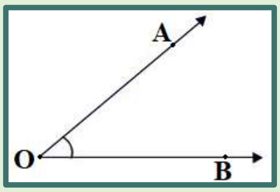
REVISA GOIÁS MARÇO - MATEMÁTICA
9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL/ 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

AULA 01 – ÂNGULOS

Relembrando

Ângulo é uma figura geométrica plana formada por duas semirretas de mesma origem. Essa figura é utilizada para representar giros ou aberturas. As semirretas que o formam são os lados do ângulo e o ponto de origem é o vértice.

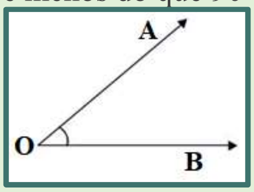


Na figura acima está ilustrado o ângulo $A\hat{O}B$ (ou $B\hat{O}A$) no qual as semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são os lados e o ponto O é o vértice. Observe que, ao nomear o ângulo, a letra que representa o vértice fica no meio com um acento circunflexo acima.

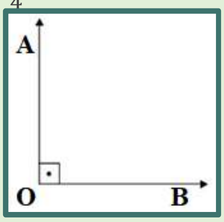
A medida do ângulo é em função da abertura (ou giro) entre seus lados. As duas unidades de medida mais utilizadas são o grau (°) e o radiano (rad). Nessa aula vamos trabalhar apenas com o grau. Um grau corresponde a $\frac{1}{360}$ de uma volta completa (giro completo). Temos então, que uma volta completa, mede 360 graus.

Tipos de Ângulos: Conforme as suas medidas, os ângulos são definidos em nulo, reto e raso. E são classificados em agudo ou obtuso.

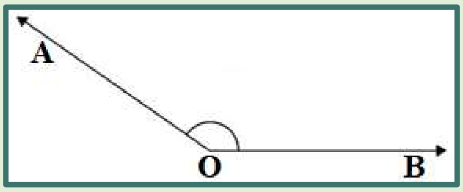
Ângulo agudo: mede mais do que 0° e menos do que 90º.



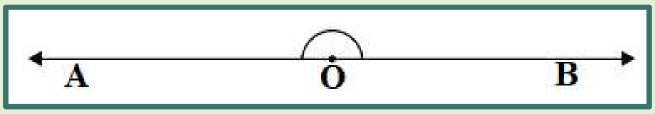
Ângulo reto: mede o correspondente a $\frac{1}{4}$ de uma volta, ou seja, 90º.



Ângulo obtuso: mede mais do que 90º e menos do que 180º.



Ângulo raso: mede o correspondente a $\frac{1}{2}$ de uma volta, ou seja, 180º.



Na sequência, os ângulos serão utilizados como suportes para descrever giros ou mudanças de direção em trajetos apresentados em croquis ou mapas.

Os relógios a seguir, apresentam o mesmo instante em diferentes cidades, com diferentes fusos horários.

Fonte: www.dreamstime.com / Acesso em 17 de fevereiro 2023 (Adaptado)

O ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos, formam um ângulo reto em um desses horários marcados. Qual é o horário, e em qual das cidades?

2. Os relógios a seguir, apresentam o horário em diferentes cidades com diferentes fusos horários.

Fonte: www.dreamstime.com / Acesso em 17 de fevereiro de 2023 (Adaptado)

O ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos, formam um ângulo raso em um desses horários marcados. Qual é o horário, e em qual das cidades?

3. Os relógios representados a seguir, apresentam o horário em diferentes cidades com diferentes fusos horários.

Fonte: www.dreamstime.com / Acesso em 17 de fevereiro de 2023 (Adaptado)

a) O ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos, formam um ângulo agudo em alguns desses horários marcados. Quais são os horários, e em quais das cidades?

b) O ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos, formam um ângulo obtuso em alguns desses horários marcados. Quais são os horários, e em quais das cidades?

4. Observe o trajeto que Alex utiliza para ir de sua casa ao trabalho de bicicleta.

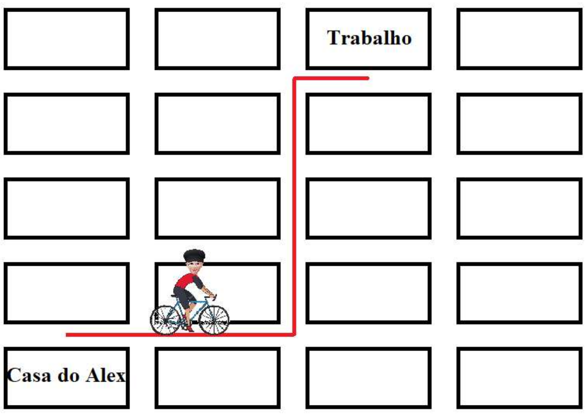


Figura elaborada pelo autor

Considerando o trajeto apresentado, responda:

a) Quantas vezes Alex precisou mudar de direção?

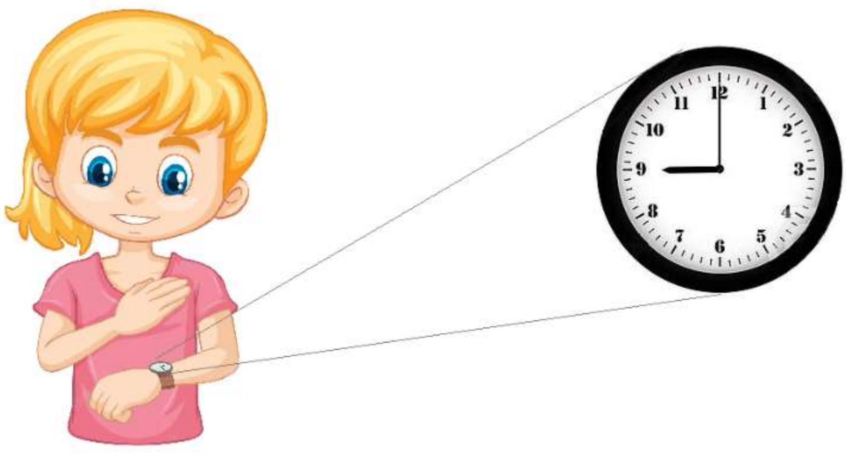
b) Qual a medida em graus, das mudanças de direção que Alex executou em seu trajeto?

5. Observe no mapa a seguir, o trajeto feito por um avião que decolou no Rio de Janeiro e aterrissou em Manaus.

Fonte: https://www.queroviajarmais.com/brasil/Acesso em 23 de fevereiro de 2023 (Adaptada)

Durante o trajeto, o piloto mudou de direção duas vezes. Descreva com suas palavras, utilizando seus conhecimentos sobre ângulos, as mudanças de direção feitas pelo piloto.

6. A professora Sandra chegou à escola em que trabalha, e verificou o horário representado na figura a seguir.



Fonte: https://br.freepik.com/ Acesso em 23 de fevereiro de /2023 (Figura adaptada pelo autor).

O menor ângulo formado pelos ponteiros desse relógio é um ângulo
(A) agudo.
(B) reto.
(C) obtuso.
(D) raso.

7. O desenho a seguir, representa o botão de volume de um aparelho de som. Para aumentar o volume, o botão deve ser girado no sentido horário.

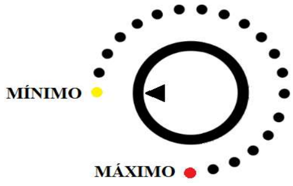


Figura elaborada pelo autor

Quantos graus esse botão deve ser girado para que se atinja o volume máximo?
(A) 90°
(B) 180°
(C) 270°
(D) 360°

AULA 2 – TRANSFRMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Relembrando

Transformações Geométricas

Transformações Geométricas são “movimentos” ou mudanças que podem ser feitas em uma figura dada, de modo a obter uma outra figura igual ou semelhante às original.

Quando se realiza alguma transformação geométrica podem ocorrer duas situações:

- A figura obtida é exatamente igual à figura original;
- A figura obtida mantém o formato do original, porém é maior ou menor.

Quando a forma e as medidas são preservadas, isto é, a figura transformada é igual à figura original, as transformações que realizamos são chamadas de **isometrias**. Agora, quando a figura é ampliada ou reduzida, ou seja, quando a forma é mantida, mas as medidas são alteradas, a transformação realizada é chamada de **homotetia**.

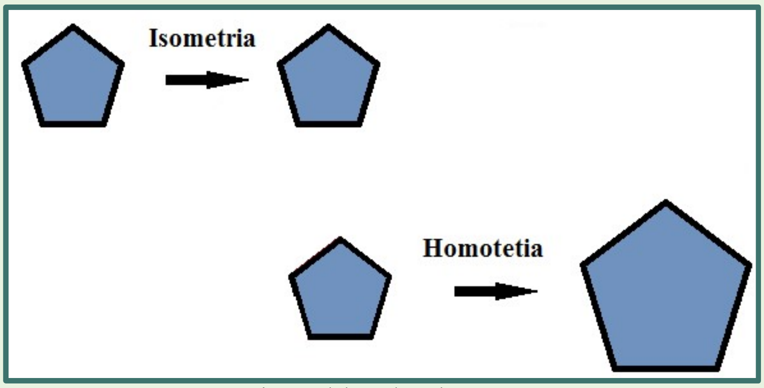


Figura elaborada pelo autor.

Estudaremos nessa aula esses dois grupos de transformações geométricas.

