Revisa Goiás

Matemática

Maio | 2023

9º Ano

Professor

SEDUC
Secretaria de Estado
da Educação

GOVERNO DE GOIÁS
O ESTADO QUE DÁ CERTO

Revisa Goiás

SEDUC Secretaria de Estado da Educação

GOVERNO DE GOIÁS O ESTADO QUE DÁ CERTO

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

Governador do Estado de Goiás
Ronaldo Ramos Caiado

Vice-Governador do Estado de Goiás
Daniel Vilela

Secretária de Estado da Educação
Aparecida de Fátima Gavioli Soares Pereira

Secretária-Adjunta
Helena Da Costa Bezerra

Diretora Pedagógica
Márcia Rocha de Souza Antunes

Superintendente de Educação Infantil e Ensino Fundamental
Giselle Pereira Campos Faria

Superintendente de Ensino Médio
Osvany Da Costa Gundim Cardoso

Superintendente de Segurança Escolar e Colégio Militar
Cel Mauro Ferreira Vilela

Superintendente de Desporto Educacional, Arte e Educação
Marco Antônio Santos Maia

Superintendente de Modalidades e Temáticas Especiais
Rupert Nickerson Sobrinho

Diretor Administrativo e Financeiro
Andros Roberto Barbosa

Superintendente de Gestão Administrativa
Leonardo de Lima Santos

Superintendente de Gestão e Desenvolvimento de Pessoas
Hudson Amarau De Oliveira

Superintendente de Infraestrutura
Gustavo de Morais Veiga Jardim

Superintendente de Planejamento e Finanças
Taís Gomes Manvailer

Superintendente de Tecnologia
Bruno Marques Correia

Diretora de Política Educacional
Patrícia Morais Coutinho

Superintendente de Gestão Estratégica e Avaliação de Resultados
Márcia Maria de Carvalho Pereira

Superintendente do Programa Bolsa Educação
Márcio Roberto Ribeiro Capitelli

Superintendente de Apoio ao Desenvolvimento Curricular
Nayra Claudinne Guedes Menezes Colombo

Chefe do Núcleo de Recursos Didáticos
Alessandra Oliveira de Almeida

Coordenador de Recursos Didáticos para o Ensino Fundamental
Evandro de Moura Rios

Coordenadora de Recursos Didáticos para o Ensino Médio
Edinalva Soares de Carvalho Oliveira

Professores elaboradores de Língua Portuguesa
Edinalva Filha de Lima Ramos
Katiuscia Neves Almeida
Luciana Fernandes Pereira Santiago

Professores elaboradores de Matemática
Alan Alves Ferreira
Alexsander Costa Sampaio
Tayssa Tieni Vieira de Souza
Silvio Coelho da Silva

Professores elaboradores de Ciências da Natureza
Leonora Aparecida dos Santos
Sandra Márcia de Oliveira Silva

Revisão
Alessandra Oliveira de Almeida
Cristiane Gonzaga Carneiro Silva
Maria Aparecida Oliveira Paula

Diagramadora
Adriani Grun

APRESENTAÇÃO

Colega Professor(a),

O **REVISA GOIÁS** é um material estruturado de forma dialógica e funcional com o objetivo de recompor as aprendizagens e, consequentemente, avançar na proficiência.

Nessa perspectiva, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, são considerados os resultados das avaliações externas, pontuando habilidades críticas previstas para cada etapa de ensino, considerando todo o processo percorrido até a aprendizagem. O material do 9º ano também pode ser usado na 1ª série do Ensino Médio, no intuito de recompor as aprendizagens previstas até o final do Ensino Fundamental. Já o material da 2ª e 3ª série é elaborado a partir dos descritores e habilidades críticas previstos para a etapa de ensino, observadas no SAEGO e simulados realizados ao longo do ano.

O material também apresenta atividades de Ciências da Natureza/ Ciências da Natureza e suas Tecnologias, devido à sua inserção, de forma amostral, no Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) a partir de 2021. Ressaltamos que a progressão do conhecimento, nesta área, está representada no quadro 1, onde os EIXOS DO CONHECIMENTO correspondem às três UNIDADES TEMÁTICAS, que vão complexificando o conhecimento em formato espiral crescente, desde o 1º ano do Ensino Fundamental, até a 3ª série do Ensino Médio. Já os EIXOS COGNITIVOS estão representando a progressão do conhecimento de acordo com os Domínios Cognitivos de Bloom (BLOOM, 1986) que são: Conhecimento (representado pela letra A), Compreensão (pela letra B) e Aplicação (pela letra C). Já o quadro 2, organiza as habilidades estruturantes, ou seja, mais complexas, em sub-habilidades para favorecer o desenvolvimento do nosso estudante, respeitando as etapas de ensino e a transição do Ensino Fundamental para o Ensino Médio.

No início da atividade de Língua Portuguesa e Matemática, constarão os descritores previstos para o mês e os conhecimentos necessários para atingi-los. O material será disponibilizado, via e-mail e drive, nos primeiros dias do mês, para que o(a) professor(a) tenha tempo hábil de acrescentar esse material em seu planejamento. Sugerimos que este material seja esgotado em sala de aula, uma vez que ele traz conhecimentos basilares que subsidiarão a ampliação do conhecimento e o trabalho com as habilidades previstas para o corte temporal/bimestre.

Um excelente trabalho para você!

Você também pode baixar o material pelo link:
https://drive.google.com/drive/folders/146Uv6vgeD54CF2CAfpwYsZnDlA78fyMX?usp=sharing

SUMÁRIO

MATEMÁTICA – 9º ANO			
QUADRO DE DESCRITORES E SUBDESCRITORES			
Hab. SAEGO 2022	**DESCRITORES**	**SUBDESCRITORES**	
H 02 75%	**(D02) Identificar** propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.	**D02 A**	**Identificar** planificações de figuras tridimensionais por meio de suas faces planificadas.
		D02 B	**Identificar** planificações de pirâmides.
		D02 C	**Identificar** planificações de troncos de pirâmides.
		D02 D	**Identificar** planificações de paralelepípedos.
		D02 E	**Identificar** planificações dos sólidos de Platão.
		D02 F	**Identificar** planificações de cones.
		D02 G	**Identificar** planificações de poliedros em geral.
		D02 A	**Identificar** planificações de figuras tridimensionais por meio de suas faces planificadas.
H14 (30%)	**D13 – Resolver** problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	**D13 – A**	**Estimar** ou medir a área de figuras na malha quadriculada.
		D13 – B	**Estabelecer** relações entre as expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
		D13 – C	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo da área de paralelogramos (quadrado, retângulo, ou paralelogramo qualquer).
		D13 – D	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo da área do triângulo.
		D13 – E	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo da área do trapézio.
		D13 – F	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo da área do losango.
		D13 – G	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo da área do círculo.
		D13 – H	**Resolver** problema envolvendo o cálculo de área de um paralelogramo.
		D13 – I	**Resolver** problema envolvendo o cálculo de área de um triângulo.
		D13 – J	**Resolver** problema envolvendo o cálculo de área de um trapézio.
		D13 – K	**Resolver** problema envolvendo o cálculo da área de um losango.
		D13 – L	**Resolver** problema envolvendo o cálculo da área de um círculo.
		D13 – M	**Resolver** problema envolvendo o cálculo de área de um paralelogramo (quadrado, retângulo, qualquer).
		D13 – N	**Resolver** problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por polígonos e/ ou círculo, utilizando a equivalência entre áreas.
		D13 – O	**Validar e analisar** resoluções de problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

H 15 (26%)	**D14 –** Resolver problema envolvendo noções de volume.	**D14 – A**	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo do volume de um cubo.
		D14 – B	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo do volume de um paralelepípedo.
		D14 – C	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo do volume de um prisma de base triangular.
		D14 – D	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo do volume de um prisma de base hexagonal.
		D14 – E	**Reconhecer e aplicar** a fórmula do cálculo do volume de um cilindro.
		D14 – F	**Resolver** problema envolvendo o volume de um cubo.
		D14 – G	**Resolver** problema envolvendo o volume de um paralelepípedo.
		D14 – H	**Resolver** problema envolvendo o volume de um prisma de base triangular.
		D14 – I	**Resolver** problema envolvendo o volume de um prisma de base hexagonal.
		D14 – J	**Resolver** problema envolvendo o volume de um cilindro.
		D14 – K	**Resolver** problema envolvendo o volume de sólidos obtidos por composição ou decomposição de outros sólidos.
		D14 – L	**Validar e analisar** resoluções de problemas envolvendo o cálculo de volumes.
H 30 (36%)	**D 30 –** Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.	**D30 – A**	**Substituir** um valor numérico em um binômino.
		D30 – B	**Substituir** um valor numérico em um trinômio.
		D30 – C	**Substituir** um valor numérico em um polinômio.
		D30 – D	**Substituir** um valor numérico em uma expressão algébrica racional.
		D30 – E	**Calcular** o valor numérico de um binômio.
		D30 – F	**Calcular** o valor numérico de um trinômio.
		D30 – G	**Calcular** o valor numérico de um polinômio.
		D30 – H	**Calcular** o valor numérico de uma expressão algébrica racional.
H 32 (26%)	**D 32 –** Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).	**D32 – A**	**Identificar** a expressão algébrica que expressa uma regularidade em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições sucessivas, por um mesmo número.
		D32 – B	**Identificar** a expressão algébrica que expressa uma regularidade em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de subtrações sucessivas, por um mesmo número.
		D32 – C	**Identificar** a expressão algébrica que expressa uma regularidade em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
		D32 – D	**Identificar** a expressão algébrica que expressa uma regularidade em sequências numéricas compostas pela multiplicação de um número entre 0 e 1.
		D32 – E	**Identificar** a expressão algébrica de uma sequência numérica qualquer.
		D32 – F	**Identificar** a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de figuras (padrões).

COMPREENDENDO O MATERIAL PEDAGÓGICO

Professor(a), este material foi estruturado e elaborado a partir de uma matriz de subdescritores, pautada na matriz de descritores do SAEB.

A matriz de subdescritores contempla um conjunto de sub-habilidades que precisam ser desenvolvidas com efetividade para que o estudante do ciclo do 9° ano à 3ª série avance no desenvolvimento integral das habilidades dos descritores propostos no ensino-aprendizagem.

Cada aula aborda o desenvolvimento de um descritor, por meio de uma sequência gradativa de atividades que contemplam as sub-habilidades, tendo como objetivo oportunizar aos estudantes o desenvolvimento da habilidade desse descritor em sua integralidade. Sendo assim, essas atividades consideram as diversas estratégias, ferramentas, procedimentos e conhecimentos prévios os quais o estudante necessita para o desenvolvimento pleno de cada habilidade (descritor). Caso considere necessário, fique à vontade para inserir atividades que assegurem outras sub-habilidades que você pondera importantes e necessárias e que, porventura, não estejam listadas na coluna de subdescritores.

Ao final de cada aula, é proposta a resolução de um item com a finalidade de avaliar o desenvolvimento do estudante quanto à habilidade do descritor abordado na aula. Caso os estudantes continuem apresentando dificuldades na habilidade estudada, sugere-se que sejam elaboradas outras atividades que contribuam com a aprendizagem desses estudantes.

Aula 1

Planificações de Sólidos Geométricos

Descritor SAEB: D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.

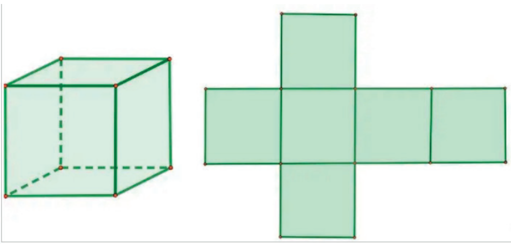
Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Formas geométricas planas;
- Poliedros e corpos redondos;
- Vistas de um sólido geométrico.

Relembrando

A planificação de um sólido geométrico é a representação de todas as suas faces na forma bidimensional, permitindo visualizar toda a superfície do sólido. A planificação é utilizada como molde para a criação desses sólidos e, também, para facilitar o cálculo da área da superfície lateral deles. Lembre-se que os sólidos geométricos podem ser poliedros ou corpos redondos entre outros. Nos poliedros, as faces são todas planas (prismas e pirâmides, por exemplo). Nos corpos redondos, as faces podem ser planas ou arredondadas (Cone e cilindro, por exemplo).

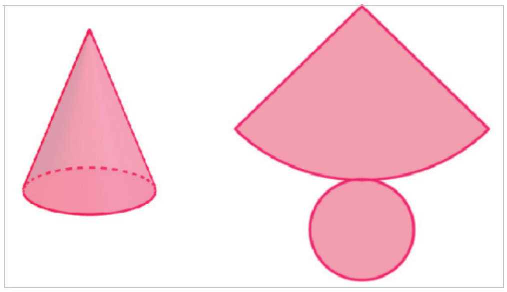
Exemplo 1: Planificação de um cubo.



