conveniente, crie e explore uma situação em que as medidas não estão na mesma unidade e faça uma revisão sobre essas transformações de uma unidade para outra de mesma grandeza.

5. Calcule o perímetro de cada região poligonal a seguir.

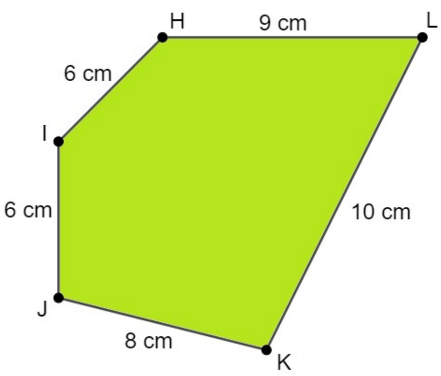
a)



b)



c)



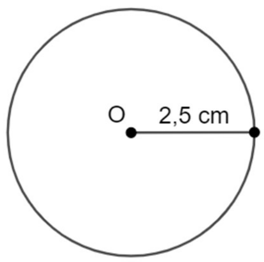
Sugestão de solução:
a) $2P = 6 + 8 + 10 \rightarrow 2P = 24$ cm.
b) $2P = 12 + 5 + 4 + 5 \rightarrow 2P = 26$ cm.
c) $2P = 10 + 9 + 6 + 6 + 8 \rightarrow 2P = 39$ cm.

D12 E – Calcular o perímetro de polígonos irregulares.

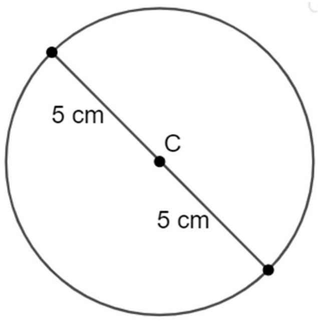
Professor(a), a **atividade 6** tem como objetivo levar o estudante a desenvolver a habilidade de calcular o comprimento (perímetro) de uma circunferência (ou círculo). Aproveite esse momento para diferenciar círculo de circunferência. Antes de desenvolver a atividade, relembre os elementos de uma circunferência: raio, diâmetro, centro, corda e arco. Se achar conveniente, induza seus alunos a identificarem que a razão entre o comprimento e o diâmetro de qualquer circunferência é aproximadamente 3,14, o que nos leva ao valor de π. Essa atividade poderá ser feita, se possível, com o uso de uma fita métrica, uma calculadora e alguns objetos circulares que os próprios alunos podem reconhecer ao seu redor. Aproveite também para estabelecer a relação entre a medida do diâmetro e do raio.

6. Calcule o perímetro (comprimento) de cada circunferência a seguir.

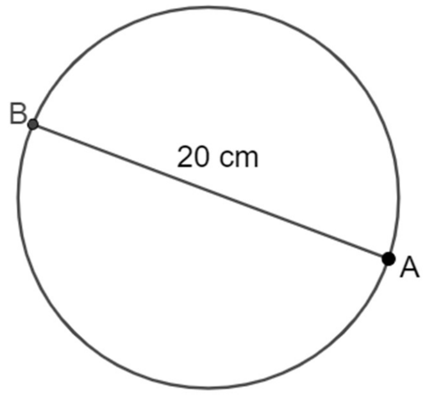
a)



b)



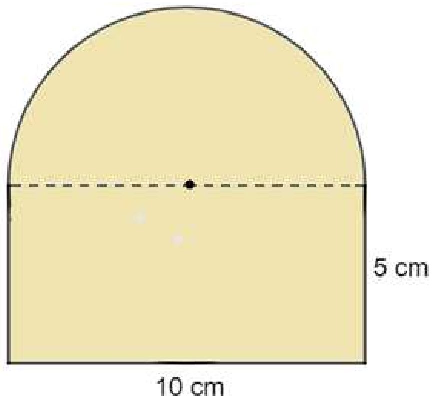
c)



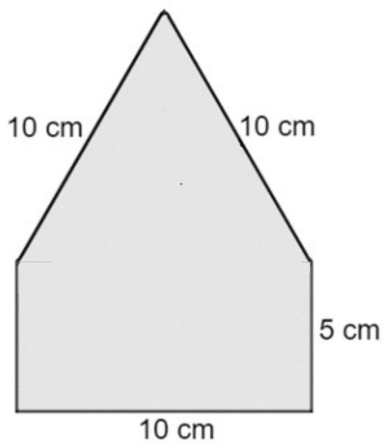
Sugestão de solução:
a) $C = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 \rightarrow C = 15{,}7\ cm$
b) $C = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \rightarrow C = 31{,}4\ cm$
c) Se a medida do diâmetro é igual a 20 cm, então a medida do raio é igual a 10 cm. Assim, teremos:
$C = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \rightarrow C = 62{,}8\ cm$
D12 F - Calcular o perímetro de circunferências.

Professor(a), a **atividade 7** tem como objetivo levar o estudante a calcular os perímetros de figuras compostas por outras figuras notáveis, mas sem o auxílio da malha quadriculada. Lembre-se que a habilidade de reconhecer a composição de algumas figuras a partir de outras já conhecidas, facilitará o cálculo de medidas de áreas.