As **isometrias** (ou **simetrias**) podem modificar a posição de uma figura no plano, mas produzem sempre figuras que têm a mesma forma e as mesmas medidas, ou seja, produzem **figuras congruentes** à original. São elas: **translação, reflexão** e **rotação.**

TRANSLAÇÃO

A translação é a isometria pela qual a figura é deslocada em determinada direção e/ou sentido, mantendo uma mesma distância entre cada um dos pontos da figura original e o correspondente da figura obtida. Na figura a seguir, o triângulo DEF é congruente ao triângulo ABC.

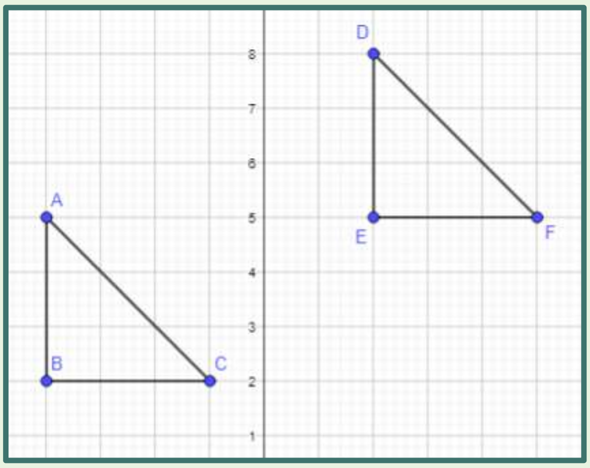


Figura elaborada pelo autor.

Reflexão

Uma figura pode ser refletida em um plano de dois modos: em relação a uma reta ou em relação a um ponto.

Na figura a seguir, o triângulo DEF foi obtido do triângulo ABC a partir da reflexão em relação à reta r indicada. Dizemos que esses dois triângulos são simétricos em relação à reta r, que é o eixo de reflexão ou eixo de simetria, e que o triângulo DEF é a imagem do triângulo ABC. A simetria em relação a uma reta é chamada de **simetria axial.**

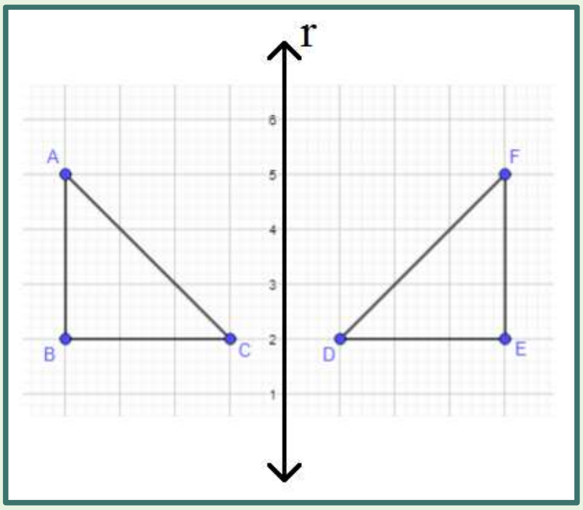


Figura elaborada pelo autor.

Na figura a seguir, o triângulo DEF foi obtido do triângulo ABC a partir da reflexão em relação ao ponto P indicado. Dizemos que esses dois triângulos são simétricos em relação ao ponto P. A simetria em relação a um ponto é chamada de **simetria central.**

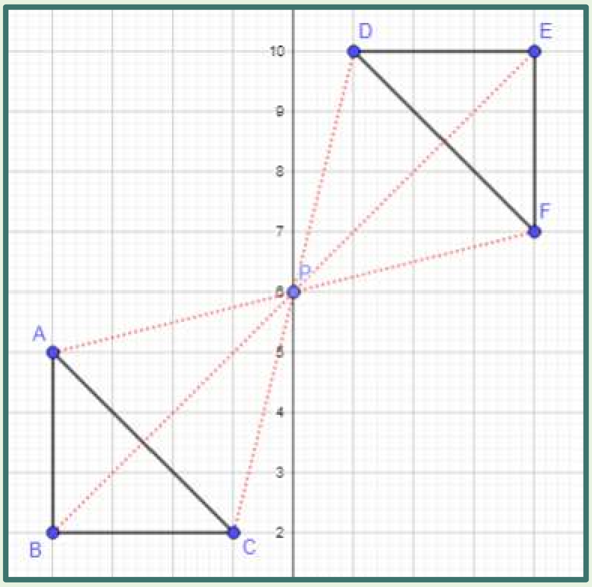


Figura elaborada pelo autor.

Rotação

A rotação é a isometria pela qual uma nova figura é obtida a partir de um giro da figura original ao redor de um único ponto fixo. Esse ponto é chamado de centro de rotação. Em uma rotação, o giro pode ser feito no sentido horário ou no sentido anti-horário, segundo certo ângulo. Na figura a seguir, o triângulo CDE foi obtido do triângulo ABC a partir da rotação em relação ao ponto C indicado. A rotação foi de 90° no sentido horário. A rotação pode ser também no sentido anti-horário e também em torno de um ponto que não pertença a figura.

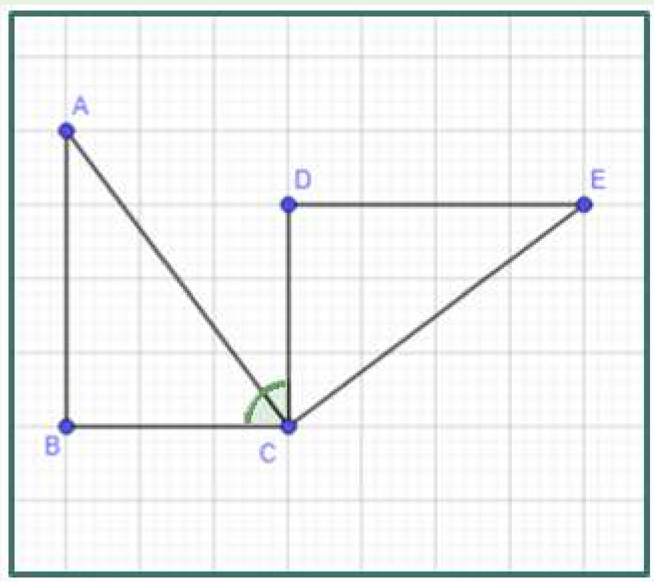


Figura elaborada pelo autor.

Quando se aplica a **homotetia** em alguma figura, as características principais, como a forma e os ângulos, são preservadas; mas o tamanho da figura sofre alterações, isto é, a figura é ampliada ou reduzida. Nesses casos são obtidas **figuras semelhantes**.

AMPLIAÇÃO

Na figura a seguir o triangulo A'B'C' foi obtido através de uma homotetia de ampliação do triângulo ABC.

O que é muito importante de se constatar, é que a forma e as medidas dos ângulos internos não se alteraram, mas as medidas lineares (dos lados) se alteraram na mesma razão. Observe que cada lado do triângulo A'B'C' é o dobro de lado correspondente no triângulo ABC.

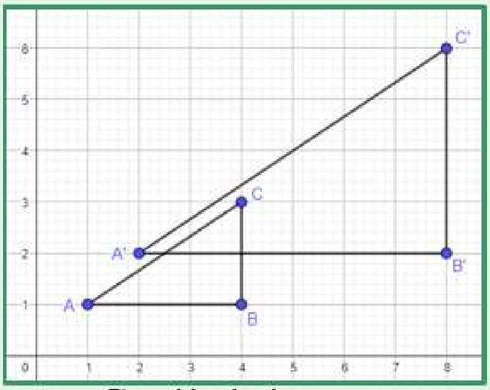


Figura elaborada pelo autor.

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = 2$$

REDUÇÃO

Na figura a seguir o quadrado A'B'C'D' foi obtido através de uma homotetia de redução do quadrado ABCD.

O que é muito importante de se constatar, é que a forma e as medidas dos ângulos internos não se alteram, mas as medidas lineares (dos lados) se alteraram na mesma razão. Observe que cada lado do quadrado A'B'C'D' é a metade do lado correspondente no quadrado ABCD.

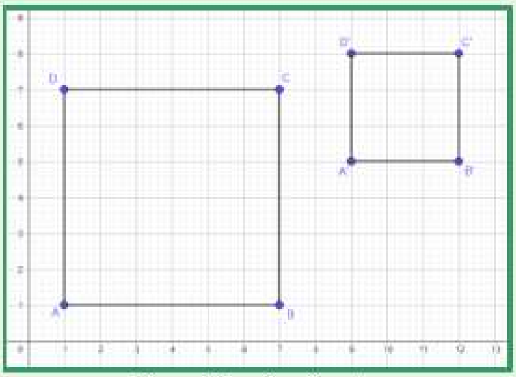


Figura elaborada pelo autor.