Disponível em: brasilescola.uol.com.br. Acesso em: 21 mar. 2023.

No caso do cubo, que é um poliedro, a planificação é composta pelas seis regiões quadradas que compõem a sua superfície. Sempre que for identificar ou desenhar a planificação de um sólido, analise as formas que compõem sua superfície em relação às formas e às quantidades.

Exemplo 2: Planificação de um cone.



Disponível em: escolaeducacao.com.br. Acesso em: 21 mar. 2023.

No caso do cone, que não é um poliedro, a sua planificação é composta por um círculo e um setor circular.

Professor(a), a **atividade 1** tem como objetivo oportunizar ao estudante desenvolver a habilidade de identificar planificações de figuras tridimensionais por meio de suas faces planificadas. Incentive os estudantes a identificar a forma de cada uma das faces e contar a quantidade delas. Associar a objetos do cotidiano ajuda a desenvolver essa habilidade. Outra proposta é levar embalagens para a sala de aula e percorrer o caminho inverso, que é "desmontar" (planificar) as embalagens.

1. A figura a seguir representa o molde de uma certa embalagem:

Disponível em: www.flickr.com. Acesso em: 21 de março 2023.

a) Essa embalagem, ao ser fechada, terá a forma de qual sólido geométrico?

b) Quantas faces planas terá essa embalagem?

c) Quais são as formas das faces dessa embalagem?

Sugestão de solução:

a) A forma da embalagem, ao ser fechada, terá a forma de um paralelepípedo.

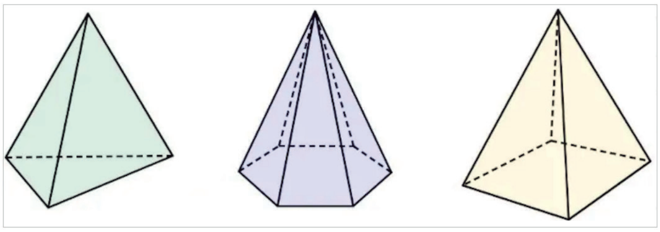
b) Essa embalagem terá 6 faces planas.

c) As formas das faces dessa embalagem são retângulos.

D02 A - Identificar planificações de figuras tridimensionais por meio de suas faces planificadas.

Professor(a), a **atividade 2** tem como objetivo contribuir para que o estudante desenvolva a habilidade de reconhecer a planificação das pirâmides. Explore com eles(as) as características das pirâmides: base poligonal, faces laterais triangulares, relações entre número de arestas, faces e vértices e outras que considerar necessárias. Reitere a importância da planificação para o estudo do cálculo da área de superfícies.

2. Considere as pirâmides representadas a seguir:

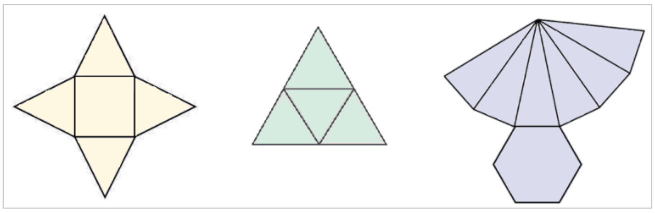


Disponível em: mundoeducacao.uol.com.br. Acesso em: 21 mar. 2023.

a) Qual a forma das faces laterais dessas pirâmides?

b) Quais as formas das bases dessas pirâmides?

c) Escreva abaixo de cada planificação a seguir, qual é a pirâmide correspondente.

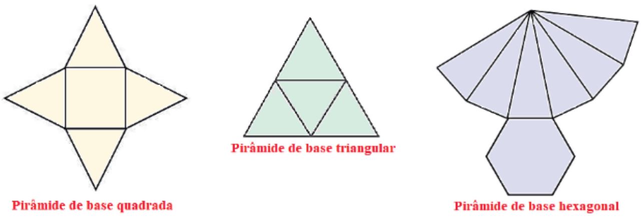


Sugestão de solução:

a) As faces laterais dessas pirâmides são regiões triangulares.

b) A primeira pirâmide possui a base triangular, a segunda possui a base hexagonal e a terceira possui a base quadrada.

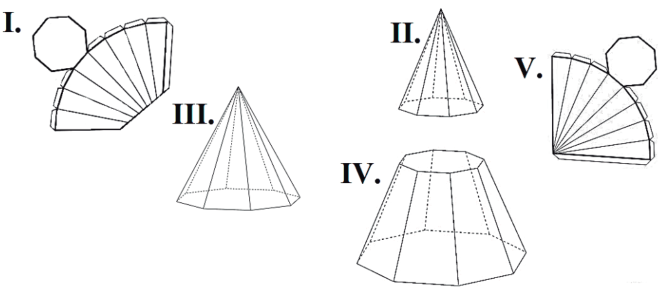
c)



D02 B – Identificar planificações de pirâmides.

Professor(a), a **atividade 3** requer do estudante a habilidade de identificar planificações de tronco de pirâmides. Esse é um importante momento para relembrar com os estudantes que, da mesma forma que um triângulo seccionado por uma reta forma um trapézio, uma pirâmide seccionada por um plano forma um novo sólido trapezoidal.

3. Observe os sólidos a seguir



Sobre os sólidos, valide as afirmações em (V) para verdadeiras ou (F) para falsas.

(   ) A figura V é a planificação da pirâmide III ou da pirâmide II.

(   ) A figura V é a planificação do tronco da pirâmide de III mostrada na figura IV.

(   ) As figuras II e III são pirâmides semelhantes, pois a pirâmide II é o topo da pirâmide III seccionada.

(   ) A figura I é a planificação da pirâmide II e III.

(   ) A figura I é a planificação do tronco da pirâmide de III mostrada na figura IV.

Solução:

(V) A figura V é a planificação da pirâmide III ou da pirâmide II.

(F) A figura V é a planificação do tronco da pirâmide III mostrada na figura IV.

(V) As figuras II e III são pirâmides semelhantes, pois a pirâmide II é o topo da pirâmide III seccionada.

(F) A figura I é a planificação da pirâmide II e III.

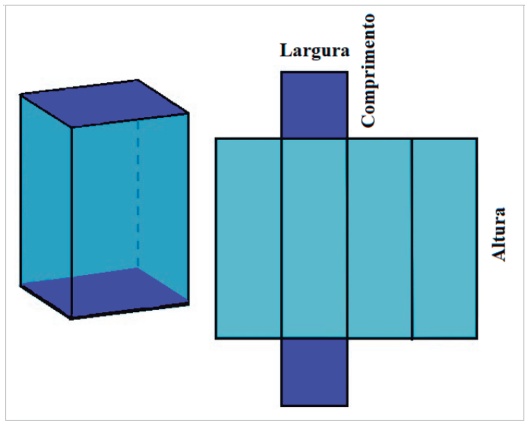
(V) A figura I é a planificação do tronco da pirâmide III mostrada na figura IV.

D02 C – Identificar planificações de troncos de pirâmides.

Professor(a), a **atividade 4** possibilita ao estudante desenvolver a habilidade de identificar planificações de paralelepípedos. Este é um importante momento para relembrar com os estudantes que os paralelepípedos são prismas com base quadrangular. Use esse momento para mostrar aos estudantes que todo paralelepípedo é um prisma quadrangular, mas nem todo prisma quadrangular é um paralelepípedo.

A atividade apresenta o paralelepípedo reto e solicita que os estudantes façam o uso de régua para construir variações de planificações desse sólido. Caso seja possível, utilize o software Geogebra para construir essas planificações e, se necessário, os sólidos. Se não for possível, a malha quadriculada também é uma excelente opção.

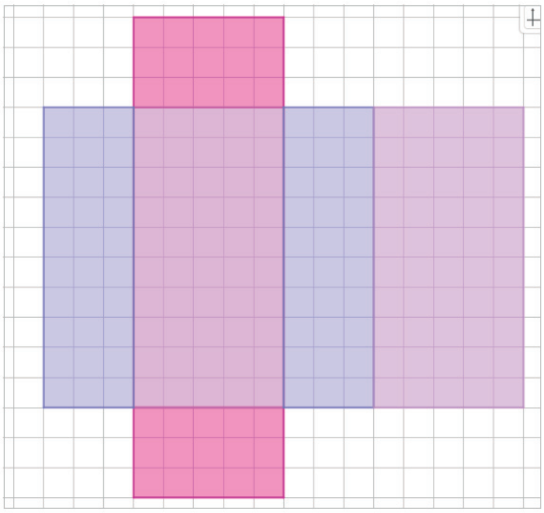
4. Observe a seguir um paralelepípedo e sua planificação.



Utilizando a régua, desenhe as planificações dos paralelepípedos com as seguintes medidas: largura: 5 cm; Comprimento: 3 cm e Altura: 10 cm.

Sugestão de solução:

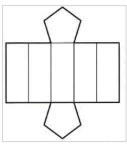
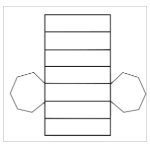
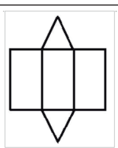
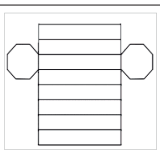
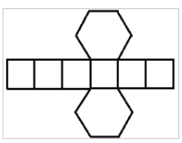
a)

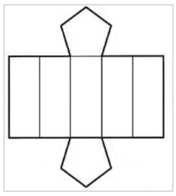
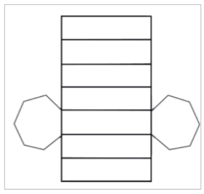
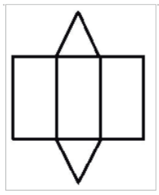
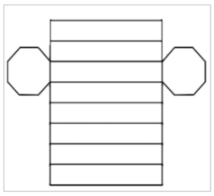
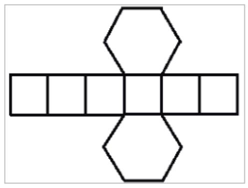


D02 D – Identificar planificações de paralelepípedos.

Professor(a), a **atividade 5** requer do estudante a habilidade de identificar planificações de prismas. Como os prismas são nomeados de acordo com suas bases, a atividade propõe que os estudantes possam relacionar as planificações listadas na coluna da esquerda com seus respectivos nomes listados na coluna da direita. Este é um importante momento para relembrar com eles as diferenças entre os polígonos que compõem as bases de um prisma.

5. Relacione as planificações listadas na coluna da esquerda com suas respectivas nomenclaturas na coluna da direita.

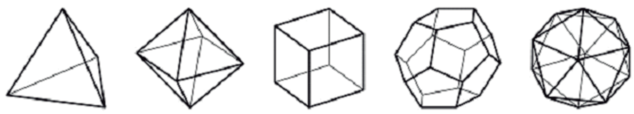
I. 	( ) Prisma triangular
II. 	( ) Prisma octogonal
III. 	( ) Prisma hexagonal
IV. 	( ) Prisma pentagonal
V. 	( ) Prisma heptagonal

I. 	(III) Prisma triangular
II. 	(IV) Prisma octogonal
III. 	(V) Prisma hexagonal
IV. 	(I) Prisma pentagonal
V. 	(II) Prisma heptagonal

D02 E – Identificar planificações de prismas.

Professor(a), a **atividade 6** tem como objetivo oportunizar ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer os poliedros de Platão e suas planificações. Incentive os estudantes a contar o número de faces e identificar a forma dessas faces. Reforce que são poliedros regulares e formados por polígonos regulares. Identifique, com eles, as relações entre os números de faces, vértices e arestas.

6. Platão foi um filósofo e matemático grego que contribuiu muito para o desenvolvimento da matemática. Os sólidos ou poliedros de Platão são a forma como são conhecidos os cinco sólidos estudados a fundo por ele. São eles:

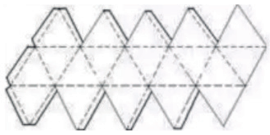


Tetraedro Octaedro Cubo Dodecaedro Icosaedro

Disponível em: mundoeducacao.uol.com.br. Acesso em: 21 mar. 2023.