7. Calcule o perímetro de cada figura a seguir. Observe que cada uma das figuras são composições de outras figuras já estudadas.
a)



b)



Sugestão de solução:
a) Essa figura é composta por uma região retangular e um semicírculo.
Perímetro da região retangular:
$2P = 10 + 2 \cdot 5 \rightarrow 2P = 10 + 10 \rightarrow 2P = 20\ cm.$
Perímetro do semicírculo (Metade de um círculo):
$2P = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} \rightarrow 2P = \pi \cdot r \rightarrow 2P = 3{,}14 \cdot 5 \rightarrow 2P = 15{,}7\ cm$
Perímetro total:
$2P = 20 + 15{,}7 \rightarrow 2P = 35{,}7\ cm$
b) Essa figura é composta por uma região retangular e uma região triangular (triângulo equilátero).

Perímetro da região retangular:
$2P = 10 + 2 \cdot 5 \rightarrow 2P = 10 + 10 \rightarrow 2P = 20\ cm.$
Perímetro da região triangular:
$2P = 2 \cdot 10 \rightarrow 2P = 20\ cm.$
Perímetro total:
$2P = 20 + 20 \ \rightarrow 2P = 40\ cm$
D12 G - Calcular o perímetro de polígonos formados pela composição de figuras planas.

Professor(a), as **atividades 8 e 9** consolidam as habilidades trabalhadas anteriormente, na aplicação do cálculo de um perímetro da resolução de um problema. É importante encorajar seus estudantes a identificarem outras situações cotidianas em que o cálculo do perímetro é necessário.

8. Luciana vai cercar o terreno representado a seguir, nesta figura dois lados consecutivos são sempre perpendiculares e as medidas de alguns lados estão indicadas em metros.

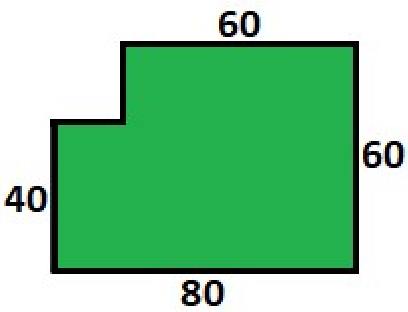
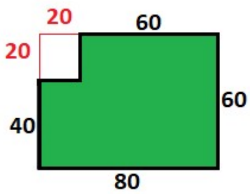


Figura elaborada pelo autor

Quantos metros de cerca Luciana terá de comprar?
Sugestão de solução:



A quantidade de cerca corresponde ao perímetro da região.
$2P = 80 + 60 + 60 + 20 + 20 + 40$
$2P = 80 + 60 + 80 + 60$
$2P = 140 + 140$
$2P = 280$
Portanto, Luciana deverá comprar 280 metros de cerca.
D12 H - Calcular o perímetro descrito por uma situação problema envolvendo figuras planas.

9. Na planta do apartamento com dois dormitórios a seguir, foram destacadas as medidas de alguns cômodos. As portas da sala, dos quartos e da entrada da cozinha tem 90 cm, as portas dos banheiros têm 80 cm e a passagem da área de circulação para a sala tem 100 cm.

Disponível em: https://bertholini.com.br/imovel/168/apartamento-2-quartos-reserva-porto-real-mirante-da-serra-resende/. Acesso em: 22 de fevereiro de 2023

a) Qual é o formato dos cômodos desse apartamento?

b) Qual é a medida das portas da sala, da entrada da cozinha, dos quartos, dos banheiros e da passagem da área de circulação para a sala em metros?

c) Quais são as medidas das paredes da sala onde estão a porta de entrada, a passagem para a cozinha e a passagem para a área de circulação?

d) Quantos metros de rodapé são necessários na sala?

e) Qual é a medida da parede do quarto de solteiro onde está a porta de entrada? Qual é a medida da parede do quarto de casal onde estão a porta de entrada e a porta do banheiro?

f) Quantos metros de rodapé são necessários nos dois quartos?

g) Qual a medida de cada parede da área de circulação?

h) Quantos metros de rodapé são necessários na área de circulação?

i) Quantos metros, ao todo, são necessários de rodapé de madeira para fazer todo o contorno do apartamento, menos os banheiros e a cozinha.

Sugestão de resolução:

a) Formato retangular.

b) As portas da sala, dos quartos e da entrada da cozinha tem 0,9 m, as portas dos banheiros têm 0,8 m e a passagem da área de circulação para a sala tem 1 m.

c) Medida da parede da sala onde está a porta de entrada: 4,8 – 0,9 = 3,9 m

Medida da parede da sala onde está a passagem para a cozinha: 3,5 – 0,9 = 2,6 m

Medida da parede da sala onde está a passagem para a área de circulação: 4,8 – 1 = 3,8 m

d) 3,5 + 3,9 + 2,6 + 3,8 = 13,8 m

e) Medida da parede do quarto de solteiro onde está a porta de entrada: 4,8 – 0,9 = 3,9 m

Medida da parede do quarto de casal onde estão a porta de entrada e do banheiro: 4,8 – 0,8 – 0,9 = 3,1 m

f) 3,9 + 3,1 = 7 m

g) Medida da parede da área de circulação onde está a entrada para a sala: 3,2 – 1 = 2,2 m

Medida da parede da área de circulação comum aos banheiros: 3,2 – 0,8 = 2,4 m

Medida da parede da área de circulação onde está a porta do quarto de solteiro: 4,8 – 3,0 – 0,9 = 0,9 m

Medida da parede da área de circulação onde está a porta do quarto de casal: 4,8 – 3,0 – 0,9 = 0,9 m

h) 2,2 + 2,4 + 0,9 + 0,9 = 6,4 m
i) 13,8 + 7 + 6,4 = 27,2 m

D12 I - Ler, interpretar e resolver problema envolvendo perímetro

Professor(a), as **atividades 10 e 11** são itens que vão avaliar se os estudantes de fato se apropriaram das habilidades trabalhadas nas atividades dessa aula. Caso seja necessário, revise a teoria novamente e proponha novos exercícios.