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{A'D'}}{\overline{AD}} = \frac{1}{2}$$

Observação: a razão encontrada na ampliação ou na redução é chamada de **razão de homotetia.**

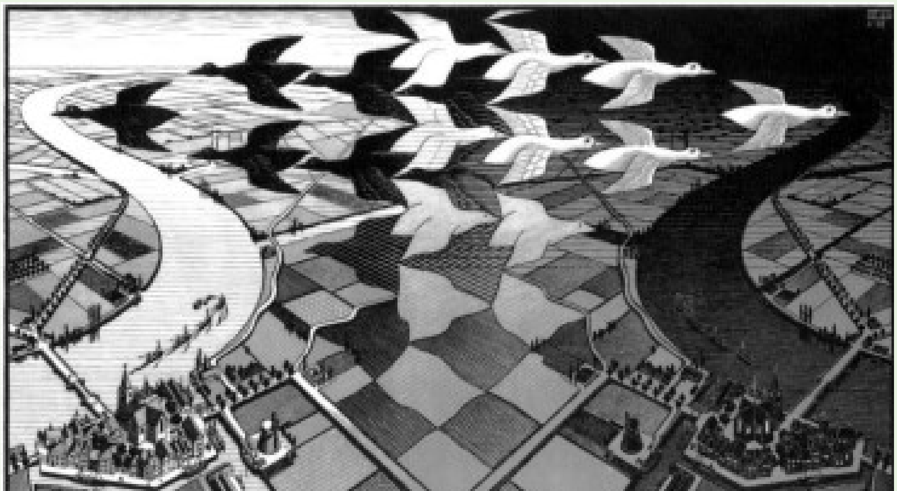
Curiosidade!

Fonte: https://br.freepik.com/ Acesso em 31/08/2021

No que diz respeito à Geometria das Transformações, Mauritus Cornelis Escher, artista holandês (1898 – 1972) utilizou-as significativamente em seus estudos e mostrou ser, além de grande artista, um matemático hábil e especializado. Escher, famoso por manipular a geometria visando traçar desenhos com paradoxos visuais, preenchimento regular do plano, explorações do infinito e as metamorfoses - padrões geométricos entrecruzados que se transformam gradualmente para formas completamente diferentes. Utilizou simetrias de reflexão, de rotação, de translação e composição destas simetrias em suas obras. Uma das principais contribuições da obra deste artista está na sua capacidade de gerar imagens com impressionantes efeitos de ilusões de ótica, com notável qualidade técnica e estética, tudo isto, respeitando as regras geométricas do desenho e da perspectiva. Escher, em seus desenhos, fazia uso do plano bidimensional no papel, proporcionando certas mudanças nos traços, mas sem alterar o polígono original. Surgindo assim uma gama de possibilidades. Foi considerado um artista matemático, sobretudo geométrico.

Dia e Noite - além de todos os aspectos geométricos – figura que apreciaremos a seguir, provoca uma reflexão sobre as nossas próprias "migrações", sobre o que levamos e o que deixamos de cada uma delas, e o mais importante: o que fazemos com todas essas mudanças. (O mundo mágico de Escher – exposição.

Fonte: https://w https://www.ime.unicamp.br/sites/default/files/lem/material/geometria_das_transformacoes.pdf / Acesso em 27 de fev. de 2023



Fonte: https://w https://www.ime.unicamp.br/sites/default/files/lem/material/geometria_das_transformacoes.pdf / Acesso em 27 de fev. de 2023

1. Na figura a seguir, o triângulo DEF é imagem do triângulo ABC. Qual foi a transformação geométrica

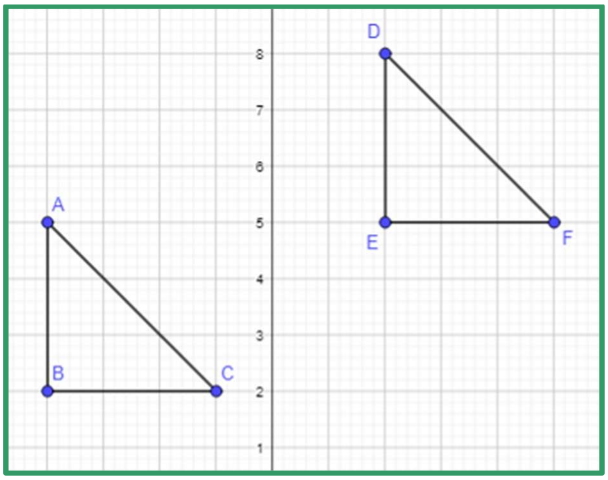


Figura elaborada pelo autor.

2. No plano cartesiano a seguir, o triângulo ADE foi obtido a partir do triângulo ABC. Qual foi a transformação geométrica utilizada no triângulo ABC para obter o triângulo ADE?

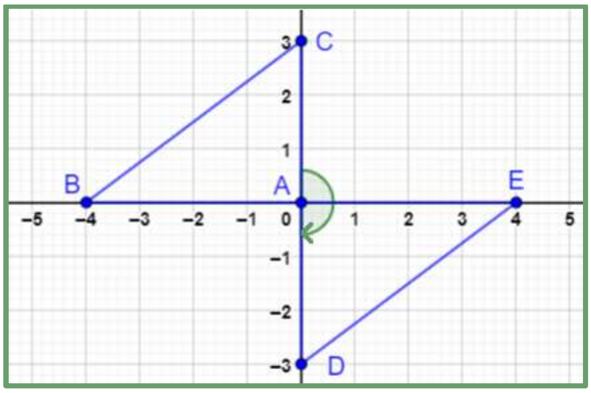


Figura elaborada pelo autor.

3. Observe a imagem a seguir.

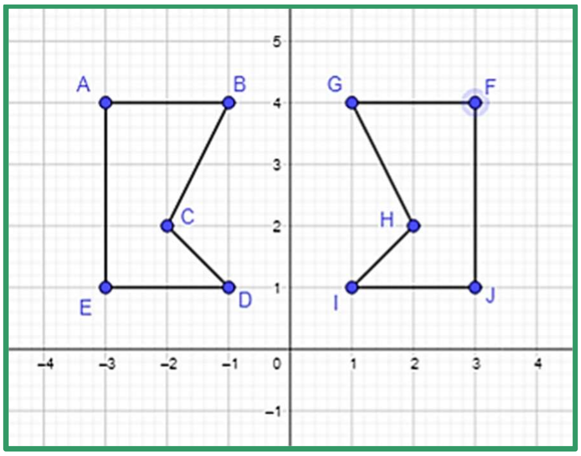
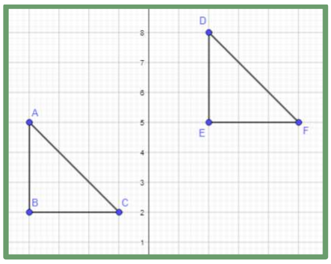


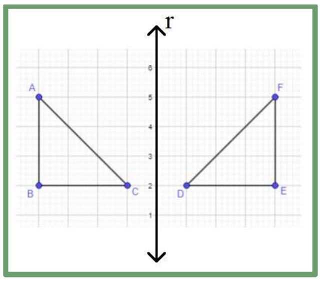
Figura elaborada pelo autor.

Que isometria foi utilizada para obter o pentágono FGHIJ, a partir do pentágono ABCDE?

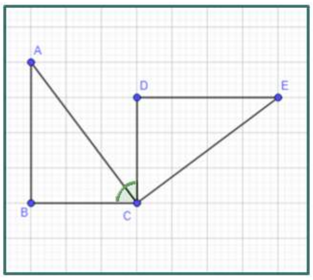
4. Associe as figuras da primeira coluna às transformações correspondentes na segunda coluna.

(A) 

( ) Reflexão.

(B) 

( ) Rotação.

(C) 

( ) Translação.

5. A figura a seguir, apresenta no plano cartesiano, o triângulo ADE obtido do triângulo ABC, a partir de duas transformações geométricas.

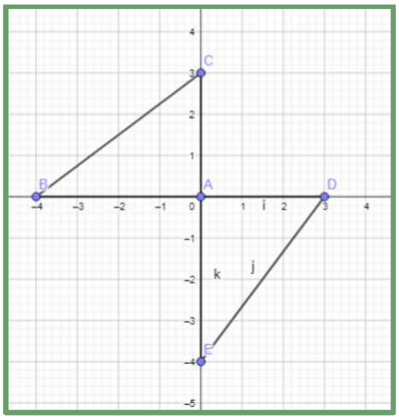


Figura elaborada pelo autor.

a) Cite as duas possíveis transformações geométricas sucessivas, que se aplicadas no triangulo ABC, obtém-se o triangulo ADE.

b) Seria possível obter o triângulo ADE a partir do triângulo ABC, com apenas uma transformação geométrica? Se for possível, qual é essa transformação?

____

c) Trace um eixo de simetria entre os dois triângulos.

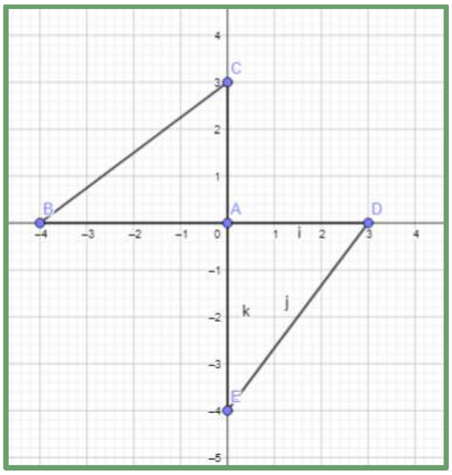


Figura elaborada pelo autor.

6. Analise a obra “Dois pássaros” do artista holandês Maurits Escher.

Fonte: https://w https://www.ime.unicamp.br/sites/default/files/lem/material/geometria_das_transformacoes.pdf / Acesso em 27 de fev. de 2023

Qual transformação geométrica você identifica nessa obra?

7. O triângulo DEF a seguir foi obtido através da ampliação do triângulo ABC. Sobre essa transformação homotética, responda as alternativas.

Observação: os triângulos foram construídos plano ρ.