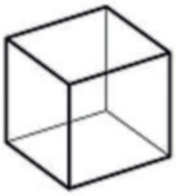
Associe cada um dos poliedros de Platão a sua respectiva planificação:

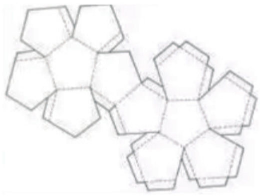
(A) 

( ) 

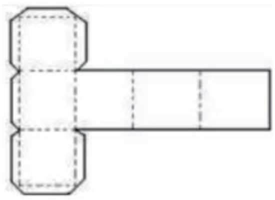
(B) 

( ) 

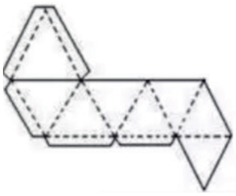
(C) 

( ) 

(D) 

( ) 

(E) 

( ) 

Solução:

Uma das maneiras de se fazer a relação entre os sólidos e suas respectivas planificações é identificar a forma de cada face e a quantidade delas.

(E) Icosaedro: vinte faces triangulares.

(A) Tetraedro: quatro faces triangulares.

(D) Dodecaedro: doze faces pentagonais.

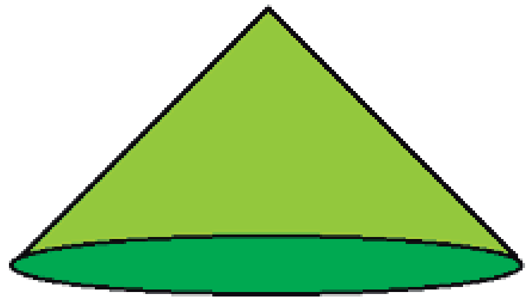
(C) Hexaedro: seis faces quadradas.

(B) Octaedro: oito faces triangulares.

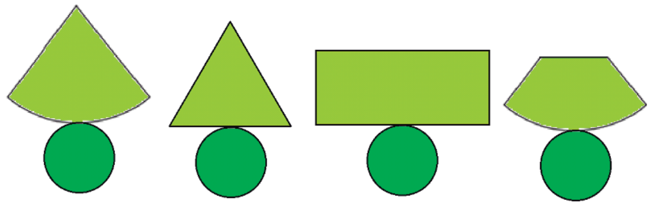
D02 F – Identificar planificações dos sólidos de Platão.

Professor(a), a **atividade 7** tem como objetivo oportunizar ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer a planificação de um cone. Como será o primeiro corpo redondo trabalhado nessa aula, retome a classificação dos sólidos geométricos: poliedros, corpos redondos e outros. Faça comparações das características do cone e das características das pirâmides.

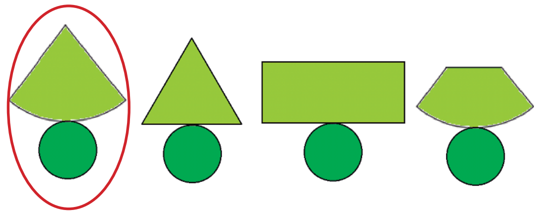
7. A figura a seguir representa um cone, que é um sólido geométrico (corpo redondo) que possui uma base circular e uma face arredondada.



Circule entre as figuras a seguir, aquela que representa a planificação desse cone:



Sugestão de solução:



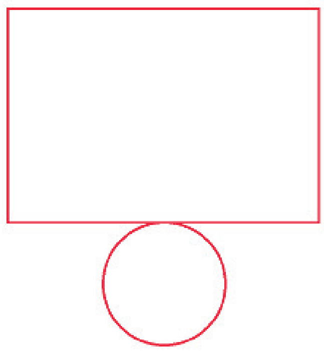
D02 G – Identificar planificações de cones.

Professor(a), a **atividade 8** tem como objetivo oportunizar ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer a planificação de um cilindro. Chame a atenção dos estudantes para o fato de o objeto trabalhado ter apenas uma base, já que é um copo, mas que uma das características do cilindro, assim como os prismas, é possuir duas bases congruentes e paralelas.

8. Ao fazer um molde de um copo, em cartolina, na forma de cilindro de base circular, qual deve ser a sua planificação? Desenhe no espaço a seguir.

Sugestão de solução:

Como o molde deve ser a planificação de um copo, desconsidera-se uma das bases circulares:



D02 H – Identificar planificações de cilindros.

Professor(a), a **atividade 9**, assim como a **atividade 1**, têm como objetivo oportunizar ao estudante desenvolver a habilidade de identificar planificações de figuras tridimensionais por meio de suas faces planificadas. Incentive novamente os estudantes a identificarem a forma de cada uma das faces e contar a quantidade delas. Essa habilidade facilitará o estudo do cálculo das áreas das faces laterais de figuras tridimensionais.

9. Leonora ganhou um presente na seguinte caixa de presente, que tem a forma de um cubo.

Disponível em: br.freepik.com. Acesso em: 13 de março 2023.

Em relação a essa caixa, responda:

a) Quais as formas de suas faces?

b) Quantas são as suas faces?

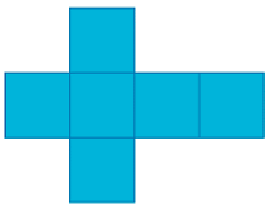
c) Desenhe uma possível planificação dessa caixa.

Sugestão de solução:

a) As formas de suas faces são quadradas.

b) As suas faces são seis.

c)

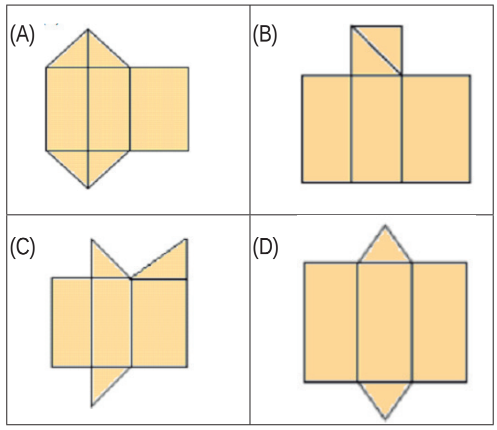


D02 I – Identificar planificações de poliedros em geral.

Professor(a), as **atividades 10** e **11**, em forma de itens, têm como objetivo verificar se os estudantes desenvolveram as habilidades propostas ao longo da aula. Se considerar necessário, retome o conteúdo e utilize outras atividades que possam contribuir para o desenvolvimento dessas habilidades.

10. A embalagem de um chocolate possui a forma da figura a seguir.

Qual desenho representa a planificação dessa embalagem?



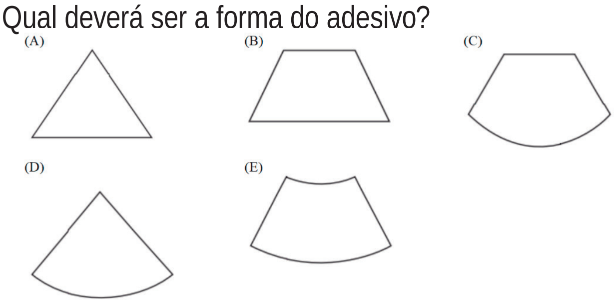
Gabarito: D

Sugestão de solução: Se tratando de um prisma de base triangular, a planificação dessa embalagem será composta por três regiões retangulares e duas regiões triangulares. Nessas condições, descartam-se as opções (A) e (B). Observa-se que as regiões triangulares não possuem arestas em comum. Dessa forma, a opção correta é a (D).

D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.

11. (ENEM - 2014) Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda exatamente à parte da superfície lateral a ser revestida.

Qual deverá ser a forma do adesivo?



Gabarito: E

Sugestão de solução:

Quando se planifica um cone, a área dessa superfície lateral forma a seguinte figura:

Mas como o adesivo só vai cobrir a metade, chama-se tronco de cone, cuja planificação tem a seguinte forma:→

D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.

Aula 2 — Área de Figuras Planas

Descritor SAEB: D13 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Grandezas e medidas;
- Polígonos;
- Circunferências;
- Resolução de problemas.

Professor(a), como já descrito no Compreendendo o Material, um dos objetivos do material é que seja feita uma revisão dos descritores críticos da matriz Saeb. Nesse sentido, o descritor D13, apesar de não ser contemplando no corte temporal do 9º ano, é de grande importância para que o estudante consiga desenvolver a habilidade de resolver problemas envolvendo o cálculo da área de figuras planas. Dessa forma, respaldamos esta aula nas habilidades do eixo de geometria da BNCC (2017) do 7º e 8º anos, que explanam sobre a necessidade de se resolver situações problemas envolvendo esse objeto de conhecimento.

É valido lembrar que a habilidade de resolver um problema, envolvendo o cálculo de área de figuras planas, possui relação direta com os objetos de conhecimentos do eixo de geometria do 9º ano e 1ª série, assim, além de amparar os estudantes para as avaliações externas, o ajudará a avançar durante sua trajetória no estudo da matemática ao final do ensino fundamental e durante os anos do ensino médio.

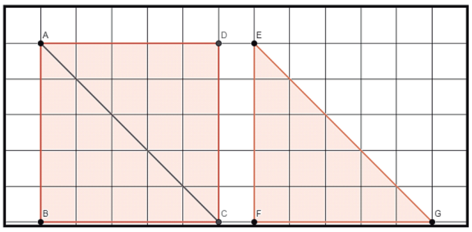
Relembrando

Cálculo de áreas de figuras planas.

A área de uma figura é a medida equivalente a sua superfície. As unidades de medida utilizadas no cálculo da área são:

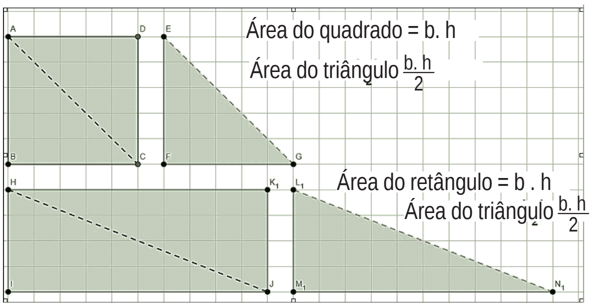
km² (quilômetro quadrado)	**hm²** (hectômetro quadrado)	**dam²** (decâmetro quadrado)	**m²** (metro quadrado)
dm² (decímetro quadrado)	**cm²** (centímetro quadrado)	**mm²** (milímetro quadrado)	

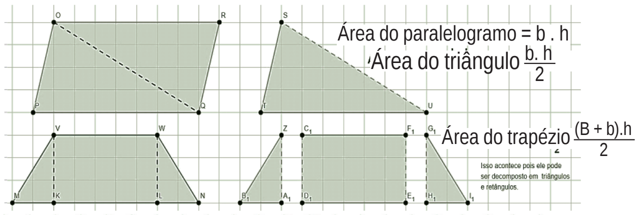
Exemplo: Para se calcular a área de uma figura na malha quadriculada de 1cm x 1cm, pode-se contar os quadradinhos que formam essa figura. Observe:

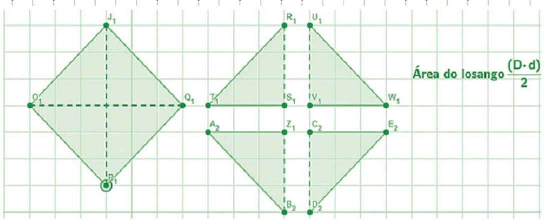


O quadrado ABCD ocupa uma área de 25 cm² e o triângulo EFG formado por sua diagonal, ocupa a metade dessa área, ou seja, 12,5 cm².

Porém, nem sempre se consegue inscrever uma figura na malha quadriculada para descobrir a área ocupada por ela, dessa forma, utilizam-se as fórmulas para calcular a área delas. Observe:

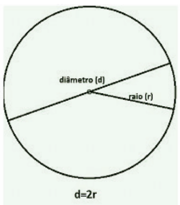


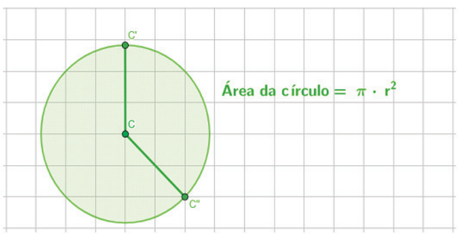




É importante lembrar que a altura, em qualquer polígono, é sempre o segmento de reta que forma um ângulo reto, ou seja, de 90º.

Para calcular a área de um círculo, deve-se lembrar de algumas de suas principais características, pois a área do círculo corresponde ao valor da superfície dessa figura, levando em conta a medida de seu raio (r).





Onde:

π: constante Pi (3,14)

r: raio

Atenção!