10. Alan reservou em sua chácara, um terreno retangular para plantar uma horta. Para cerca-lo, ele usará 5 fios de arame e uma porta de madeira de 1 metro de largura.

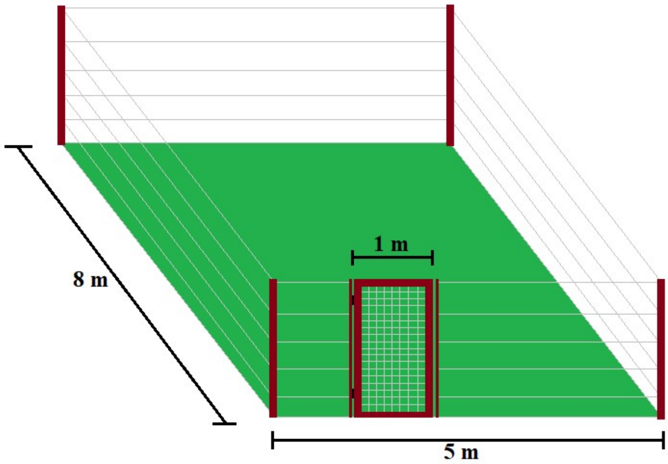


Figura elaborada pelo autor

A quantidade mínima de arame, em metros, utilizada por Alan será igual a
(A) 100.
(B) 104.
(C) 125.
(D) 130.
Gabarito: C
Sugestão de solução:
Primeiro calcula-se o perímetro da região retangular:
$2P = 8 + 5 + 8 + 5 \ \rightarrow 2P = 13 + 13 \ \rightarrow 2P = 26\,m$
De cada volta, se subtrai 1 metro que será ocupado pelo portão, obtendo 25 metros por volta.
Como são 5 fios, tem-se:
$25 \cdot 5 = 125$ metros.

D12 - Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.

11. Uma pista circular de raio igual a 50 metros, foi construída na praça de uma cidade. Todos os dias pela manhã, Pedro dá quatro voltas em torno dessa pista. Considere $\pi = 3{,}14$.

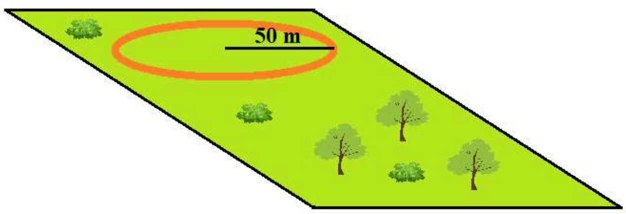


Figura elaborada pelo autor

A distância percorrida por Pedro diariamente, em metros, igual a
(A) 942.
(B) 1 256.
(C) 1 570.
(D) 1 884.
Gabarito: B
Sugestão de solução:
1 volta: $C = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow \ C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \rightarrow C = 314\ cm$
4 voltas: $4 \cdot 314 = 1\ 256$ metros.

AULA 4 – NÚMEROS INTEIROS

Descritor SAEB: D20 – Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)

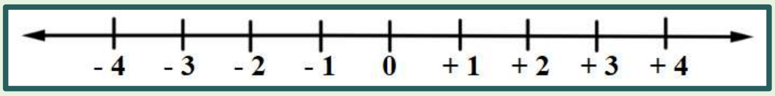
Objetos de conhecimento desenvolvidos: Operações com números inteiros.

Relembrando

O conjunto dos números inteiros é formado pelos inteiros **negativos**, pelo **zero**, e pelos inteiros **positivos**. Indicamos esse conjunto por $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{\ldots;\ -4;\ -3;\ -2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3;4;\ \ldots\}$$

Os números inteiros negativos são menores que zero, por isso, estão sempre a esquerda do zero e são acompanhados pelo sinal (-).
Por outro lado, os números inteiros positivos são maiores que zero, e por isso, estão à direita do zero e podem apresentar, ou não, o de sinal (+).
O zero não é nem positivo e nem negativo.
A representação geométrica do conjunto dos números reais é a reta numerada, que assim como o conjunto, é infinita nos dois sentidos.



Fonte: escolaeducacao.com.br/Acesso em 16/02/2023 (Adaptado).

Repare que – 4 é o simétrico (ou oposto) de 4, pois estão a uma mesma distância do zero.
Essa distância de um número à origem é chamada de módulo ou valor absoluto de um número e é representada da seguinte forma:

Módulo de $a \rightarrow \ |a| = a$ ou Módulo de $-a \rightarrow \ |-a| = a$

Exemplos:

$|-4| = 4$ $\quad$ $|+2| = 2$ $\quad$ $|-7| = 7$ $\quad$ $|2| = 2$ $\quad$ $|-5| = 5$

O módulo (valor absoluto) de um número sempre será positivo, pois ele representa uma distância.