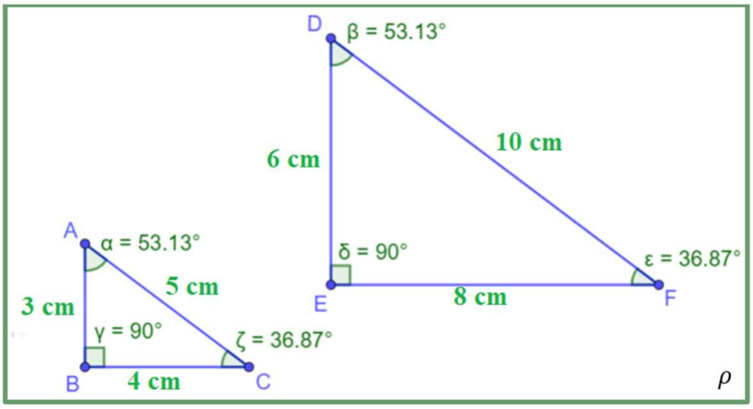


Figura elaborada pelo autor.

a) Quais as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC?
b) Quais as medidas dos ângulos internos do triângulo DEF?
c) O que se pode afirmar em relação às medidas dos ângulos internos dos triângulos ABC e DEF?
d) Quais as medidas dos lados do triângulo ABC?
e) Quais as medidas dos lados do triângulo DEF?
f) Identifique quais são os três pares de lados homólogos (ou correspondentes) nos triângulos ABC e DEF. Lembre-se que lados homólogos (ou correspondentes) são pares de lados, cada um em um triângulo, que se opõem a ângulos congruentes.
g) Qual a posição relativa entre os lados correspondentes?
h) Calcule a razão entre a medida de cada lado do triângulo ABC e a medida do seu lado homólogo (ou correspondente) no triângulo DEF.
i) Podemos afirmar que os lados do triângulo ABC são proporcionais aos lados do triângulo DEF? Justifique sua resposta.
j) Calcule o perímetro do triângulo ABC.
k) Calcule o perímetro do triângulo DEF.
l) Qual a razão entre as medidas dos perímetros dos triângulos DEF e ABC, nessa ordem? O que se pode afirmar ao comparar a razão entre os perímetros e as razões entre os lados homólogos?
m) Calcule a área do triângulo ABC.
n) Calcule a área do triângulo DEF.
o) Qual a razão entre as medidas das áreas dos triângulos DEF e ABC, nessa ordem? O que se pode afirmar ao comparar a razão entre as áreas e as razões entre os lados homólogos?

8. Construa um polígono regular e amplie por meio da homotetia, seguindo os passos a seguir.

a) Crie um polígono regular qualquer;
b) Cite pelo menos duas características que indica que esse polígono que você desenhou, se trata de um polígono regular.
c) Marque o ponto central no plano.
d) Trace semirretas partindo do ponto central passando pelos vértices do polígono regular.
e) Com ajuda de um compasso, marque pontos nas semirretas, determinando um novo polígono que tenha razão igual a 2 em relação ao primeiro polígono criado.
f) Utilize o esquadro ou a régua para traçar segmentos de reta, a partir dos vértices encontrados (Caso tenha necessidade, use cores diferentes para cada polígono)

g) Existe a proporção entre a figura original e sua ampliação? Por quê?
h) Que relação pode estabelecer entre os elementos desse polígono regular que te permita afirmar que é um polígono regular homotético?

9. Observe a figura a seguir.

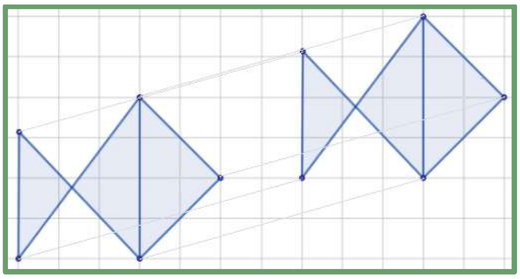


Figura adaptada pelo autor

Pode-se afirmar que uma das figuras foi obtida a partir da outra através de uma
(A) ampliação.
(B) reflexão.
(C) rotação.
(D) translação.

10. Na figura a seguir, o quadrilátero A'B'C'D' foi obtido através de uma transformação homotética (redução) a partir do quadrilátero ABCD.

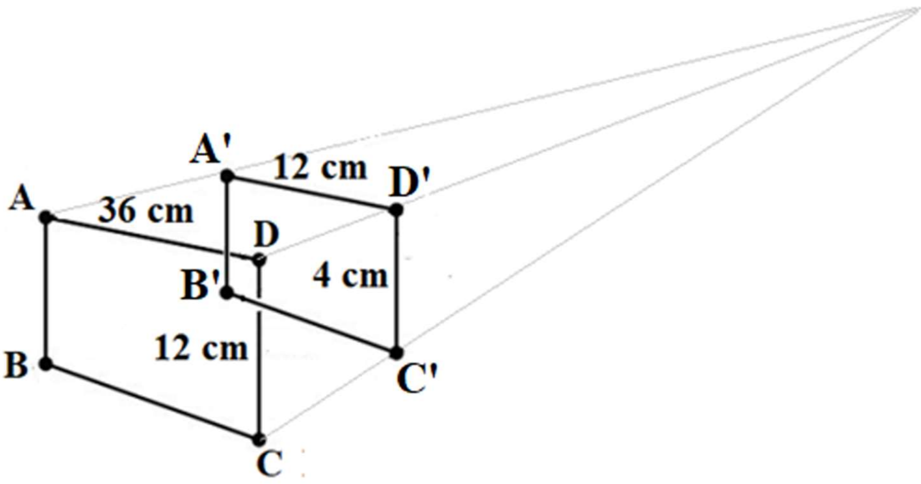


Figura adaptada pelo autor

A razão de homotetia nessa transformação é igual a
(A) $\frac{1}{2}$.
(B) $\frac{1}{3}$.
(C) $\frac{1}{4}$.
(D) $\frac{1}{5}$.

AULA 3 – PERÍMETROS

Relembrando

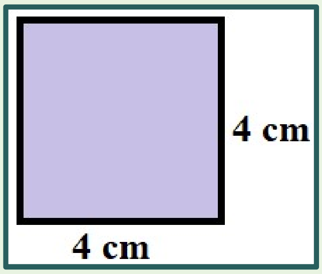
Perímetro

O perímetro é um cálculo muito importante no estudo de figuras planas, e mais importante ainda, suas aplicações no cotidiano e em outras áreas do conhecimento. O perímetro é o comprimento do contorno da figura, e o seu valor é encontrado quando calcula - se a soma de todos os lados da figura.

O perímetro é representado formalmente por 2P, e o semiperímetro, que é utilizado em outras situações, é representado por P.

Quando se trabalha com os polígonos, que são casos particulares de figuras planas, o seu perímetro é calculado através da soma do comprimento de todos os lados. Uma observação importante: todas as medidas devem estar na mesma unidade de medida.

Exemplo 1:

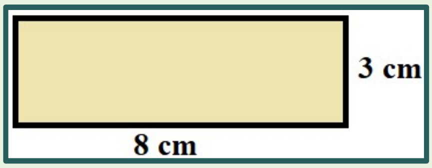


Nesse caso, a figura é uma região quadrada, cujo contorno é um quadrado, ou seja, é uma figura com todos os lados congruentes (medidas iguais). Dessa forma, tem-se que:

$$2P = 4 + 4 + 4 + 4$$

$$2p = 16\ cm$$

Exemplo 2



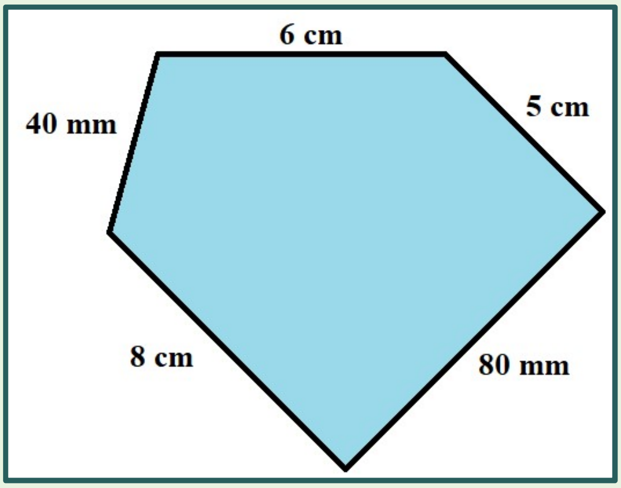
Nesse segundo exemplo, a figura é uma região retangular, cujo contorno é um retângulo. Nesse caso, os lados opostos são congruentes (medidas iguais). Dessa forma, tem-se que:

$$2P = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 3$$

$$2P = 16 + 6$$

$$2P = 22\ cm$$

Exemplo 3:



Nesse terceiro exemplo, a figura é uma região pentagonal, cujo contorno é um pentágono. Nesse caso, os lados não são todos congruentes (medidas iguais). O que se deve atentar, é que dois lados estão com medidas em milímetros e os outros três lados estão com medidas em centímetros. O perímetro pode ser calculado com qualquer unidade de medida de comprimento, mas para facilitar, nesse exemplo será calculado em centímetros.