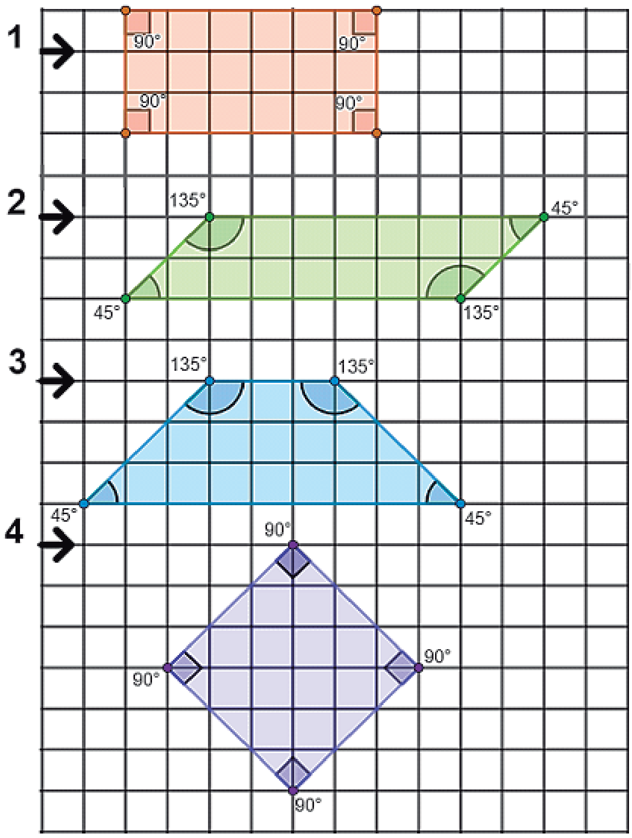
O raio (r) corresponde à distância entre o centro e a extremidade do círculo.

Professor(a), a **atividade 1** requer do estudante a habilidade de estimar ou medir a área de figuras na malha quadriculada. Para que essa habilidade seja alcançada, propõe-se quatro quadriláteros e seus ângulos internos, pedindo para que sejam feitas validações de sentenças sobre esses polígonos inseridos na malha quadriculada.

Essa é uma boa oportunidade de relembrar com os estudantes o que são quadriláteros, as diferenças entre eles, suas definições e propriedades, pois ao longo desta aula, será de grande importância que ele já tenha a habilidade de diferenciá-los para que consiga calcular, de maneira distinta, a área de quadriláteros e polígonos.

Caso considere necessário, professor(a), retome com os estudantes o estudo das propriedades dos quadriláteros. Para isso, reveja a aula 2 do **REVISA Goiás** de fevereiro, que trabalha a identificação dos quadriláteros e suas propriedades (D4).

1. Analise os polígonos na malha quadriculada a seguir e faça as validações solicitadas em (V) para sentenças verdadeiras e (F) para falsas.



( ) Todos os polígonos inseridos na malha quadriculada são quadrados, pois a soma dos seus ângulos internos é igual a 360º.

( ) O polígono 1 ocupa uma área, na malha quadriculada, equivalente a 18 quadradinhos.

( ) Os polígonos 2 e 3 ocupam, na malha quadriculada, áreas equivalentes iguais a 16 quadradinhos.

( ) Os polígonos 1 e 4 ocupam, na malha quadriculada, áreas equivalentes iguais a 18 quadradinhos.

( ) Todos os polígonos ocupam, na malha quadriculada, áreas equivalentes iguais a 18 quadradinhos.

( ) Como os pares de polígonos 1 e 4, e 2 e 3 possuem ângulos internos equivalentes, podemos afirmar que os pares possuem, também, áreas equivalentes.

Sugestão de solução:

(F) Falso, pois a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é igual a 360º e não apenas o quadrado. Além disso, dentre os polígonos, apenas o quadrilátero 4 apresenta todos os lados com mesma medida, ou seja, um quadrado.

(V) O polígono 1 ocupa uma área na malha quadriculada equivalente a 18 quadradinhos.

(F) Os polígonos 2 e 3 NÃO ocupam, na malha quadriculada, áreas equivalentes, pois o 2 ocupa área igual a 16 quadradinhos e o 3 ocupa área igual a 18 quadradinhos.

(V) Os polígonos 1 e 4 ocupam, na malha quadriculada, áreas equivalentes iguais a 18 quadradinhos.

(F) NEM todos os polígonos ocupam, na malha quadriculada, áreas equivalentes iguais a 18 quadradinhos, pois o polígono 2 ocupa área equivalente a 16 quadradinhos.

(F) Como os pares de polígonos 1 e 4, e 2 e 3 possuem ângulos internos equivalentes, NÃO podemos afirmar que os pares possuem, também, áreas equivalentes, pois o que determina a área de um polígono não são seus ângulos e sim a medida de seus lados.

D13 A – Estimar ou medir a área de figuras na malha quadriculada.

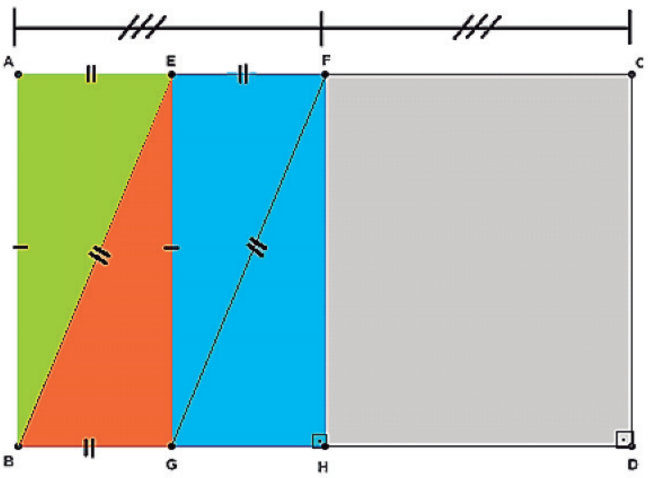
Professor(a), a **atividade 2** tem como objetivo que o estudante desenvolva a habilidade de estabelecer relações entre as expressões de cálculo de área de triângulos e de quadrilátero.

Essa habilidade é elencada na competência específica 2 da Matemática para o ensino fundamental BNCC (2017), quando essa assegura salvaguardar o desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito de investigação e da capacidade de produzir argumentos convincentes, pois assim o estudante conseguirá estabelecer relações matemáticas recorrendo aos conhecimentos prévios para compreender e atuar no mundo.

Dessa forma, a atividade propõe que o estudante investigue, por meio da área de um triângulo, quais são as áreas de quadriláteros que se formam a partir desse triângulo e, assim, compreenda que a área de um triangulo é pois um triângulo pode ser formado a partir da divisão de um quadrilátero por sua diagonal.

Busque orientar os estudantes para que eles consigam chegar a resoluções semelhantes às descritas na sugestão, pois as perguntas da questão são abertas para que eles estabeleçam as relações recorrendo à investigação e à análise como a competência supracitada sugere.

2. Sabendo que a área do triângulo ABE é igual a 40 m², responda o que se pede.



a) O que se pode afirmar da área do triângulo BGE?

b) O que se pode afirmar sobre a área do quadrilátero AEBG?

c) Qual é a área do quadrilátero AFBH?

d) Qual é a área do quadrilátero ABCD?

e) Existe algum quadrado entre os quadriláteros citados?

Sugestão de solução:

a) O triângulo BGE possui suas medidas equivalentes à do triângulo ABE, pois estão inseridos no retângulo *AEBG*, desta forma, $\overline{AB} \equiv \overline{EG}$, $\overline{AE} \equiv \overline{BG}$ e a diagonal $\overline{BE}$ é comum aos dois triângulos formados por ela. Logo, ambos (triângulos) possuem área igual a 40 m².

b) O quadrilátero *AEBG* é formado pelos dois triângulos, *BGE* e ABE, logo, possui área igual a 2 · 40 = 80m².

c) Repare que a medida dos lados $\overline{AB} \equiv \overline{EG}$, $\overline{AE} \equiv \overline{BG}$, além disso, $\overline{EG} \equiv \overline{FH}$ e $\overline{AE} \equiv \overline{EF}$, e as diagonais $\overline{BE} \equiv \overline{GF}$, logo, podemos afirmar que a área do quadrilátero *AFBH* é equivalente a área do quadrilátero *AEBG*.

d) Podemos ver que a área dos quadriláteros *ABGE* e *AFBH* são equivalentes, pois o lado $\overline{AF} \equiv \overline{FC}$ e o lado $\overline{FH}$ é comum a ambos (quadriláteros), e é perpendicular ao lado $\overline{BD}$.

Assim, a área do quadrilátero *AFBH* (80 m²) é equivalente ao do quadrilátero *FCHD.*

e) O único caso em que existe quadrado dentre os quadriláteros citados, é se A*FBH* e *FCHD* possuírem lados iguais a $4\sqrt{10}$, pois como a área do triângulo *ABE* é igual a 40 m², então a área do quadrilátero A*BGE* é igual a 80 m². Assim, tem-se que a área do quadrilátero A*BHF* é igual a 160 m².

$\rightarrow l^2 = 160 \rightarrow l = \sqrt{160} \rightarrow l = 4\sqrt{10}$.

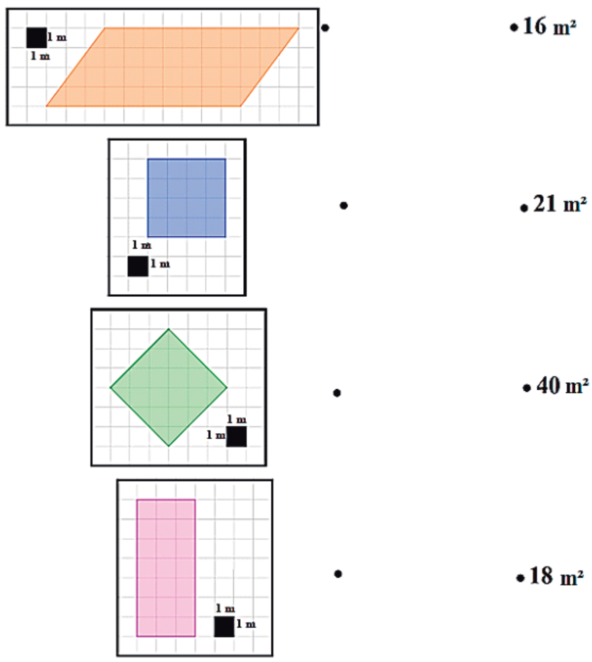
D13 B – Estabelecer relações entre as expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

Professor(a), a **atividade 3** possibilita ao estudante relembrar e aplicar a fórmula do cálculo da área de paralelogramos (quadrado, retângulo, ou paralelogramo qualquer).

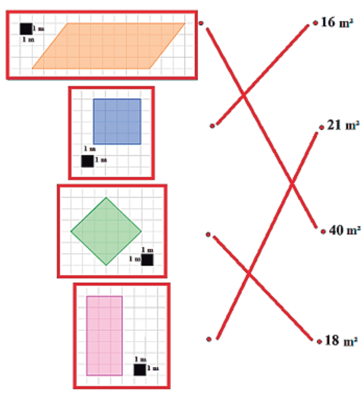
Vale ressaltar que um dos paralelogramos elencados está apresentado como um losango. Analise com os estudantes que, apesar dessa apresentação, ele possui todos os lados iguais e paralelos e por isso é um quadrado, podendo ser calculado utilizando a fórmula .

Esta é uma grande oportunidade de relembrar com os estudantes dois pontos. O primeiro ponto é que todo quadrado é um paralelogramo, um retângulo, um losango, e um trapézio, mas que a recíproca não é verdadeira. Caso essa habilidade não tenha sido desenvolvida, volte com eles à aula 2 do **REVISA GOIÁS** de fevereiro que faz referência ao descritor *D4 (Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades).* E o segundo ponto a ser relembrado é que dado qualquer quadrado de lado 1, sua diagonal é sempre √2, pois esse é um conhecimento necessário para a resolução desta atividade.

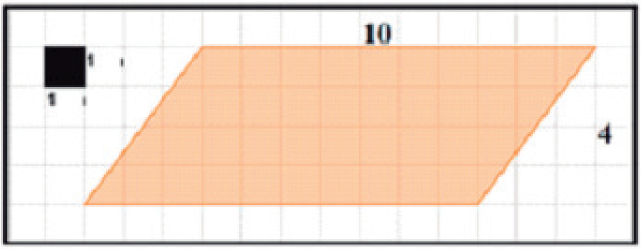
3. Conhecendo a fórmula matemática do cálculo de área de paralelogramos, ligue cada figura a seguir com o valor de sua respectiva área.