Adição e Subtração com números inteiros.

Para facilitar a adição e subtração de números inteiros, procuramos tirar os números dos parênteses antes de efetuar a operação, pois assim, simplificamos a escrita e, consequentemente, o processo.

Exemplos na adição:
$$(+7) + (+4) = 7 + 4$$
$$(-5) + (-7) = -5 - 7$$
$$(+12) + (-4) = 12 - 4$$
$$(-13) + (+7) = -13 + 7$$

Exemplos na subtração:
$$(+7) - (+4) = 7 - 4$$
$$(-5) - (-7) = -5 + 7$$
$$(+12) - (-4) = 12 + 4$$
$$(-13) - (+7) = -13 - 7$$

Obs: Note que nas subtrações, mudamos o sinal dos termos que estão dentro dos parênteses após o sinal de subtração (–), aplicando aqui, o que relembramos sobre números opostos ou simétricos.

O motivo de simplificar a escrita, é porque quando retiramos os parênteses, as mesmas regras são aplicadas tanto para adição, quanto para a subtração. As regras são as seguintes:

Quando os sinais dos termos são iguais, conservamos o sinal e adicionamos os **módulos**.
Quando os sinais dos termos são diferentes, conservamos o sinal do número com maior **módulo**, e subtraímos o menor módulo do maior módulo.

Exemplos na adição:
$$(+7) + (+4) = 7 + 4 = 11$$
$$(-5) + (-7) = -5 - 7 = -12$$
$$(+12) + (-4) = 12 - 4 = 8$$
$$(-13) + (+7) = -13 + 7 = -6$$

Exemplos na subtração:
$$(+7) - (+4) = 7 - 4 = 3$$
$$(-5) - (-7) = -5 + 7 = 2$$
$$(+12) - (-4) = 12 + 4 = 16$$
$$(-13) - (+7) = -13 - 7 = -20$$

Se liga! O extrato bancário pode ser descrito por uma expressão numérica, na qual o resultado representa o saldo dessa conta bancária após as movimentações:

EXTRATO BANCÁRIO		
05/08	SALDO	- R$ 50,00
05/08	SALÁRIO	R$ 2 350,00
06/08	PAGAMENTO CARTÃO DE CRÉDITO	- R$ 800,00
06/08	SALDO	

Fonte: sme.goiania.go.gov.br/Acesso em 16/02/2023 (Adaptado)

O extrato dessa conta bancária pode ser descrito pela expressão numérica:
$$(-50) + (+2\,350) + (-800) = -50 + 2\,350 - 800$$

O resultado dessa expressão é o saldo:

R$ 1 500,00

Multiplicação e divisão com números inteiros.

Sabemos que multiplicar é adicionar parcelas iguais. Desta forma, dentro do conjunto dos números inteiros, também seguimos esse conceito. Dessa forma, tem – se que:

- Quando os sinais dos termos são diferentes, o produto será negativo.

$$(+3)\cdot(-7) = (-7) + (-7) + (-7) = -21$$
$$(+4)\cdot(-8) = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$$

- Quando os sinais dos termos são iguais, o resultado será positivo.

$$(-3)\cdot(-7) = -[(+3)\cdot(-7)] = -(-21) = +21$$
$$(+4)\cdot(+8) = (+8) + (+8) + (+8) + (+8) = +32$$

Quando efetuamos uma divisão exata entre dois números naturais, temos:

$40 \div 5 = 8$, pois $5 \cdot 8 = 40$ $36 \div 9 = 4$, pois $9 \cdot 4 = 36$

ou seja, a multiplicação é a operação inversa da multiplicação.

Esse mesmo processo da divisão com números naturais, vale para os números inteiros. Observe:

- Quando o dividendo e o divisor tiverem o mesmo sinal, o quociente será um número **positivo:**

$$(+20):(+5) = +4 \text{ pois } (+4)\cdot(+5) = +20$$
$$(-20):(-5) = +4 \text{ pois } (+4)\cdot(-5) = -20$$

- Quando o dividendo e o divisor tiverem sinais diferentes, o quociente será um número **negativo:**

$$(+20):(-5) = -4 \text{ pois } (-4)\cdot(-5) = +20$$
$$(-20):(+5) = -4 \text{ pois } (-4)\cdot(+5) = -20$$

Obs.: A divisão no conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$), nem sempre pode ser realizada, o mesmo conceito, vale para os números inteiros ($\mathbb{Z}$). Por exemplo**:**

O resultado de $7 \div 5 \notin \mathbb{N}$. Da mesma forma, $(-7) \div 5 \notin \mathbb{Z}$

No conjunto $\mathbb{Z}$, assim, como no conjunto $\mathbb{N}$, a divisão não é comutativa e não é associativa.

Potenciação com números inteiros.

A potenciação no conjunto dos números inteiros deve ser analisada em dois casos:

1º caso: Base positiva.

Quando a base é positiva, a potência sempre será positiva. Observe:

$$(+2)^3 = (+2) \cdot (-2) \cdot (+2) = +8$$

$$(+2)^4 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +32$$

2º caso: Base negativa.