Realizando as conversões, tem – se que 40 mm = 4 cm, e que 80 mm = 8 cm. Dessa forma, tem – se que:

$$2\text{P} = 6 + 5 + 8 + 8 + 4$$

$$2\text{P} = 31\text{ cm}$$

Além das figuras poligonais, existem os círculos, e seus contornos, que são as circunferências. Nesses casos, o perímetro (ou comprimento) será calculado pela seguinte fórmula.

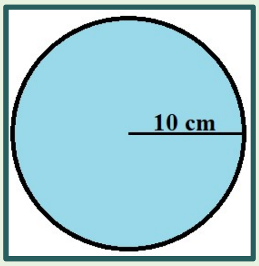
$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

onde **C** é a representação para o comprimento (perímetro), r é a representação para o a medida do raio e π é o número irracional que vale aproximadamente 3,14.

Observação importante!!!

Fonte: br.freepik.com / Acesso em 16/02/2023 (Adaptado)

Exemplo 4:

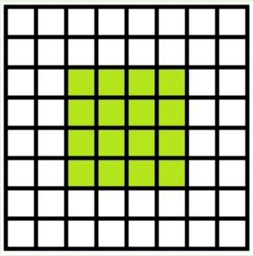


Nesse quarto exemplo, a figura é uma região circular, cujo contorno é uma circunferência. Nesse caso, o raio mede 10 centímetros. Um ponto importante, é saber que em alguns casos, a medida dada será o diâmetro, que é o dobro do raio. Nesse caso, tem – se que:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow \ C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \rightarrow C = 62{,}8\ cm$$

Em alguns casos, as figuras planas podem estar representadas em malha quadriculada, o que pode facilitar o processo, como será mostrado nos exemplos a seguir. Nesses casos, pode – se contar quantas unidades possui cada lado.

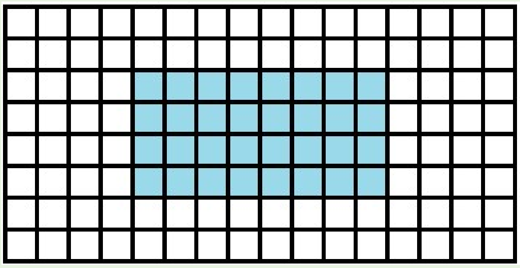
Exemplo 5: Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada a seguir mede 1 cm.



$$2P = 4 + 4 + 4 + 4$$

$$2P = 16\ cm$$

Exemplo 6: Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada a seguir mede 1 cm.

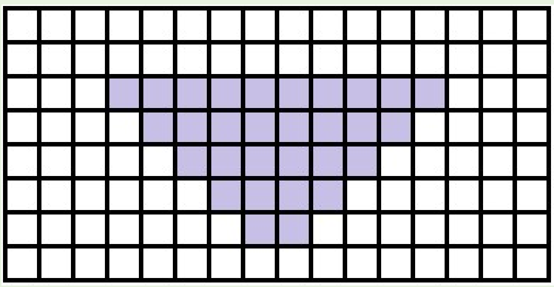


$$2P = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8$$

$$2P = 8 + 16$$

$$2P = 24\ cm$$

Exemplo 7: Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada a seguir mede 1 cm.



$$2P = 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$2P = 30\ cm$$

1. Considere as regiões poligonais a seguir.

a) Circule aquelas que são regulares.

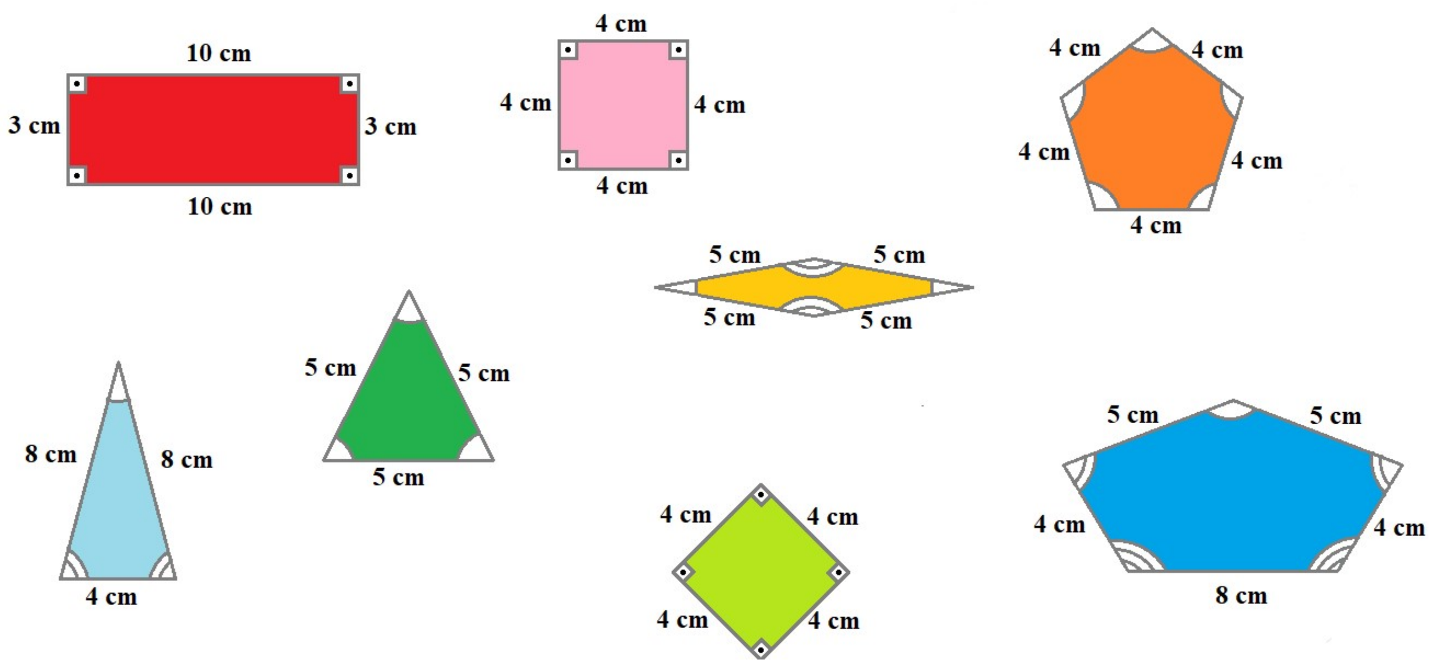


Figura adaptada pelo autor

b) Quais as medidas dos lados e dos ângulos internos das regiões poligonais regulares que você circulou?

____

____

____

____

2. Calcule o perímetro de cada quadrilátero representado na malha quadriculada a seguir. Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada mede 1 cm.

a)

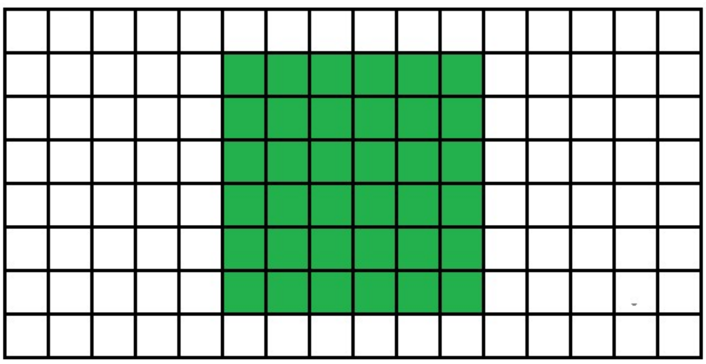


Figura elaborada pelo autor

b)

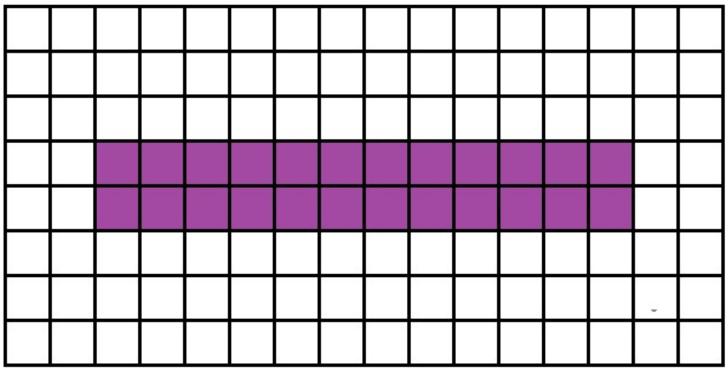


Figura elaborada pelo autor

c)

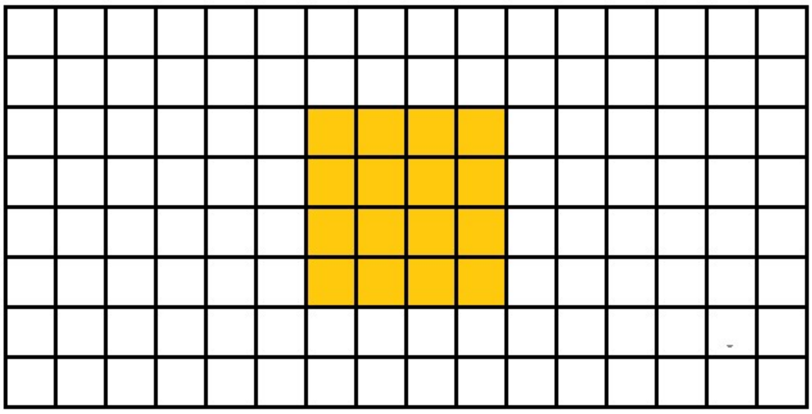


Figura elaborada pelo autor

d)