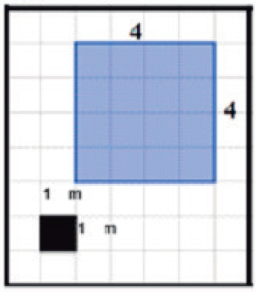
Gabarito:



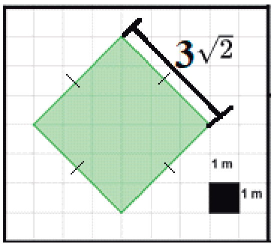
Sugestão de solução:



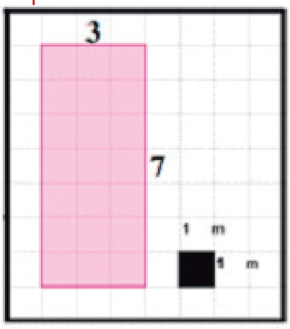
A paralelogramo = b · h→10 · 4 = 40 m²



A quadrado = b · h→4 · 4 = 16 m²



A quadrado = b · h→$3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 9\sqrt{4} = 9 \cdot 2 = 18$ m²



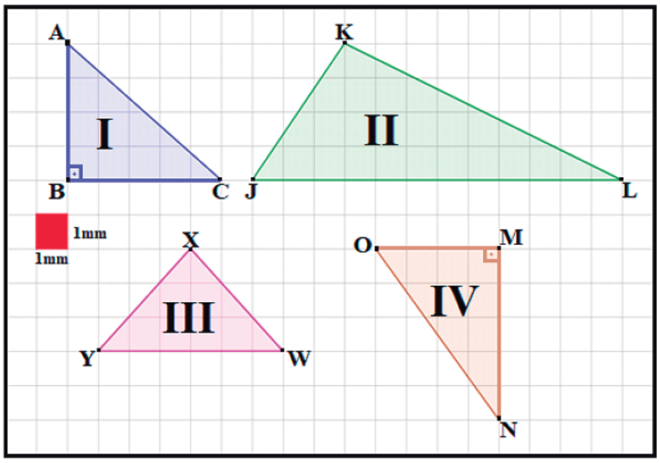
A retângulo = b · h→3 · 7 = 21 m²

D13 C – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de paralelogramos (quadrado, retângulo, ou paralelogramo qualquer).

Professor(a), a **atividade 4** requer do estudante a habilidade de aplicar a fórmula do cálculo da área de um triângulo. Nesse sentido, ela propõe a validação de sentenças criadas a partir das áreas de triângulos inscritos na malha quadriculada, pois esta é uma ferramenta que auxilia o estudante a reconhecer as medidas e elementos do triângulo, mesmo que esses não estejam destacados.

Este é um momento rico para se explorar as propriedades dos triângulos e reconhecer seus elementos fazendo, assim, com que os estudantes se apropriem dessas habilidades. Se houver resistência na apropriação dessa habilidade, volte com eles na aula 1 do **REVISA Goiás** de fevereiro que requer dos estudantes a habilidade de identificar propriedades de triângulos (D3).

4. Observe os triângulos a seguir na malha quadriculada.



Sabendo que a altura em um triângulo é o segmento perpendicular à base, valide as afirmações a seguir em (V) para verdadeiro ou (F) para falso.

( ) A área do triângulo I é equivalente a 10 mm².

( ) A área do triângulo II é equivalente ao dobro da área ocupada pelo triângulo I.

( ) A área do triângulo III é 1 mm² menor que a área do triângulo IV.

( ) Á área do triângulo I é equivalente à área ocupada pelo triângulo IV.

( ) A área do triângulo IV é equivalente à área ocupada pelo triângulo III.

Gabarito:

(V) A área do triângulo I é equivalente a 10 mm².

(F) A área do triângulo II é equivalente ao dobro da área ocupada pelo triângulo I.

(V) A área do triângulo III é 1 mm² menor que a área do triângulo IV.

(V) Á área do triângulo I é equivalente à área ocupada pelo triângulo IV.

(F) A área do triângulo IV é equivalente à área ocupada pelo

$$\Delta I \rightarrow \frac{4 \cdot 5}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ mm}^2$$

$$\Delta II \rightarrow \frac{4 \cdot 12}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ mm}^2$$

$$\Delta III \rightarrow \frac{3 \cdot 6}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ mm}^2$$

$$\Delta IV \rightarrow \frac{5 \cdot 4}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ mm}^2$$

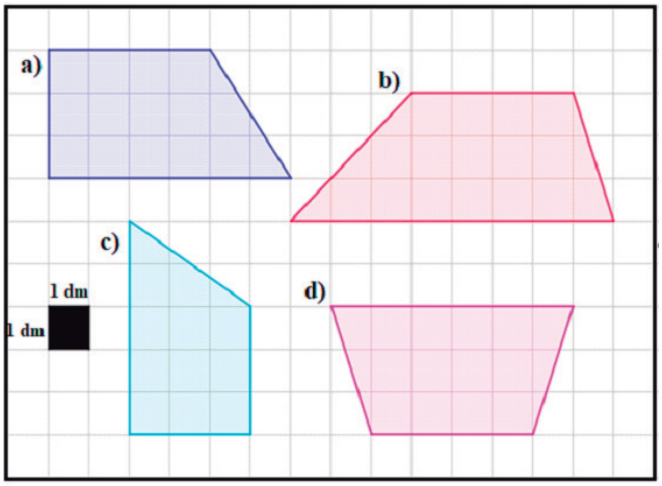
D13 D – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do triângulo.

Professor(a), a **atividade 5** requer do estudante a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do trapézio.

Este é um momento importante para explicar aos estudantes o porquê de a fórmula do trapézio, que é um quadrilátero, ser diferente dos demais, e mostrar que ele pode ser decomposto em retângulo e triângulos. Sinta-se à vontade para relembrar com eles as propriedades, cálculo de perímetro e particularidades desse quadrilátero.

Para aprofundar seu conhecimento, acesse: <https://www.centralexatas.com.br/matematica/trapezio/548455>.

5. Calcule a área dos trapézios contidos na malha quadriculada a seguir utilizando a fórmula.



Sugestão de solução:

a) $\frac{(6+4)\cdot 3}{2} = \frac{(10)\cdot 3}{2} = 15\ dm^2.$

b) $\frac{(8+4)\cdot 3}{2} = \frac{(12)\cdot 3}{2} = 18\ dm^2.$

c) $\frac{(5+3)\cdot 3}{2} = \frac{(8)\cdot 3}{2} = 12\ dm^2.$

d) $\frac{(6+4)\cdot 3}{2} = \frac{(10)\cdot 3}{2} = 15\ dm^2.$

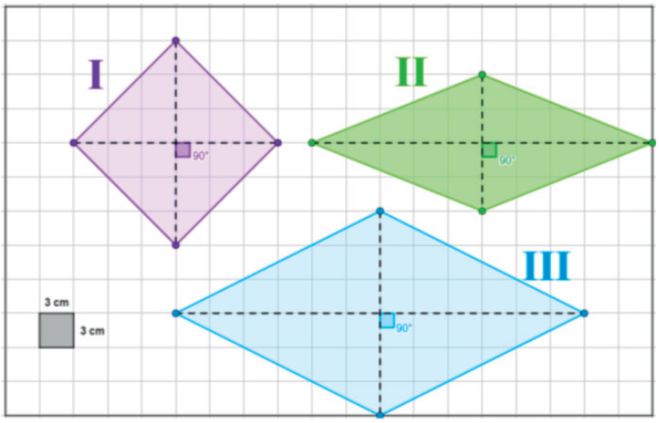
D13 E – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do trapézio.

Professor(a), a **atividade 6** possibilita ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do losango.

Ao desenvolver essa atividade, faça associações com os estudantes de maneira que eles se apropriem das propriedades de um losango, ou seja, que eles relembrem que os lados do losango são congruentes; que os ângulos internos opostos de um losango são congruentes; que as diagonais de um losango se encontram no ponto médio de cada uma delas e são perpendiculares entre si e que os ângulos adjacentes são suplementares, ou seja, sua soma é igual a 180°.

Em específico nesta atividade, os losangos estão inscritos na malha quadriculada em que cada quadradinho ocupa uma área de 9 cm², ou seja, seus respectivos lados medem 3 cm.

6. Observe os losangos a seguir.



Calcule a área de cada losango nos espaços a seguir

I	II	III

Sugestão de solução:

Como a malha é 3cm x 3cm, multiplicamos as diagonais por 3.

I → $\frac{D\cdot d}{2} = \frac{(3\cdot 6)\cdot(3\cdot 6)}{2} = \frac{18\cdot 18}{2} = \frac{324}{2} = 162\ cm^2.$

II → $\frac{D\cdot d}{2} = \frac{(3\cdot 10)\cdot(3\cdot 4)}{2} = \frac{30\cdot 12}{2} = \frac{360}{2} = 180\ cm^2.$

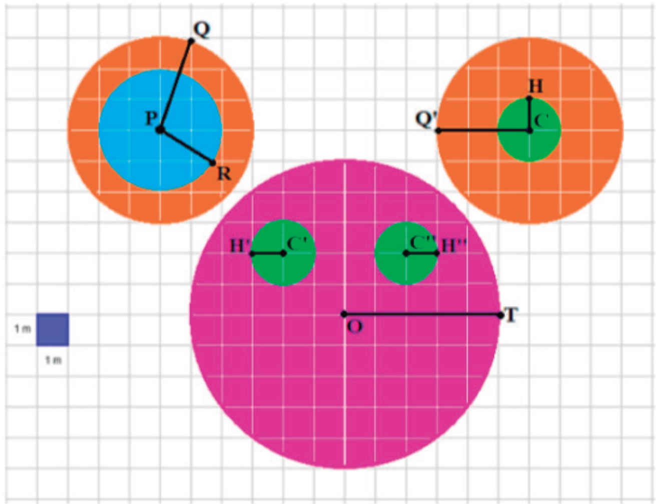
III → $\frac{D\cdot d}{2} = \frac{(3\cdot 12)\cdot(3\cdot 6)}{2} = \frac{36\cdot 18}{2} = \frac{648}{2} = 324\ cm^2.$

D13 F – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do losango.

Professor(a), a **atividade 7** requer do estudante a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do círculo. Para isso, são propostos círculos circunscritos dentro de outros de modo que os estudantes relembrem e apliquem suas propriedades.

Como ferramenta de suporte, os círculos semelhantes foram destacados com cores iguais e desenhados em uma malha quadrilhada 1 m x 1 m. (as cores foram usadas como suporte, porém não são estritamente necessárias para o desenvolvimento, caso a impressão desta atividade não seja colorida).

7. Analise os círculos presentes na malha quadriculada e complete as lacunas do texto a seguir.



Quando se analisam as figuras na malha quadriculada, percebe-se que o círculo com maior ____________ também possui a maior área, pois, para se calcular a área de um círculo, deve-se multiplicar o valor aproximado de π (3,14) pelo valor do raio ao _________________. Ainda sobre esse círculo, pode-se afirmar que seu raio mede _________ metros e que sua área é equivalente a ____________ m².

Sobre os círculos com centro *C*, *C*' e *C*'' possuem a mesma ________________, equivalente a ____________m², pois seus respectivos raios possuem medidas iguais a _____metro.

Pode-se perceber também que os círculos de raio $\overline{PQ}$ e $\overline{PR}$ são concêntricos, ou seja, o ponto que delimita o _______________ de ambos é o mesmo. Além disso, ao analisar seus raios, percebe-se que o raio $\overline{PQ}$ possui 3 metros e o raio $\overline{PR}$ __________ metros e que suas áreas são respectivamente ________m² e ________m².

Sobre os dois círculos de raios $\overline{PQ}$ e $\overline{CQ'}$ pode-se afirmar que, se considerar π = 3,14, eles possuem áreas equivalentes a _________ m², pois seus raios possuem medidas iguais a 3 metros.

Sugestão de solução:

Quando se analisam as figuras na malha quadriculada, percebe-se que o círculo com maior _raio_ também possui a maior área, pois, para se calcular a área de um círculo, deve-se multiplicar o valor aproximado de π (3,14) pelo valor do raio ao **quadrado**. Ainda sobre esse círculo, pode-se afirmar que seu raio mede 5 metros e que sua área é equivalente a **78,5m²**.

Sobre os círculos com centro C, C' e C'' possuem a mesma área equivalente a 3,14 m², pois seus respectivos raios possuem medidas iguais a 1 metro.

Pode-se perceber também que os círculos de raio $\overline{PQ}$ e $\overline{PR}$ são concêntricos, ou seja, o ponto que delimita o _centro_ de ambos é o mesmo. Além disso, ao analisar seus raios, percebe-se que o raio $\overline{PQ}$ possui 3 metros e o raio $\overline{PR}$ 2 metros e que suas áreas são respectivamente _28,26_ m² e _12,56_ m².

Sobre os dois círculos de raios $\overline{PQ}$ e $\overline{CQ'}$ pode-se afirmar que, se considerar π = 3,14, eles possuem áreas equivalentes a _28,26_ m², pois seus raios possuem medidas iguais a 3 metros.