Quando a base é negativa, a potência será positiva quando o expoente for par, e negativa quando o expoente for ímpar. Observe:

$$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$$

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$$

$$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = +16$$

Casos especiais:

→ $(0)^n = 0$, para $n \neq 0$.

→ $(n)^0 = 1$, para $n \neq 0$.

→ $(1)^n = 1$

→ $(n)^1 = n$

Expressões numéricas com números inteiros.

Assim como acontece nos números naturais, para resolver uma expressão numérica devemos seguir uma ordem de resolução.

A prioridade para as expressões numéricas, quando essas possuem parênteses, colchetes e chaves (sinais de associação) deve ser:

Em **primeiro** lugar, as operações que estiverem dentro de parênteses devem ser feitas antes de todas as outras.

Em **segundo** lugar, as operações que estiverem dentro de colchetes devem ser realizadas.

Em **terceiro** lugar, as operações que restarem dentro das chaves devem ser calculadas.

Por **último**, realizar as operações que restarem fora das chaves.

É importante lembrar que as operações também possuem prioridades, estando elas dentro ou fora dos parênteses, colchetes ou chaves.

A ordem para resolver as operações apresentadas nas expressões numéricas é

Em **primeiro** lugar, resolvemos as potenciações ou raízes.

Em **segundo** lugar, as multiplicações ou divisões. Não existe prioridade entre essas operações, portanto, multiplicar ou dividir primeiro, não irá alterar o valor final.

3º Adições e subtrações: essas operações são as últimas a serem feitas no ranking de prioridade das expressões numéricas, podendo, também, serem realizadas em qualquer ordem.

Exemplo:

$$\{[(2 + 5 \cdot 3) \cdot 2 - 7] \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{[(2 + 15) \cdot 2 - 7] \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{[17 \cdot 2 - 7] \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{[34 - 7] \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{27 \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{270 + 1\} + 16 =$$

$$271 + 16 =$$

$$287$$

Professor(a), a **atividade 1** retoma as operações com números inteiros, habilidades trabalhadas no material de fevereiro. Revise com os estudantes as operações com números inteiros, procurando compreender as regras envolvendo os sinais dos números. Todas as outras atividades dessa aula serão baseadas nessas operações, por isso é importante retomar essas regras nesta etapa inicial.

1. Complete a seguinte tabela, calculando as operações de números inteiros. (Como no exemplo)

x	y	$x + y$	$x - y$	$x \cdot y$	$x \div y$
+ 4	**+ 2**	(+ 4) + (+ 2) = $+4 + 2 =$ + 6	(+ 4) – (+ 2) = $+4 - 2 =$ + 2	(+4) · (+2) = + 8	(+4) ÷ (+2) = + 2
– 15	**+ 5**				
+ 24	**– 4**				
– 12	**– 4**				
– 1	**0**				

Sugestão de resolução:

x	y	$x + y$	$x - y$	$x \cdot y$	$x \div y$
+ 4	**+ 2**	(+ 4) + (+ 2) = $+4 + 2 =$ + 6	(+ 4) – (+ 2) = $+4 - 2 =$ + 2	(+4) · (+2) = + 8	(+4) ÷ (+2) = + 2
– 15	**+ 5**	$(-15) + (+5)$ $= -15 + 5 =$ -10	(– 15) – (+ 5) = $-15 - 5 =$ – 20	$(-15) \cdot (+5) = -75$	$(-15) \div (+5) = -3$
+ 24	**– 4**	$(+24) + (-4)$ $= +24 - 4 =$ $+20$	(+ 24) – (– 4) = $+24 + 4 =$ + 28	$(+24) \cdot (-4) = -48$	$(+24) \div (-4) = -6$
– 12	**– 4**	$(-12) + (-4)$ $= -12 - 4 =$ -16	(– 12) – (–4) = $-12 + 4 =$ -8	$(-12) \cdot (-4) = +48$	$(-12) \div (-4) = +3$
– 1	**0**	$(-1) + (0) =$ $-1 + 0 =$ -1	$(-1) - 0 =$ $-1 - 0 =$ -1	$(-1) \cdot (0) = -1$	$(-1) \div (0) = \nexists$

D18 - Efetuar cálculos com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).

Professor(a), a **atividade 2** leva o estudante a reconhecer a ideia de juntar à operação de adição, porém com números positivos e negativos, desenvolvendo, dessa forma, a habilidade em resolver problemas envolvendo o conjunto dos números inteiros.

2. Sílvio depositou em sua conta bancária as importâncias de R$ 300,00 e R$ 200,00. Posteriormente, retirou R$ 350,00 e R$ 250,00. Escreva uma expressão numérica que representa essa movimentação bancária, e calcule o saldo final na conta.

Sugestão de resolução:

$(+300) + (+200) + (-350) + (-250) =$

$+300 + 200 - 350 - 250 =$

$+500 - 600 = -100$

Sílvio ficou com o saldo igual a $-R\$100{,}00$.

D20 A - Resolver problemas de adição com números inteiros.

Professor(a), a **atividade 3** tem como objetivo levar o estudante a reconhecer a ideia de "tirar" à operação de subtração, porém com números positivos e negativos, desenvolvendo, dessa forma, a habilidade em resolver problemas envolvendo o conjunto dos números inteiros.