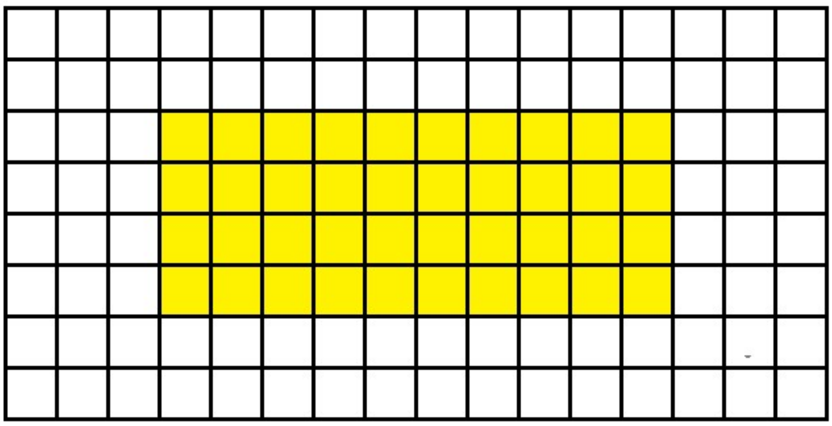


Figura elaborada pelo autor

3. Calcule o perímetro de cada quadrilátero representado na malha quadriculada a seguir. Considere que o lado de cada quadradinho da malha quadriculada mede 1 cm.

a)

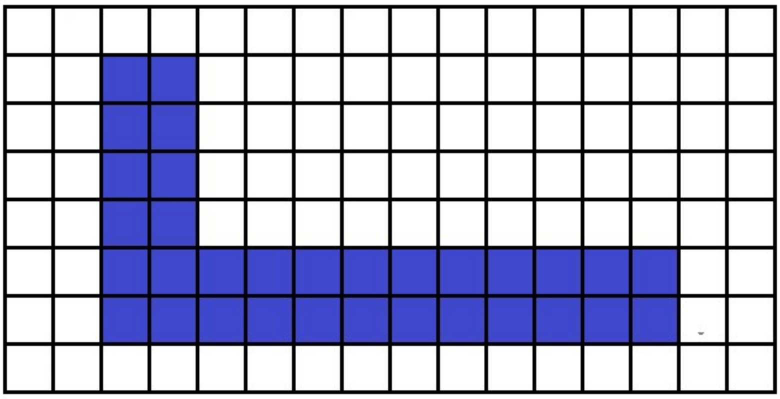


Figura elaborada pelo autor

b)

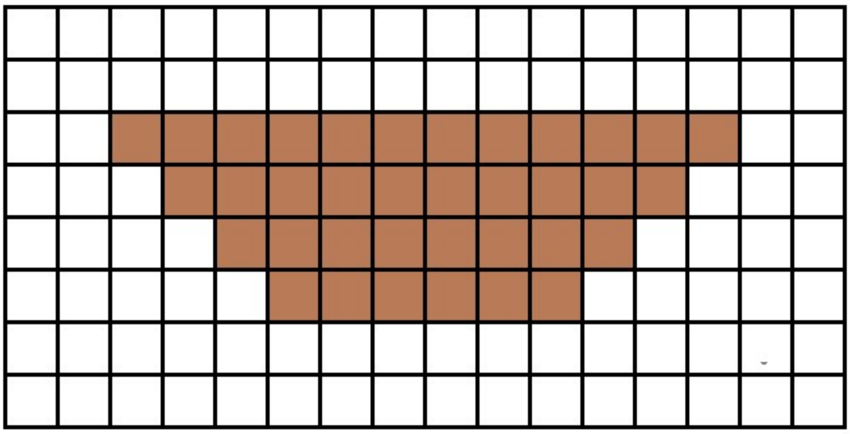
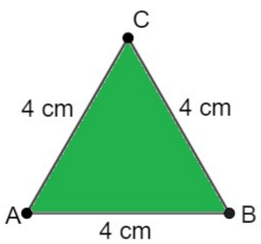


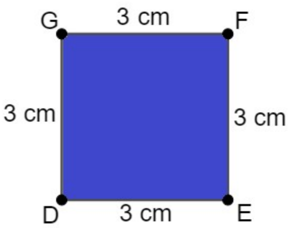
Figura elaborada pelo autor

4. Calcule o perímetro de cada região poligonal regular a seguir.

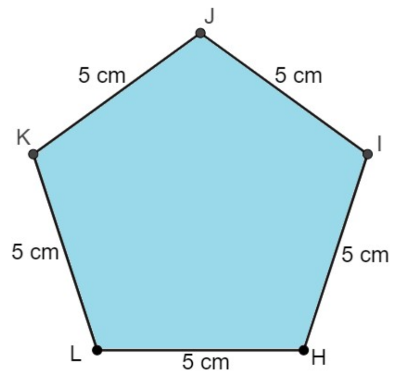
a)



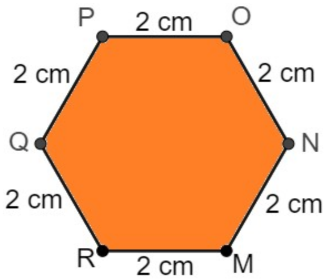
b)



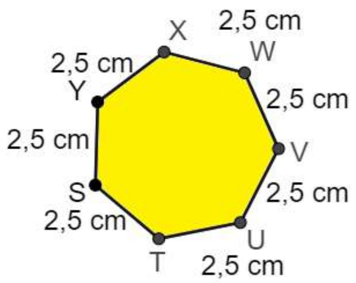
c)



d)

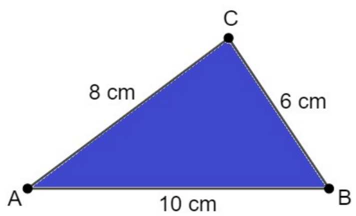


e)

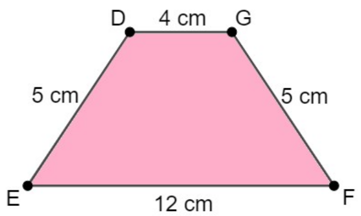


5. Calcule o perímetro de cada região poligonal a seguir.

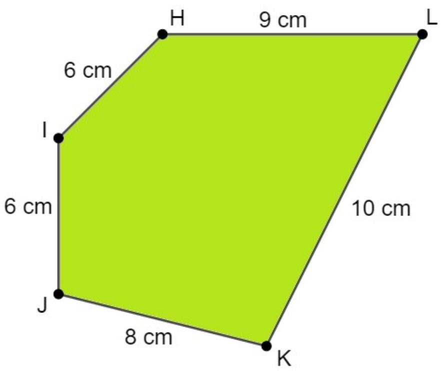
a)



b)

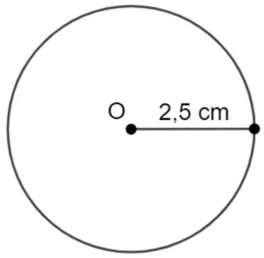


c)

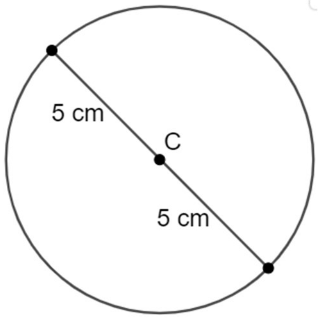


6. Calcule o perímetro (comprimento) de cada circunferência a seguir.

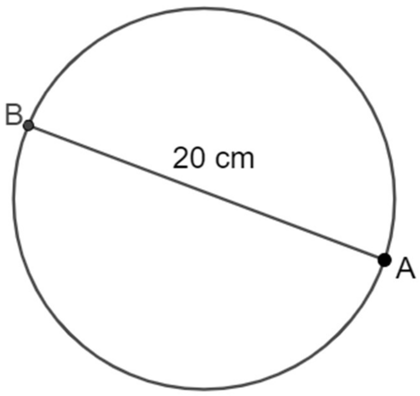
a)



b)

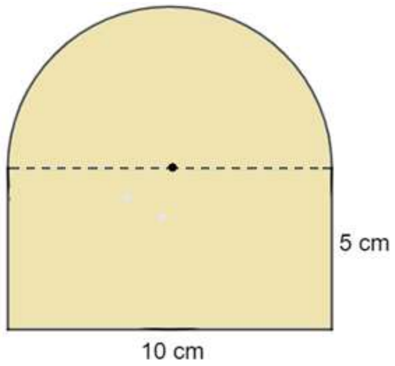


c)

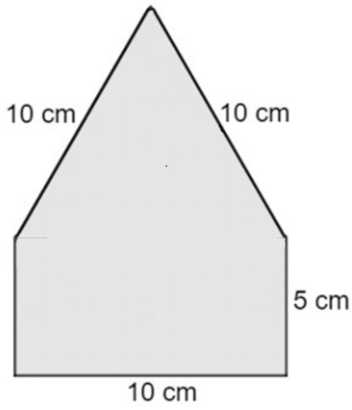


7. Calcule o perímetro de cada figura a seguir. Observe que cada uma das figuras são composições de outras figuras já estudadas.

a)



b)



8. Luciana vai cercar o terreno representado a seguir, nesta figura dois lados consecutivos são sempre perpendiculares e as medidas de alguns lados estão indicadas em metros.