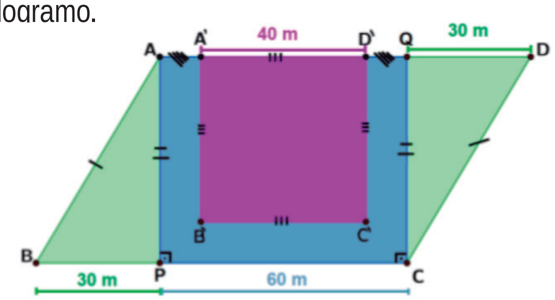
D13 G – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do círculo.

Professor(a), a **atividade 8** oportuniza aos estudantes desenvolver a habilidade de resolver problemas envolvendo o cálculo de área de um paralelogramo.

A habilidade de resolver problemas é apresentada na competência específica 6 da Matemática para o ensino fundamental BNCC (2017), ressaltando sua necessidade em aspectos práticos ou não, de maneira que o estudante consiga utilizar diferentes registros e linguagens para sintetizar conclusões.

Em específico, para esta atividade, é apresentado um problema em que existem quadriláteros (um retângulo e um quadrado), inseridos em um paralelogramo, apresentando dados para que o estudante consiga desenvolver a habilidade presente na competência específica 6 da Matemática para o ensino fundamental BNCC (2017).

8. Hugo comprou o seguinte terreno em formato de paralelogramo.



Ele deseja construir dois galinheiros triangulares (ABP e QCD) com áreas iguais a 750 m² cada, como mostra a figura.

Na parte quadrangular (A'B'C'D'), ele construirá sua casa, e na parte retangular (APCQ), ele preencherá com grama a área que não será ocupada pela casa. Sabendo disso, responda:

a) Qual será a área ocupada pelos dois galinheiros?

b) Qual será a área ocupada pela casa que ele deseja construir?

c) Quantos metros quadrados de grama Hugo terá que comprar para gramar o terreno desejado?

d) Qual é a área total do terreno que Hugo comprou?

Sugestão de solução:

a) Como Hugo construirá dois galinheiros com áreas de 750 m² cada, basta somarmos 750 + 750 para descobrirmos a área ocupada pelos dois galinheiros. Assim, os dois galinheiros ocuparão uma área de 1500 m².

b) A casa será construída em formato quadrangular, assim à l^2 = 402 = 1600 m². Logo, a casa ocupará uma área de 1600 m².

c) Para descobrirmos a quantidade de grama que deverá ser comprada, precisamos primeiro descobrir a área ocupada pelo retângulo e retirar a área ocupada pela casa. Como a imagem traz a informação do valor de apenas dois lados do retângulo, precisamos encontrar o valor dos outros dois lados (que possuem mesma medida). Como sabemos, o triângulo possui área de 750 m² e uma delas é sua altura, então $\frac{30 \cdot x}{2} = 750 \rightarrow 30x = 1500 \rightarrow x = \frac{1500}{30} \rightarrow x = 50$. Logo, um dos lados do triângulo, que também é o lado do retângulo que procuramos, mede 50 m.

Assim à Área do retângulo APCQ = 60·50 = 3 000 m². Como a casa ocupará uma área de 1600 m², o terreno a ser gramado será de 3 000 – 1600 = 1400 m².

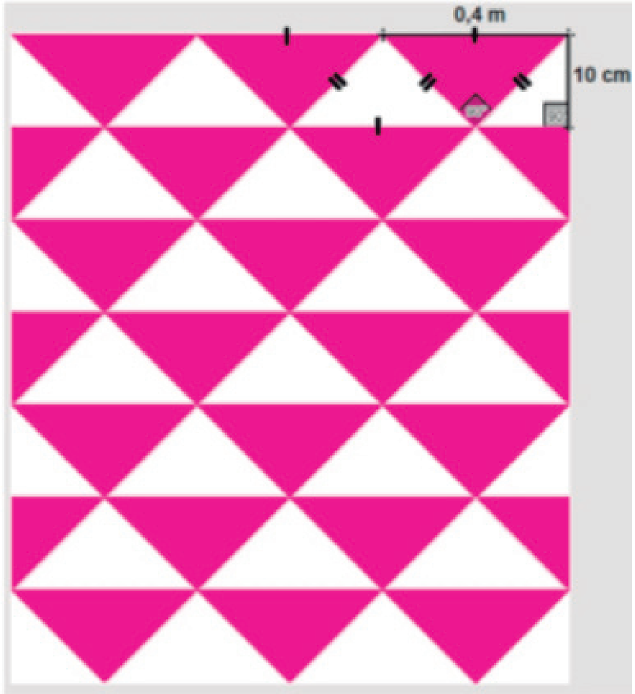
d) Para descobrir o valor da área toda do terreno, basta somar 1400 + 1600 + 1500 = 4 500 ou utilizar a fórmula $b \cdot h \rightarrow 90 \cdot 50 = 4\,500$. Logo, o terreno de Hugo ocupa uma área igual a 4 500 m².

D13 H – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um paralelogramo

Professor(a), a **atividade 9** possibilita aos estudantes desenvolver a habilidade de resolver problema envolvendo o cálculo de área de um triângulo.

Assim, é apresentado um problema em que o estudante deverá relembrar os tipos de triângulo, suas propriedades e como calcular suas respetivas áreas. A atividade requer também a conversão entre as unidades de medida metro e centímetro, e a contagem da quantidade de triângulos presentes no papel de parede, assim, fique atento às resoluções dos estudantes, pois caso eles não tenham se apropriado desses conhecimentos, é relevante voltar à atividade 4 ou a aula 1 do **REVISA GOIÁS** de fevereiro.

9. Maria deseja cobrir com papel de parede uma parede em seu quarto com dimensões 3,2 m x 2 m. Porém, o papel só é vendido em folhas como mostra a figura a seguir.



Sabendo disso, responda:

a) Qual a quantidade aproximada de folhas que Maria utilizará, deste papel de parede, para cobrir a parede desejada?

b) Qual será a área coberta apenas pelos triângulos rosas do papel de parede?

c) Qual será a área coberta apenas pelos triângulos brancos do papel de parede?

d) A área coberta pelos triângulos rosas e brancos são iguais? Justifique.

Sugestão de solução:

a) Essa alternativa pode ser resolvida de duas maneiras:

1ª à A área da parece é $3{,}2 \cdot 2 = 6{,}4$ m²

Analisando a figura que contém o papel de parede, podemos perceber que ele possui dimensões de 0,7m x 1,2 m. Logo, a área ocupada por esse papel de parede é de $0{,}7 \cdot 1{,}2 = 0{,}84$ m² (*lembre-se de utilizar as conversões entre unidades de metro para centímetro*).

Assim, 6,4 ÷ 0,84 = 7,62.
Por conseguinte, Maria utilizará aproximadamente 8 folhas de papel de parede.
2ª → Calcular a área de um triângulo e multiplicar pelo número de vezes que ele está presente na folha, visto que todos possuem áreas equivalentes.

Área do triângulo $= \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{40 \cdot 10}{2} = \frac{400}{2} = 200$ cm² ou 0,2 m².

São ao todo 42 triângulos completos (*pois os que estão "cortados" fazem complemento com os outros no lado oposto*).

Assim, uma folha possui $42 \cdot 0{,}2 = 8{,}4\ \square^2$ (*lembre-se de utilizar as conversões entre unidades de metro para centímetro*).

Fazendo $6{,}4 \div 0{,}84 = 5{,}376$ descobrimos que Maria utilizará aproximadamente 5 folhas e meia de papel de parede.

b) Calcular a área de um triângulo rosa e multiplicar pelo número de vezes que ele está presente na folha, visto que todos possuem áreas equivalentes.

Área do triângulo $= \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{40 \cdot 10}{2} = \frac{400}{2} = 200$ cm² ou 0,2 m².

Área ocupada pelos triângulos rosas $\rightarrow 0{,}2 \cdot 21 = 4{,}2$ m².

c) Calcular a área de um triângulo branco e multiplicar pelo número de vezes que ele está presente na folha, visto que todos possuem áreas equivalentes.

Área do triângulo $= \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{40 \cdot 10}{2} = \frac{400}{2} = 200$ cm² ou 0,2 m².

Área ocupada pelos triângulos brancos $\rightarrow 0{,}2 \cdot 21 = 4{,}2$ m².

d) Sim, pois os triângulos rosa e branco ocupam 4,2 m² da folha de papel de parede por aparecerem 21 vezes cada na folha.

D13 I – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um triângulo.

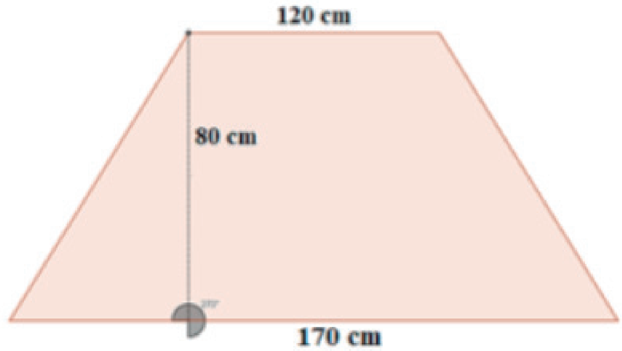
Professor(a), a **atividade 10** oportuniza ao estudante desenvolver a habilidade de resolver problema envolvendo o cálculo de área de um trapézio e de um losango em conjunto.

No decorrer desta aula, o estudante pôde aplicar a fórmula do cálculo de losangos e trapézios separadamente, porém, a ideia desta atividade é que ele o faça em conjunto, mediante a resolução de problemas.

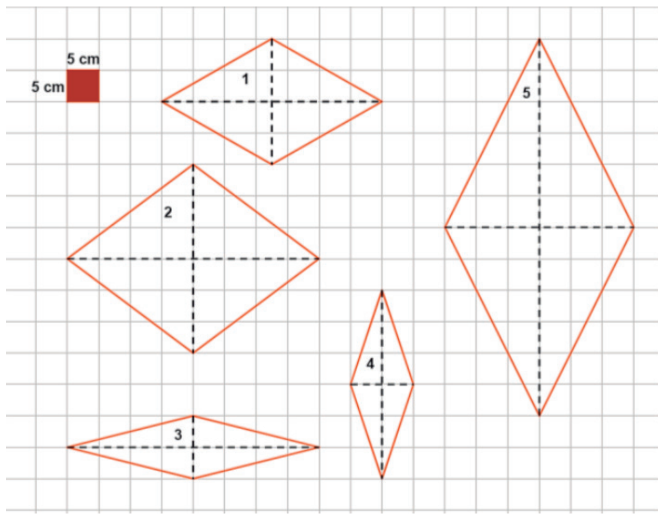
Essa correlação entre os quadriláteros permite que o momento seja rico para enfatizar ainda mais suas propriedades e o que os difere, lembrando, por exemplo, que todo losango é um trapézio, mas que a reciproca não é verdadeira.

Dessa forma, enfatize com os estudantes que a malha possui dimensões 5 cm x 5cm e que o personagem do problema deseja fazer duas pipas de cada molde, pois assim, após calcular a área total do papel de seda trapezoidal, será possível verificar se ele consegue fazer duas miniaturas de cada molde.

10. Maurício ganhou uma folha de papel de seda para fazer pipas no seguinte formato



Ele possui os seguintes moldes de miniaturas de pipas desenhadas em uma malha quadriculada



Sabendo disso, se utilizar a folha de papel de seda que ganhou, será possível que Maurício faça duas pipas de cada do molde?

Sugestão de solução:

Como a folha de papel de seda é em formato de trapézio, utilizamos a fórmula do cálculo de trapézio para calcular sua área.

Área de trapézio $= \frac{(B+b) \cdot h}{2} \rightarrow \frac{(170+120) \cdot 80}{2} = \frac{(290) \cdot 80}{2} = \frac{23.200}{2}$: $= 11.600$ cm².

Para sabermos se é possível fazer todos os moldes das pipas nessa folha, devemos saber qual a área ocupada por cada miniatura e, assim, como possuem formato de losango, utilizar a fórmula $\frac{D \cdot d}{2}$ para resolver.

Área do losango 1 $= \frac{D \cdot d}{2} \rightarrow \frac{(5 \cdot 7) \cdot (5 \cdot 4)}{2} = 350$ cm²

Área do losango 2 $= \frac{D \cdot d}{2} \rightarrow \frac{(5 \cdot 8) \cdot (5 \cdot 6)}{2} = 600$ cm²

Área do losango 3 $= \frac{D \cdot d}{2} \rightarrow \frac{(5 \cdot 8) \cdot (5 \cdot 2)}{2} = 200$ cm²

Área do losango 4 $= \frac{D \cdot d}{2} \rightarrow \frac{(5 \cdot 6) \cdot (5 \cdot 2)}{2} = 150$ cm²

Área do losango 5 $= \frac{D \cdot d}{2} \rightarrow \frac{(5 \cdot 12) \cdot (5 \cdot 6)}{2} = 900$ cm²

Somando 350 + 600 + 200 + 150 + 900 = 2 200 cm²

Como Maurício quer fazer duas pipas de cada do molde, basta multiplicar 2 200 por 2. Assim, as pipas ocuparão uma área equivalente a 4 400 cm².