3. Francisco possui uma conta especial no banco em que é cliente, pois é permitido que ele saque mais dinheiro do que tem na conta. Obviamente, o banco cobra por isso.

Certo dia, Francisco verificou que tinha um saldo de R$ 180,00, mas realizou um saque de R$ 350,00. Qual o valor do saldo na conta de Francisco após essa movimentação?

Sugestão de solução:

$(+180) - (+350) = 180 - 350 = -170$

D 20 B - Resolver problemas de subtração com números inteiros.

Na **atividade 4**, será abordada a multiplicação relacionada à ideia de adição de parcelas iguais, porém, com números inteiros. O exercício pode ser resolvido apenas com adição e/ou subtração, porém o objetivo é utilizar a multiplicação afim de simplificar os cálculos.

4. Um alpinista, ao subir uma montanha, percebe que a temperatura diminui 2 °C a cada dia. Quando ele saiu da base da montanha, a temperatura era 18 °C. Duas semanas depois ele chegou ao topo da montanha. Calcule qual era a temperatura que ele encontrou ao término da escalada.

Fonte: br.freepik.com / Acesso em 19/02/2023

Sugestão de resolução:
Duas semanas: 14 dias.
$(+18) + 14 \cdot (-2) = +18 - 28 = -10°C$
D 20 C - Resolver problemas de multiplicação com números inteiros.

Professor(a), a atividade **5** propõe que o estudante divida um valor em parcelas iguais, após acrescentar um valor correspondente a uma multa. Esta atividade levará o estudante a revisar o cálculo de porcentagem, e utilizar a divisão de números inteiros na resolução de um problema. Aproveite esta atividade para relacionar números negativos com dívidas, pois dessa forma, a compreensão das regras dos sinais se torna mais acessível.

5. Carlos Alberto possui uma dívida com um banco no valor de R$ 1800,00. Para facilitar a quitação (pagamento) da dívida, o banco facilitou para Carlos dividindo esta dívida em quatro parcelas iguais, cobrando 10% de multa sobra a dívida.

a) Qual o valor da dívida acrescida da multa?

b) Apresente a proposta de pagamento feita pelo banco, utilizando uma expressão numérica que envolva números inteiros, e calcule o valor de cada parcela que Carlos irá pagar.

Sugestão de resolução:
a) Multa: 10% de $1800 = \frac{10}{100}$ de $1800 = 180$
Valor total da dívida com a multa: $1\,800 + 180 = 1\,980$
b) Como é uma dívida, vamos representar por -1980.
Valor de cada parcela: $(1980) \div 4 = 495$
D20 D - Resolver problemas de divisão com números inteiros.

Professor(a), a **atividade 6** tem como objetivo levar o estudante a desenvolver a habilidade em calcular potências envolvendo números inteiros. Retome a ideia de que a potenciação é uma forma simplificada de se expressar multiplicações com fatores iguais. Aproveite, e retome as regras da multiplicação de inteiros para justificar os sinais das potências envolvendo números inteiros. Reitere a diferença entre calcular uma potência de um número negativo entre parênteses ($(-2)^2$) e sem parênteses (-2^2). Reveja os casos especiais, quando o expoente ou a base é igual a 0 ou 1.

6. Compare as potenciações a seguir, utilizando os sinais >, < ou =.

a) $(-2)^2$ $\qquad$ $(-2)^3$

b) $(-2)^2$ $\qquad$ $(+2)^2$

c) $(-7)^0$ $\qquad$ $(-1)^4$

d) $(-3)^2$ $\qquad$ $(+2)^4$

e) $(0)^5$ $\qquad$ $(-4)^0$

f) $(-4)^2$ $\qquad$ $(+2)^3$

g) $(-4)^1$ $\qquad$ -2^2

h) -2^2 $\qquad$ -2^3

Sugestão de resolução:
a) $(-2)^2 > (-2)^3$, pois $(-2)^2 = +4$, $(-2)^3 = -8$ e $+4 > -8$.
b) $(-2)^2 = (+2)^2$, pois $(-2)^2 = +4$, $(+2)^2 = +4$ e $+4 = +4$.
c) $(-7)^0 = (-1)^4$, pois $(-7)^0 = +1$, $(-1)^4 = +1$ e $+1 = +1$.
d) $(-3)^2 > (+2)^4$, pois $(-3)^2 = +9$, $(+2)^4 = +8$ e $+9 > +8$.
e) $(0)^5 < (-4)^0$, pois $(0)^5 = 0$, $(-4)^0 = +1$ e $0 < +1$.
f) $(-4)^2 > (+2)^3$, pois $(-4)^2 = +16$, $(+2)^3 = +8$ e $+16 > +8$.
g) $(-4)^1 = -2^2$, pois $(-4)^1 = -4$, $-2^2 = -4$ e $-4 = -4$.
h) $-2^2 > -2^3$, pois $-2^2 = -4$, $-2^3 = -8$ e $-4 > -8$.

D20 E - Resolver problemas de potenciação com números inteiros.

Professor(a), a **atividade 7** tem como objetivo retomar as regras de prioridade na resolução de expressões numéricas que envolvem duas ou mais operações. Se achar conveniente, utilize exemplos mais simples com duas ou três operações antes de trabalhar esta atividade.