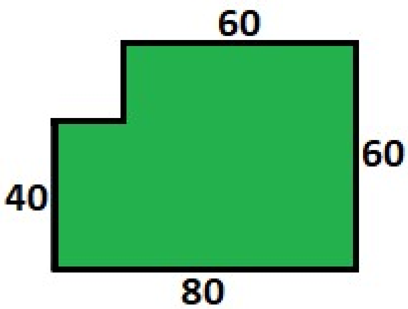


Figura elaborada pelo autor

Quantos metros de cerca Luciana terá de comprar?

9. Na planta do apartamento com dois dormitórios a seguir, foram destacadas as medidas de alguns cômodos. As portas da sala, dos quartos e da entrada da cozinha tem 90 cm, as portas dos banheiros têm 80 cm e a passagem da área de circulação para a sala tem 100 cm. Quantos metros de rodapé de madeira são necessários para fazer todo o contorno do apartamento, menos os banheiros e a cozinha?

Compreendendo o problema:

a) O que é proposto nessa atividade?

b) Qual é o formato dos cômodos desse apartamento?

c) Qual é a medida das portas da sala, da entrada da cozinha, dos quartos, dos banheiros e da passagem da área de circulação para a sala em metros?

Resolvendo o problema:

d) Quais são as medidas das paredes da sala onde estão a porta de entrada, a passagem para a cozinha e a passagem para a área de circulação?

e) Quantos metros de rodapé são necessários na sala?

f) Qual é a medida da parede do quarto de solteiro comum ao banheiro social? Qual é a medida da parede do quarto de casal comum à suíte?

g) Quantos metros de rodapé são necessários nos dois quartos?

h) Qual a medida de cada parede da área de circulação?

i) Quantos metros de rodapé são necessários na área de circulação?

j) Responda à pergunta feita na atividade.

10. Alan reservou em sua chácara, um terreno retangular para plantar uma horta. Para cerca-lo, ele usará 5 fios de arame e uma porta de madeira de 1 metro de largura.

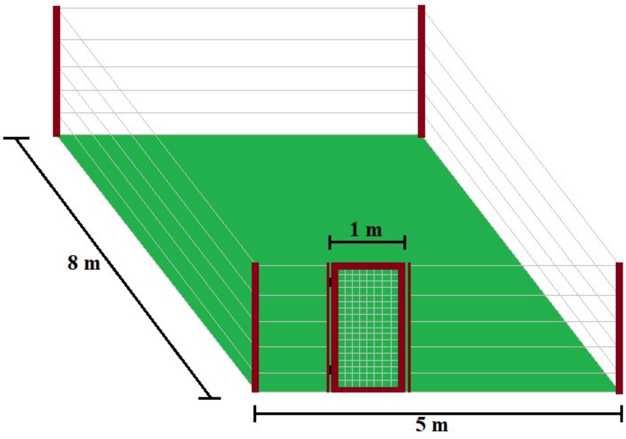


Figura elaborada pelo autor

A quantidade mínima de arame, em metros, utilizada por Alan será igual a

(A) 100.
(B) 104.
(C) 125.
(D) 130.

11. Uma pista circular de raio igual a 50 metros, foi construída na praça de uma cidade. Todos os dias pela manhã, Pedro dá quatro voltas em torno dessa pista. Considere $\pi = 3{,}14$.

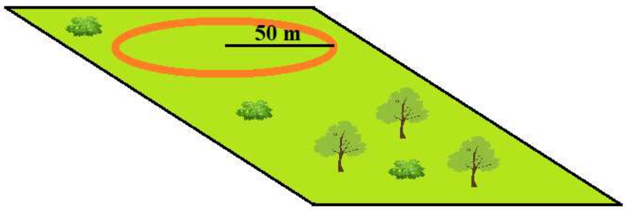


Figura elaborada pelo autor

A distância percorrida por Pedro diariamente, em metros, igual a

(A) 942.
(B) 1 256.
(C) 1 570.
(D) 1 884.

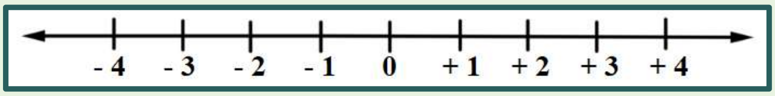
AULA 4 – NÚMEROS INTEIROS

Relembrando

O conjunto dos números inteiros é formado pelos inteiros **negativos**, pelo **zero**, e pelos inteiros **positivos**. Indicamos esse conjunto por $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{\ldots;\ -4;\ -3;\ -2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3; 4;\ \ldots\}$$

Os números inteiros negativos são menores que zero, por isso, estão sempre a esquerda do zero e são acompanhados pelo sinal (-).
Por outro lado, os números inteiros positivos são maiores que zero, e por isso, estão à direita do zero e podem apresentar, ou não, o de sinal (+).
O zero não é nem positivo e nem negativo.
A representação geométrica do conjunto dos números reais é a reta numerada, que assim como o conjunto, é infinita nos dois sentidos.



Fonte: escolaeducacao.com.br/Acesso em 16/02/2023 (Adaptado).

Repare que – 4 é o simétrico (ou oposto) de 4, pois estão a uma mesma distância do zero. Essa distância de um número à origem é chamada de módulo ou valor absoluto de um número e é representada da seguinte forma:

Módulo de $a \rightarrow |a| = a$ ou Módulo de $-a \rightarrow |-a| = a$

Exemplos:

$|-4| = 4$ $\quad |+2| = 2$ $\quad |-7| = 7$ $\quad |2| = 2$ $\quad |-5| = 5$

O módulo (valor absoluto) de um número sempre será positivo, pois ele representa uma distância.

- ***Adição e Subtração com números inteiros.***

Para facilitar a adição e subtração de números inteiros, procuramos tirar os números dos parênteses antes de efetuar a operação, pois assim, simplificamos a escrita e, consequentemente, o processo.

Exemplos na adição:

$$(+7) + (+4) = 7 + 4$$
$$(-5) + (-7) = -5 - 7$$
$$(+12) + (-4) = 12 - 4$$
$$(-13) + (+7) = -13 + 7$$

Exemplos na subtração:

$$(+7) - (+4) = 7 - 4$$
$$(-5) - (-7) = -5 + 7$$
$$(+12) - (-4) = 12 + 4$$
$$(-13) - (+7) = -13 - 7$$

O motivo de simplificar a escrita, é porque quando retiramos os parênteses, as mesmas regras são aplicadas tanto para adição, quanto para a subtração. As regras são as seguintes:

Quando os sinais dos termos são iguais, conservamos o sinal e adicionamos os **módulos**.
Quando os sinais dos termos são diferentes, conservamos o sinal do número com maior **módulo**, e subtraímos o menor módulo do maior módulo.

Exemplos na adição:

$$(+7) + (+4) = 7 + 4 = 11$$
$$(-5) + (-7) = -5 - 7 = -12$$
$$(+12) + (-4) = 12 - 4 = 8$$
$$(-13) + (+7) = -13 + 7 = -6$$

Exemplos na subtração:

$$(+7) - (+4) = 7 - 4 = 3$$
$$(-5) - (-7) = -5 + 7 = 2$$
$$(+12) - (-4) = 12 + 4 = 16$$
$$(-13) - (+7) = -13 - 7 = -20$$

Se liga! O extrato bancário pode ser descrito por uma expressão numérica, na qual o resultado representa o saldo dessa conta bancária após as movimentações:

EXTRATO BANCÁRIO		
05/08	SALDO	- R$ 50,00
05/08	SALÁRIO	R$ 2 350,00
06/08	PAGAMENTO CARTÃO DE CRÉDITO	- R$ 800,00
06/08	SALDO	

Fonte: sme.goiania.go.gov.br/Acesso em 16/02/2023 (Adaptado)

O extrato dessa conta bancária pode ser descrito pela expressão numérica:

$$(-50) + (+2\,350) + (-800) = -50 + 2\,350 - 800$$

O resultado dessa expressão é o saldo:

R$ 1 500,00

Multiplicação e divisão com números inteiros.

Sabemos que multiplicar é adicionar parcelas iguais. Desta forma, dentro do conjunto dos números inteiros, também seguimos esse conceito. Dessa forma, tem – se que:

- Quando os sinais dos termos são diferentes, o produto será negativo.

$$(+3)\cdot(-7) = (-7) + (-7) + (-7) = -21$$

$$(+4)\cdot(-8) = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$$

- Quando os sinais dos termos são iguais, o resultado será positivo.

$$(-3)\cdot(-7) = -[(+3)\cdot(-7)] = -(-21) = +21$$

$$(+4)\cdot(+8) = (+8) + (+8) + (+8) + (+8) = +32$$

Quando efetuamos uma divisão exata entre dois números naturais, temos:

$40 \div 5 = 8$, pois $5 \cdot 8 = 40$ $36 \div 9 = 4$, pois $9 \cdot 4 = 36$

ou seja, a multiplicação é a operação inversa da multiplicação.