Logo, Maurício conseguirá fazer 2 pipas de cada, presentes no molde, pois a área ocupada por cada uma ainda é menor que a área total da folha de papel de seda ganhada por ele.

D13 J – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um trapézio.

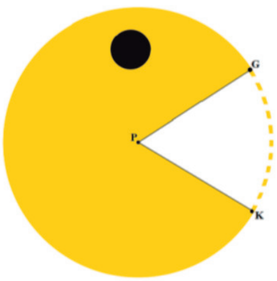
D13 K – Resolver problema envolvendo o cálculo da área de um losango.

Professor(a), a **atividade 11** contribui para que o estudante desenvolva a habilidade de resolver problema envolvendo o cálculo da área de um círculo.

Essa atividade dialoga com a habilidade (EF08MA19) do DGGO Ampliado, que salienta a respeito da resolução de problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas. É importante que os estudantes se apropriem dessa habilidade para que, ao chegar no 4º corte temporal, desenvolvam as habilidades (GO-EF09MA24) e (EF09MA11) sobre a resolução de problemas envolvendo área de círculo, arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência.

Como a área de setor circular não está no corte temporal, a atividade já traz essa informação. Assim, os estudantes precisarão calcular apenas a área pintada do círculo

11. PacMan é uma série de jogos de videogame que tem como objetivo percorrer um labirinto comendo pontos energizantes e frutas, fugindo de quatro fantasmas. Observe a representação que Ana fez desse personagem.



Ana primeiro desenhou uma circunferência de centro P e raio $\overline{PG}$ = 60 cm. Após isso, retirou uma região circular de área equivalente a 1 884 cm² para formar a boca do personagem. Por fim, pintou o corpo do personagem de amarelo.

Qual foi a área que Ana pintou de amarelo?

Sugestão de solução:

Área pintada = área da circunferência – área da boca.

Área pintada = $\pi \cdot r^2 - 1\,884$

Área pintada = $3{,}14 \cdot 60^2 - 1\,884 \rightarrow 3{,}14 \cdot 3\,600 - 1\,884 \rightarrow$ 11.304 – 1 884

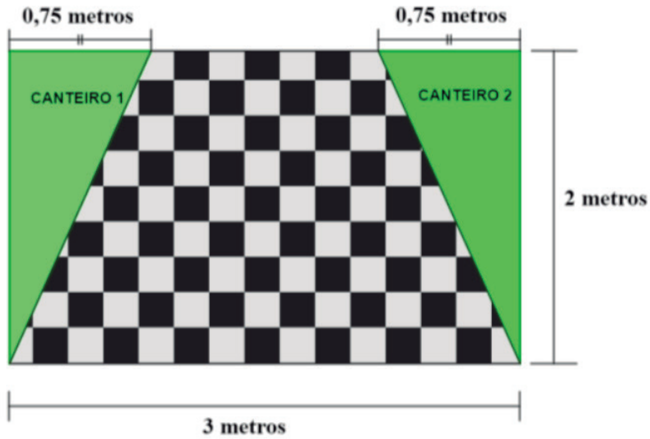
Área pintada = 9 420 cm²

D13 L – Resolver problema envolvendo o cálculo da área de um círculo.

Professor(a), a **atividade 12** busca desenvolver nos estudantes a habilidade de resolver problema envolvendo o cálculo de área de um paralelogramo. Para que o estudante se aproprie dessa habilidade, a atividade apresenta uma área retangular dividida em dois triângulos semelhantes e um trapézio inscrito nesse retângulo, pedindo que seja feito o cálculo da área de cada figura plana presente na imagem.

É importante salientar que os triângulos estão presentes nesta atividade (que salienta acerca de quadriláteros), pois como são semelhantes, juntos, formam um quadrilátero, e ao fazer os cálculos, os estudantes perceberão essa particularidade.

12. Hélio está reformando a entrada de sua casa. Ele decidiu fazer dois canteiros em formatos triangulares nas laterais e colocar piso xadrez no restante da entrada, conforme mostra a figura a seguir.



Agora responda:

a) Qual será a área ocupada pelos dois canteiros da entrada?

b) Qual será a quantidade, em metros quadrados, de piso xadrez que Hélio utilizará?

c) Qual é a área da entrada da casa de Hélio?

Sugestão de solução:

a) $A\Delta = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow A\Delta = \frac{(0{,}75 \cdot 2)}{2} = 0{,}75 \text{ cm}^2$

Como são dois triângulos, a área ocupada pelos dois canteiros será de 1,5 m²

$(2 \cdot 3) - 1{,}5 = 6 - 1{,}5 = 4{,}5 \text{ m}^2$

Ou

2ª→ Área do trapézio $\frac{(B+b) \cdot h}{2}$

$\frac{(3+1{,}5) \cdot 2}{2} = 4{,}5 \text{ m}^2$

Assim, a área de piso xadrez que Hélio utilizará será de 4,5 m².

c) Área total da entrada = b ·h → 2 · 3 = 6 m²

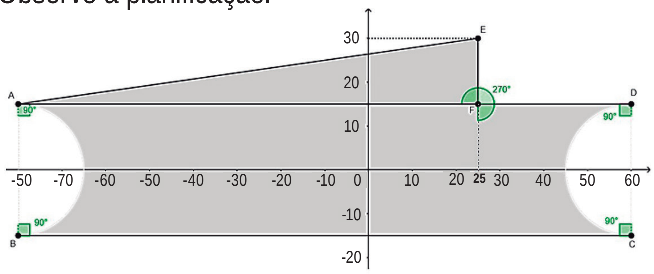
Assim, a área total da entrada da casa de Hélio será de 6 m².

D13 M – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um paralelogramo.

Professor(a), a **atividade 13** oportuniza ao estudante desenvolver a habilidade de resolver problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por polígonos e/ou círculo, utilizando a equivalência entre áreas.

A BNCC (2017) afirma que as ideias matemáticas fundamentais associadas ao eixo de geometria são a construção, a representação e a interdependência. Nesse sentido, ao trabalharmos a habilidade de decompor figuras planas, exercitamos duas das ideias fundamentais da geometria, pois representamos a figura composta e, ao decompormos, temos as interdependências entre elas.

13. Um engenheiro aeroespacial está montando o projeto de um míssil e deseja descobrir a quantidade de alumínio que será necessária para revestir uma parte da estrutura externa deste míssil. Para isso, ele planificou o projétil. Observe a planificação.



Ele delimitou o triângulo AEF como a asa de direção, e a parte em destaque do retângulo ABCD como sendo o corpo do projétil. Sabendo que a unidade de medida é o cm, responda:

a) Qual é a quantidade mínima, de alumínio, necessária para revestir a asa de direção desse projétil?

b) Qual é a quantidade mínima, de alumínio, necessária para revestir o corpo do projétil?

c) Qual é a quantidade mínima, de alumínio, necessária para revestir totalmente essa planificação?

Sugestão de solução:

a) Área do $\Delta AEF = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{105 \cdot 15}{2} = \frac{1\,575}{2} = 787{,}5.$

Logo, serão necessários 787,5 cm² de alumínio para revestir a asa de direção desse projétil.

b) Área do corpo do projétil = Área do retângulo – Área das semicircunferências

Área do retângulo = b · h → 140 ·30 = 4 200 cm²

Área da Semicircunferência

$$= \frac{\pi \cdot r^2}{2} \rightarrow \frac{3{,}14 \cdot 15^2}{2} \cong \frac{706{,}5}{2} \cong 353{,}25.$$

Como ambas as semicircunferências possuem mesmo raio, a área ocupada por elas é equivalente a 706,5 cm².

Logo, 4 200 – 706,5 = 3 493,5

Assim, a quantidade mínima, de alumínio, necessária para revestir o corpo do projétil 3 493,5 cm²

c) Área total da planificação = Área do ΔAEF + Área do corpo do projétil

787,5 + 3 493,5 = 4 281 cm²

D13 N – Resolver problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por polígonos e/ou círculo, utilizando a equivalência entre áreas.

Professor(a), a **atividade 14** busca desenvolver junto aos estudantes a habilidade de validar e analisar resoluções de problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

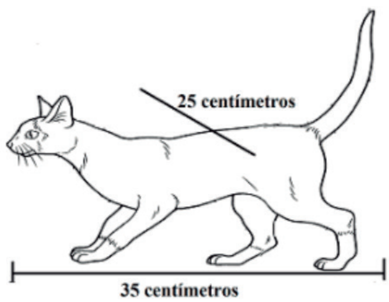
A habilidade necessária é a validação, assim como salientado na competência específica 2 da Matemática para o ensino fundamental BNCC (2017), que destaca a necessidade de se desenvolver raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos.

A atividade aborda uma situação problema envolvendo o cálculo de volume, que tem como pré-requisito que o estudante faça o cálculo de área da base. Apesar da atividade levantar o cálculo de volume, e esse ser um momento rico para explorar as potencialidades desse objeto de conhecimento, a atividade requer somente que o estudante tenha conhecimento do cálculo da área da base.

A validação se dará a partir do comando feito (*a caixa pode ser usada pelo gato Fred?*), sendo necessário que, além do cálculo, ele analise o enunciado e veja se as medidas se adequam ou não ao referenciado no problema.

Caso haja necessidade, volte com os estudantes na habilidade (EF07MA30) e (EF08MA21-A) do DCGO Ampliado que instrui sobre problemas envolvendo cálculo de recipiente, cujo formato é o de um bloco retangular.

14. Para o bem-estar de um felino doméstico, é recomendado comprar uma caixa de areia com, no mínimo, o dobro das dimensões de um gato. Mariana comprou uma caixa com 8 000 cm³ para seu gato Fred, que tem as seguintes medidas:



Sabe-se que, convencionalmente, a altura de uma caixa de areia para gatos é de 20 centímetros, e que para sabermos o volume de uma caixa (*bloco retangular*) qualquer, utilizamos a fórmula → $V = A_{base} \cdot h$.

A caixa que Mariana comprou pode ser usada por seu gato Fred?

Sugestão de solução:

Como a caixa de areia deve ter o dobro das dimensões do felino, então as medidas dessa caixa para um gato com as dimensões de Fred deverão ser de 70 x 50 x 20 (pois a altura convencional é de 20 cm).

Dessa forma, para calcular o volume máximo de areia dessa caixa, basta multiplicar $70 \cdot 50 \cdot 20 = 70.000$ cm³.

O volume mínimo da caixa de areia para Fred deve ser de 70 mil cm³.

Como a caixa que Mariana comprou tem 8 000 cm², ela pode ser utilizada pelo gato Fred.

D13 O – Validar e analisar resoluções de problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

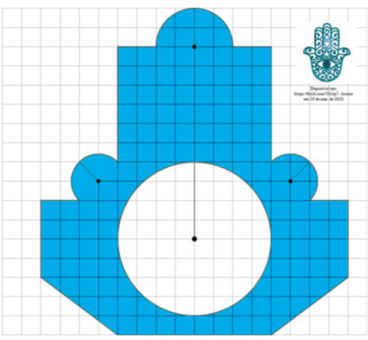
Professor(a), a **atividade 15**, em formato de item, avalia se os estudantes conseguem desenvolver a habilidade de resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

Para avaliar se o estudante se apropriou dessa habilidade, o item traz uma figura, desenhada na malha quadriculada de dimensões 1 cm x 1 cm, onde será necessário que se faça a decomposição em quadriláteros, triângulos, círculos e semicírculos para a resolução efetiva.

Caso seja necessário, volte com eles na atividade 13 que elucida sobre a decomposição de uma figura em polígonos e círculos, e refaça os cálculos.

15. A *hamsá* trata-se de um símbolo da fé judaica e islâmica, sendo um objeto com aparência da palma da mão com cinco dedos estendidos, usado popularmente não só como um amuleto contra o mau olhado, mas também para afastar as energias negativas e trazer felicidade, sorte e fortuna.

Túlio buscou desenhar esse símbolo em uma malha quadriculada 1 cm x 1 cm e coloriu uma parte. Observe o desenho feito por ele.



Utilizando π = 3,14 podemos afirmar que a área colorida por Túlio, é de

(A) 79,18 cm².

(B) 130,32 cm².