7. Associe cada expressão numérica da primeira coluna com os possíveis resultados apresentados na segunda coluna.

(A) $5 - \{+3 - [(+2)^2 - (-5)^2 + 6 - 4]\}$	( ) -4
(B) $15 - \{-3 + [(5-6)^2 \cdot (9-8)^2 + 1]\}$	( ) -17
(C) $18 - \{6 - [-3 - (5-4) - (7-9)^3] - 1\}$	( ) 16
(D) $-2 + \{-5 - [-2 - (-2)^3 - 3 - (3-2)^3] + 5\}$	( ) 17

Gabarito:
(D) -4
(A) -17
(B) 16
(C) 17

Sugestão de resolução:
(A) $5 - \{+3 - [(+2)^2 - (-5)^2 + 6 - 4]\} =$
$5 - \{+3 - [+4 - (+25) + 6 - 4]\} =$
$5 - \{+3 - [+4 - 25 + 6 - 4]\} =$
$5 - \{+3 - [-21 + 2]\} =$
$5 - \{+3 - [-19]\} =$
$5 - \{+3 + 19\} =$
$5 - \{+22\} =$
$5 - 22 = -17$

(B) $15 - \{-3 + [(5-6)^2 \cdot (9-8)^2 + 1]\} =$
$15 - \{-3 + [(-1)^2 \cdot (1)^2 + 1]\} =$
$15 - \{-3 + [1 \cdot 1 + 1]\} =$
$15 - \{-3 + [1 + 1]\} =$
$15 - \{-3 + 2\} =$
$15 - \{-1\} =$
$15 + 1 = 16$

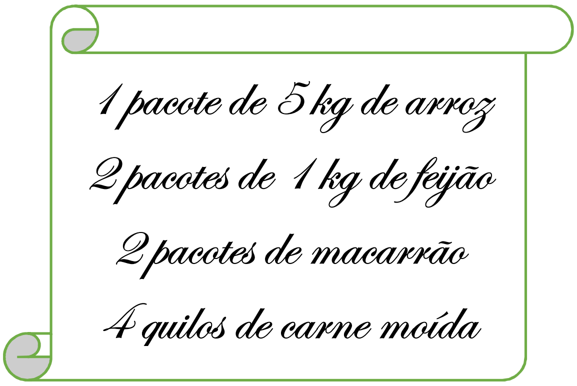
(C) $18 - \{6 - [-3 - (5 - 4) - (7 - 9)^3] - 1\} =$
$18 - \{6 - [-3 - (+1) - (-2)^3] - 1\} =$
$18 - \{6 - [-3 - (+1) - (-8)] - 1\} =$
$18 - \{6 - [-3 - 1 + 8] - 1\} =$
$18 - \{6 - [+4] - 1\} =$
$18 - \{6 - 4 - 1\} =$
$18 - \{1\} =$
$18 - 1 = 17$

(D) $-2 + \{-5 - [-2 - (-2)^3 - 3 - (3 - 2)^3] + 5\} =$
$-2 + \{-5 - [-2 - (-2)^3 - 3 - (1)^3] + 5\} =$
$-2 + \{-5 - [-2 - (-8) - 3 - 1] + 5\} =$
$-2 + \{-5 - [-2 + 8 - 3 - 1] + 5\} =$
$-2 + \{-5 - [+6 - 4] + 5\} =$
$-2 + \{-5 - [+2] + 5\} =$
$-2 + \{-5 - 2 + 5\} =$
$-2 + \{-2\} =$
$-2 - 2 = -4$

D20 F - Resolver problemas de expressões numéricas com números inteiros envolvendo as quatro operações.

Professor(a), a **atividade 8** tem como objetivo levar o estudante a desenvolver a habilidade de resolver problemas que envolvem expressões numéricas com mais de uma operação. Retome nesta atividade as ideias relacionadas a cada operação assim como as regras de prioridade de resolução.

8. Fernanda foi ao supermercado para comprar os itens descritos na seguinte lista:



Observe a tabela de preços do supermercado:

Produto	Preço (R$)
Pacote de arroz (5kg)	18,00
Pacote de feijão (1 kg)	8,00
Pacote de macarrão	7,00
Carne moída (1 Kg)	26,00

Sabendo que Fernanda utilizou duas notas de R$ 100,00 para pagar essa compra, quanto ela recebeu de troco?

Sugestão de resolução:
$200 - (1 \cdot 18 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 26) =$
$200 - (18 + 16 + 14 + 104) =$
$200 - (34 + 14 + 104) =$
$200 - (48 + 104) =$
$200 - (152) =$
48 reais.

D20 F - Resolver problemas de expressões numéricas com números inteiros envolvendo as quatro operações.

Professor(a), a **atividade 9** tem como objetivo fazer com que o estudante desenvolva a habilidade de utilizar a potenciação na resolução de problemas. Reitere que a potenciação é uma maneira simplificada de expressar uma multiplicação de fatores iguais.

9. Em sua chácara, Wagner possui 10 pés de laranja. Ao conferir sua plantação, Wagner verificou que cada pé de laranja possui 10 galhos e em cada galho tem 10 laranjas. Quantas laranjas Wagner contou?

Sugestão de resolução:
$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$ laranjas.