Esse mesmo processo da divisão com números naturais, vale para os números inteiros. Observe:

- Quando o dividendo e o divisor tiverem o mesmo sinal, o quociente será um número **positivo:**

$$(+20):(+5) = +4 \text{ pois } (+4)\cdot(+5) = +20$$

$$(-20):(-5) = +4 \text{ pois } (+4)\cdot(-5) = -20$$

- Quando o dividendo e o divisor tiverem sinais diferentes, o quociente será um número **negativo:**

$$(+20):(-5) = -4 \text{ pois } (-4)\cdot(-5) = +20$$

$$(-20):(+5) = -4 \text{ pois } (-4)\cdot(+5) = -20$$

Obs.: A divisão no conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$), nem sempre pode ser realizada, o mesmo conceito, vale para os números inteiros ($\mathbb{Z}$). Por exemplo**:**

O resultado de $7 \div 5 \notin \mathbb{N}$. Da mesma forma, $(-7) \div 5 \notin \mathbb{Z}$

No conjunto $\mathbb{Z}$, assim, como no conjunto $\mathbb{N}$, a divisão não é comutativa e não é associativa.

Potenciação com números inteiros.

A potenciação no conjunto dos números inteiros deve ser analisada em dois casos:

1º caso: Base positiva.

Quando a base é positiva, a potência sempre será positiva. Observe:

$$(+2)^3 = (+2) \cdot (-2) \cdot (+2) = +8$$

$$(+2)^4 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +32$$

2º caso: Base negativa.

Quando a base é negativa, a potência será positiva quando o expoente for par, e negativa quando o expoente for ímpar. Observe:

$$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$$

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$$

$$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = +16$$

Casos especiais:

→ $(0)^n = 0$, para n ≠ 0.

→ $(n)^0 = 1$, para n ≠ 0.

→ $(1)^n = 1$

→ $(n)^1 = n$

Expressões numéricas com números inteiros.

Assim como acontece nos números naturais, para resolver uma expressão numérica devemos seguir uma ordem de resolução.

A prioridade para as expressões numéricas, quando essas possuem parênteses, colchetes e chaves (sinais de associação) deve ser:

Em **primeiro** lugar, as operações que estiverem dentro de parênteses devem ser feitas antes de todas as outras.

Em **segundo** lugar, as operações que estiverem dentro de colchetes devem ser realizadas.

Em **terceiro** lugar, as operações que restarem dentro das chaves devem ser calculadas.

Por **último**, realizar as operações que restarem fora das chaves.

É importante lembrar que as operações também possuem prioridades, estando elas dentro ou fora dos parênteses, colchetes ou chaves.

A ordem para resolver as operações apresentadas nas expressões numéricas é

Em **primeiro** lugar, resolvemos as potenciações ou raízes.

Em **segundo** lugar, as multiplicações ou divisões. Não existe prioridade entre essas operações, portanto, multiplicar ou dividir primeiro, não irá alterar o valor final.

Em **terceiro** lugar**,** as adições e subtrações: essas operações são as últimas a serem feitas no ranking de prioridade das expressões numéricas, podendo, também, serem realizadas em qualquer ordem.

Exemplo:

$$\{[(2 + 5 \cdot 3) \cdot 2 - 7] \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{[(2 + 15) \cdot 2 - 7] \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{[17 \cdot 2 - 7] \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{[34 - 7] \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{27 \cdot 10 + 1\} + 16 =$$

$$\{270 + 1\} + 16 =$$

$$271 + 16 =$$

$$287$$

1. Complete a seguinte tabela, calculando as operações de números inteiros. (Como no exemplo)

x	y	$x + y$	$x - y$	$x \cdot y$	$x \div y$
+ 4	+ 2	(+ 4) + (+ 2) = $+4 + 2 =$ + 6	(+ 4) – (+ 2) = $+4 - 2 =$ + 2	(+4) · (+2) = + 8	(+4) ÷ (+2) = + 2
– 15	+ 5				
+ 24	– 4				
– 12	– 4				
– 1	0				

2. Sílvio depositou em sua conta bancária as importâncias de R$ 300,00 e R$ 200,00. Posteriormente, retirou R$ 350,00 e R$ 250,00. Escreva uma expressão numérica que representa essa movimentação bancária, e calcule o saldo final na conta.

3. Francisco possui uma conta especial no banco em que é cliente, pois é permitido que ele saque mais dinheiro do que tem na conta. Obviamente, o banco cobra por isso.

Certo dia, Francisco verificou que tinha um saldo de R$ 180,00, mas realizou um saque de R$ 350,00. Qual o valor do saldo na conta de Francisco após essa movimentação?

4. Um alpinista, ao subir uma montanha, percebe que a temperatura diminui 2 °C a cada dia. Quando ele saiu da base da montanha, a temperatura era 18 °C. Duas semanas depois ele chegou ao topo da montanha. Calcule qual era a temperatura que ele encontrou ao término da escalada.

Fonte: br.freepik.com / Acesso em 19/02/2023

5. Carlos Alberto possui uma dívida com um banco no valor de R$ 1800,00. Para facilitar a quitação (pagamento) da dívida, o banco facilitou para Carlos dividindo esta dívida em quatro parcelas iguais, cobrando 10% de multa sobra a dívida.

a) Qual o valor da dívida acrescida da multa?

b) Apresente a proposta de pagamento feita pelo banco, utilizando uma expressão numérica que envolva números inteiros, e calcule o valor de cada parcela que Carlos irá pagar.

6. Compare as potenciações a seguir, utilizando os sinais >, < ou =.

a) $(-2)^2 \qquad (-2)^3$

b) $(-2)^2 \qquad (+2)^2$

c) $(-7)^0 \qquad (-1)^4$

d) $(-3)^2 \qquad (+2)^4$

e) $(0)^5 \qquad (-4)^0$

f) $(-4)^2 \qquad (+2)^3$

g) $(-4)^1 \qquad -2^2$

h) $-2^2 \qquad -2^3$

7. Associe cada expressão numérica da primeira coluna com os possíveis resultados apresentados na segunda coluna.

(A) $5 - \{+3 - [(+2)^2 - (-5)^2 + 6 - 4]\}$	( ) -4
(B) $15 - \{-3 + [(5-6)^2 \cdot (9-8)^2 + 1]\}$	( ) -17
(C) $18 - \{6 - [-3 - (5-4) - (7-9)^3] - 1\}$	( ) 16
(D) $-2 + \{-5 - [-2 - (-2)^3 - 3 - (3-2)^3] + 5\}$	( ) 17

8. Fernanda foi ao supermercado para comprar os itens descritos na seguinte lista:

1 pacote de 5 kg de arroz

2 pacotes de 1 kg de feijão

2 pacotes de macarrão

4 quilos de carne moída

Observe a tabela de preços do supermercado:

Produto	Preço (R$)
Pacote de arroz (5kg)	18,00
Pacote de feijão (1 kg)	8,00
Pacote de macarrão	7,00
Carne moída (1 Kg)	26,00

Sabendo que Fernanda utilizou duas notas de R$ 100,00 para pagar essa compra, quanto ela recebeu de troco?

9. Em sua chácara, Wagner possui 10 pés de laranja. Ao conferir sua plantação, Wagner verificou que cada pé de laranja possui 10 galhos e em cada galho tem 10 laranjas. Quantas laranjas Wagner contou?

10. Observe a seguir o extrato bancário da conta de Maria. A coluna do saldo foi manchada por café a partir da segunda linha. Descubra o saldo da conta de Maria.

BANCO CIFRA

EXTRATO

	Emissão 12/07	Folha 3/4
Nome Maria das Graças Moura	Agência 4289	Conta 27.349-4

Data	Histórico	Crédito	Débito	Saldo
	Saldo em 25/06			900,00
27/06	Depósito	480,00		0,00
30/06	Cheque compensado		-1240,00	00
01/07	Boleto – Companhia de energia		-110,00	0
04/07	Débito automático Internet		-70,00	0
07/07	Transferência online	800,00		00
10/07	Saque TAA		-230,00	00
12/07	Pagamento de título		-600,00	,00

a) O que é proposto nessa atividade?
b) Quais informações estão presentes no extrato bancário?
c) Qual era o valor do saldo dessa conta bancária em 25 de junho?
d) Houve algum saque nessa conta? De quanto? Em que dia?
e) Ocorreu algum depósito nessa conta? De qual valor? Em que dia?
f) Além do saldo inicial, quais são os outros dados a serem considerados para resolver esse problema?
g) Quantos valores estão acompanhados do sinal de “menos”? Qual é o significado desse sinal?
h) Escreva uma expressão para calcular os todos os valores creditados nessa conta.
i) Escreva uma expressão para o cálculo de todos os valores debitados dessa conta
j) Determine o total creditado nessa conta.
k) Qual foi o total debitado nessa conta?
l) Agora, escreva uma expressão para determinar o saldo dessa conta no dia 12 de julho e calcule o valor desse saldo.
m) No dia 12 de julho, o saldo da conta era positivo ou negativo? Por quê? Qual o significado do sinal nesse saldo?

n) Complete a coluna do saldo diário no extrato a seguir:

Data	Histórico	Crédito	Débito	Saldo
	Saldo em 25/06			900,00
27/06	Depósito	480,00		
30/06	Cheque compensado		-1240,00	
01/07	Boleto – Companhia de energia		-110,00	
04/07	Débito automático Internet		-70,00	
07/07	Transferência online	800,00		
10/07	Saque TAA		-230,00	
12/07	Pagamento de título		-600,00	

11. Na correção de um teste de matemática, cada questão certa vale $+5$ pontos, cada questão errada vale -2 pontos, e cada questão não respondida vale -1 ponto.
Das 20 questões do teste, Miguel acertou 12, errou 4 e deixou de responder as restantes.
A nota de Miguel, nesse teste, foi igual a

(A) 42.
(B) 48.
(C) 54.
(D) 60.