D20 G - Resolver problemas de expressões numéricas com números inteiros envolvendo potenciação.

Professor(a), a **atividade 10** tem como objetivo fazer com que o estudante desenvolva a habilidade de ler, interpretar e resolver problemas envolvendo números inteiros, utilizando a adição e a subtração na resolução dos problemas. Reforce que a leitura atenta, e às vezes, até repetida, é muito importante para a interpretação correta do problema.

10. Observe a seguir o extrato bancário da conta de Maria. A coluna do saldo foi manchada por café a partir da segunda linha. Descubra o saldo da conta de Maria.

BANCO CIFRA

	EXTRATO	
	Emissão 12/07	Folha 3/4
Nome Maria das Graças Moura	Agência 4289	Conta 27.349-4

Data	Histórico	Crédito	Débito	Saldo
	Saldo em 25/06			900,00
27/06	Depósito	480,00		0,00
30/06	Cheque compensado		-1240,00	00
01/07	Boleto – Companhia de energia		-110,00	0
04/07	Débito automático Internet		-70,00	00
07/07	Transferência online	800,00		00
10/07	Saque TAA		-230,00	00
12/07	Pagamento de título		-600,00	,00

a) O que é proposto nessa atividade?
b) Quais informações estão presentes no extrato bancário?
c) Qual era o valor do saldo dessa conta bancária em 25 de junho?
d) Houve algum saque nessa conta? De quanto? Em que dia?
e) Ocorreu algum depósito nessa conta? De qual valor? Em que dia?
f) Além do saldo inicial, quais são os outros dados a serem considerados para resolver esse problema?
g) Quantos valores estão acompanhados do sinal de "menos"? Qual é o significado desse sinal?
h) Escreva uma expressão para calcular os todos os valores creditados nessa conta.
i) Escreva uma expressão para o cálculo de todos os valores debitados dessa conta
j) Determine o total creditado nessa conta.
k) Qual foi o total debitado nessa conta?
l) Agora, escreva uma expressão para determinar o saldo dessa conta no dia 12 de julho e calcule o valor desse saldo.
m) No dia 12 de julho, o saldo da conta era positivo ou negativo? Por quê? Qual o significado do sinal nesse saldo?

n) Complete a coluna do saldo diário no extrato a seguir:

Data	**Histórico**	**Crédito**	**Débito**	**Saldo**
	Saldo em 25/06			900,00
27/06	Depósito	480,00		
30/06	Cheque compensado		-1240,00	
01/07	Boleto – Companhia de energia		-110,00	
04/07	Débito automático Internet		-70,00	
07/07	Transferência online	800,00		
10/07	Saque TAA		-230,00	
12/07	Pagamento de título		-600,00	

Sugestão de resolução:

a) Determinar o saldo da conta bancária de maria no dia 12 de julho.
b) Há informações sobre o saldo inicial, sobre as transações realizadas no período de 27 de junho a 12 de julho, sobre o nome do titular da conta, sobre os números da agência bancária e da conta e a data em que o extrato foi emitido.
c) R$ 900,00
d) Sim, de R$ 230,00 em 10 de julho.
e) Sim de R$ 480,00 em 27 de junho.
f) Todos os valores creditados e debitados dessa conta.
g) Cinco valores. O sinal de menos significa que esses valores foram subtraídos da conta.
h) $480 + 800$
i) $(-1240) + (-110) + (-70) + (-230) + (-600)$
j) $480 + 800 = 1280$
k) $(-1240) + (-110) + (-70) + (-230) + (-600) = -1240 - 110 - 70 - 230 - 600 = -2250$
l) $900 + 1280 - 2250 = 1080 - 2250 = -70$
m) O saldo era negativo, pois o total de débitos era maior que o saldo inicial da conta somado com os valores creditados. O sinal negativo do saldo significa que Maria deve ao banco, nesse caso, 70 reais.

n)

Data	Histórico	Crédito	Débito	Saldo
	Saldo em 25/06			900,00
27/06	Depósito	480,00		1380,00
30/06	Cheque compensado		-1240,00	140,00
01/07	Boleto – Companhia de energia		-110,00	30,00
04/07	Débito automático Internet		-70,00	-40,00
07/07	Transferência online	800,00		760,00
10/07	Saque TAA		-230,00	530,00
12/07	Pagamento de título		-600,00	-70,00

D20 H - Ler, interpretar e resolver problema envolvendo números inteiros

Professor(a), a **atividade 11** é um item que irá avaliar se a habilidade em resolver problemas envolvendo o conjunto dos números inteiros foi consolidada pelos estudantes. Caso identifique dificuldades, proponha outros exercícios trabalhando separadamente as operações e depois associando cada uma delas a algum problema do cotidiano de seus estudantes. Boa aula!

11. Na correção de um teste de matemática, cada questão certa vale $+5$ pontos, cada questão errada vale -2 pontos, e cada questão não respondida vale -1 ponto.
Das 20 questões do teste, Miguel acertou 12, errou 4 e deixou de responder as restantes.
A nota de Miguel, nesse teste, foi igual a
(A) 42.
(B) 48.
(C) 54.
(D) 60.

Gabarito: B
Sugestão de resolução: $12 \cdot (+5) + 4 \cdot (-2) + 4 \cdot (-1) = 60 - 8 - 4 = 48$.
D20 – Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)