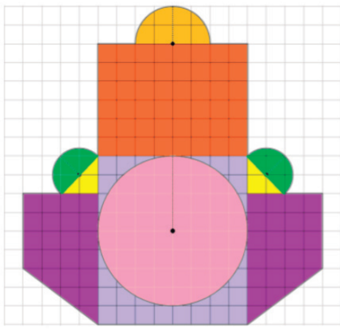
(C) 203,44 cm².

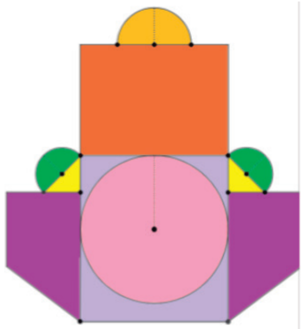
(D) 237,08 cm².

Gabarito: B

Sugestão de solução:

O *hamsá* feito por Túlio pode ser decomposto nas seguintes figuras planas





Como a aula trabalha o cálculo de área de paralelogramos, trapézios, triângulos e circunferências, basta lembrar das fórmulas correspondentes a cada figura presente nesta decomposição e, ao final, somarmos a área de todas.

Área dos triângulos retângulo → $2 \cdot \left(\frac{2 \cdot 2}{2}\right) = 4\ cm^2$

Área das duas semicircunferências de raio

$\sqrt{2} \rightarrow 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot r^2}{2}\right) = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot (\sqrt{2})^2$

$= 3,14 \cdot 2 = 6,28$ cm²

Área da semicircunferência de raio 2 cm

$\rightarrow \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{3,14 \cdot 4}{2} = \frac{12,56}{2} = 6,28\ cm^2.$

Área do retângulo de lados 6 cm x 8 cm → $6 \cdot 8 = 48$ cm²

Área dos dois trapézios retângulos

$\rightarrow \frac{(B+b) \cdot h}{2} \rightarrow 2 \cdot \left(\frac{(7+4) \cdot 4}{2}\right) = 44\ cm^2$

A circunferência de raio 4 cm é vazada, ou seja, não possui área e está inscrita dentro do retângulo de dimensões 8 cm x 9 cm. Desta forma, para calcularmos a área colorida desse retângulo, devemos fazer

$A_{retângulo} - A_{círculo}$

$(8 \cdot 9) - (3,14 \cdot 4^2)$

$72 - 50,24 = 21,76$ cm²

A área total colorida = 4 + 6,28 + 6,28 + 48 + 44 + 21,76 = 130,32 cm² .

Aula 3 — Volumes

Descritor SAEB: D14 – Resolver problema envolvendo noções de volume.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Grandezas e medidas;
- Área de figuras planas;
- Volume de figuras espaciais;
- Situação problema.

Relembrando

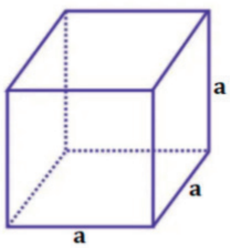
Cálculo de volume de sólidos geométricos

O volume de um sólido geométrico é uma grandeza que representa o espaço que esse sólido geométrico ocupa. As medidas de volume mais comuns são as unidades cúbicas, como os metros cúbicos (m^3), os seus múltiplos (km^3, hm^3 e dam^3) e os seus submúltiplos (dm^3, cm^3 e mm^3). Os principais sólidos geométricos são os poliedros, que possuem apenas faces planas, como os prismas e pirâmides e os corpos redondos, como o cone, o cilindro e a esfera.

Cada um deles possui fórmulas específicas para o cálculo de seu volume. Nesta aula, vamos relembrar ou conhecer algumas fórmulas dos prismas e do cilindro. Lembre-se que o cubo e o paralelepípedo são exemplos de prismas.

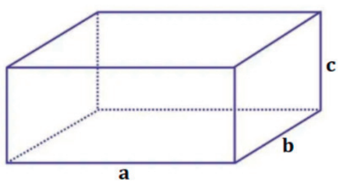
No cálculo do volume dos prismas, basta multiplicar a área da base pela altura do prisma. Como a forma da base pode variar, para cada tipo de prisma teremos uma fórmula diferente. Vejamos algumas:

Cubo:



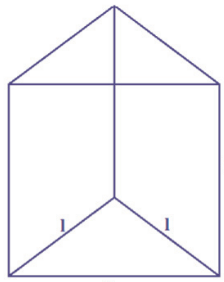
$V_c = a^3$, onde "V_c" representa o volume do cubo e "a" a medida da aresta.

Paralelepípedo:



$V_p = a \cdot b \cdot c$, onde "V_p" representa o volume do bloco (paralelepípedo) e "a", "b" e "c" representam as medidas das dimensões (largura, comprimento e altura) do bloco retangular.

Prisma de base triangular:



$V_p = A_b \cdot h$, onde "V_p" representa o volume do prisma, "A_b" é a área da base e "h" é a medida da altura do prisma. A área da base pode ser calculada de diferentes maneiras dependendo da classificação do triângulo que delimita a base. Exemplos:

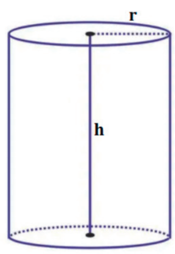
- Triângulo equilátero: $A_t = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$, onde "l" é a medida do lado.
- Triângulo retângulo: $A_t = \frac{b \cdot c}{2}$, onde "b" e "c" são as medidas dos catetos.
- Triângulo qualquer conhecendo a altura relativa a um dos lados: $A_t = \frac{b \cdot a}{2}$ onde "b" é a medida da base e "a" é a medida da altura relativa a essa base.

(Entre outras fórmulas que serão estudadas posteriormente).

Prisma de base hexagonal:

$V_p = A_b \cdot h$, onde "V_p" representa o volume do prisma, "A_b" é a área da base e "h" é a medida da altura do prisma. A área da base, sendo um hexágono regular de lado "l", pode ser calculada da seguinte forma: $A_h = \frac{3 \cdot l^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$.

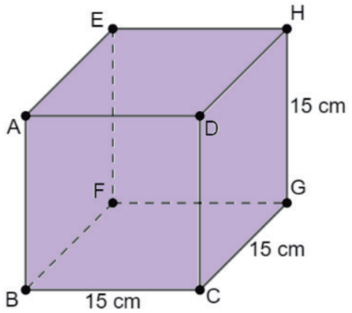
Cilindro:



$V_c = \pi \cdot r^2 \cdot h$, onde "r" é a medida do raio da base e "h" é a medida da altura do cilindro.

Professor(a), a **atividade 1** tem como objetivo possibilitar ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um cubo. Esclareça para eles que o cubo é um prisma, e também um bloco retangular. Relacione as fórmulas que calculam o volume do cubo e de outro bloco retangular qualquer.

1. Considere o cubo representado a seguir.



Calcule o volume desse cubo

Sugestão de solução:

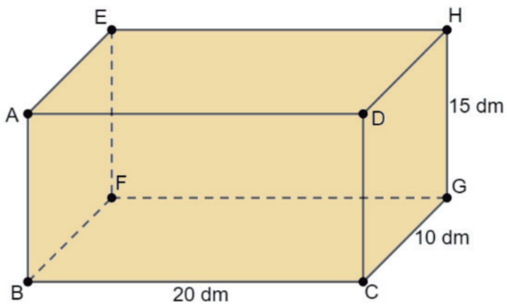
Representando por V_c o volume do cubo, tem-se que:

$V_c = (15)^3 \rightarrow V_c = 15 \cdot 15 \cdot 15 \rightarrow V_c = 3\,375 \text{ cm}^3$.

D14 A – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um cubo.

Professor(a), a **atividade 2** tem como objetivo possibilitar ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um paralelepípedo (bloco retangular). Reitere com os estudantes que o paralelepípedo é um prisma. Aproveite o momento para relembrar as relações entre unidades de medida de comprimento e de volume.

2. A figura a seguir representa um bloco retangular (paralelepípedo) com as dimensões em decímetros. Determine o volume desse sólido geométrico em metros cúbicos.



Sugestão de solução:

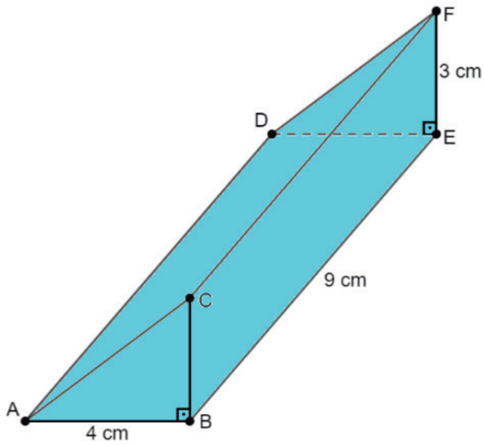
Representando por V_p o volume do paralelepípedo, tem-se que:
$V_p = 20 \cdot 10 \cdot 15 \rightarrow V_p = 200 \cdot 15 \rightarrow V_p = 3\,000 \text{ dm}^3$

Como $1 \text{ dm}^3 = 0{,}001 \text{m}^3 \rightarrow 3\,000 \cdot 0{,}001 = 3 \text{ m}^3$.

D14 B – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um paralelepípedo.

Professor(a), a **atividade 3** possibilita que o estudante desenvolva a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um prisma de base triangular. Nesta atividade, a base do prisma é delimitada por um triângulo retângulo, cuja área pode ser calculada a partir das medidas de seus catetos. Reforce que existem outras fórmulas para o cálculo da área de um triângulo, que dependerá do tipo de triângulo e de quais medidas desse triângulo são conhecidas.

3. O prisma representado a seguir é um prisma de base triangular. As bases deste prisma têm a forma de um triângulo retângulo cujos catetos medem 4 centímetros e 3 centímetros. Calcule a medida do volume, em centímetros cúbicos.



Sugestão de solução:

O volume de um prisma é igual à medida da área da base, multiplicada pela altura. Nesse caso, a base é um triângulo retângulo de catetos medindo 4 centímetros e 3 centímetros e a altura, 9 centímetros.

Representando por V_p o volume do prisma, tem-se que:

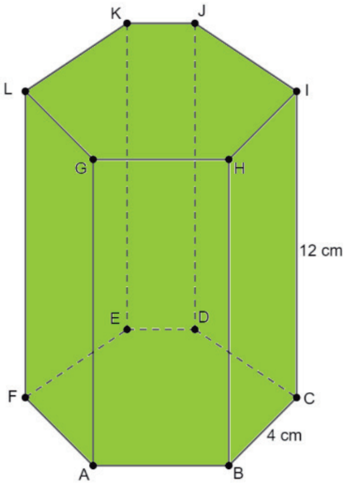
$$V_p = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 9 \rightarrow V_p = \frac{12}{2} \cdot 9 \rightarrow V_p = 6 \cdot 9 \rightarrow V_p = 54\ cm^3$$

D14 C – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um prisma de base triangular.

Professor(a), o objetivo da **atividade 4** é oportunizar ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um prisma de base hexagonal. Relembre que o hexágono regular é composto por seis triângulos equiláteros, e que, consequentemente, a fórmula que calcula a área delimitada pelo hexágono regular é seis vezes a fórmula que calcula a área de um triângulo equilátero:

$$A_h = 6 \cdot \frac{\cdot l^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_h = \frac{3l^2 \cdot \sqrt{3}}{2}.$$

4. A figura a seguir apresenta um prisma de base hexagonal regular. Calcule o volume deste prisma em centímetros cúbicos



Sugestão de solução:

O volume de qualquer prisma é calculado multiplicando a área da base pela altura. Nesse caso, a base é um hexágono regular, cuja área é calculada pela fórmula $A_h = \frac{3 \cdot l^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$.

Dessa forma, tem-se que:

$$A_h = \frac{3 \cdot l^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \rightarrow A_h = \frac{3 \cdot 4^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \rightarrow$$

$$A_h = \frac{3 \cdot 16 \cdot \sqrt{3}}{2} \rightarrow A_h = 3 \cdot 8 \cdot \sqrt{3} \rightarrow A_h = 24\sqrt{3}\ cm^2$$

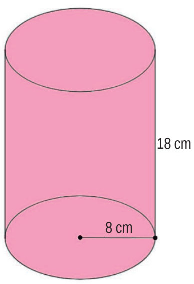
Depois, calcula-se o volume do prisma (área da base vezes a altura), que será representado por V_p:

$$V_p = 12 \cdot 24\sqrt{3} \rightarrow V_p = 288\sqrt{3}\ cm^3$$

D14 D – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um prisma de base hexagonal.

Professor(a), a **atividade 5** tem como objetivo possibilitar ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um cilindro. Relembre com os estudantes o significado do número irracional π (razão entre o comprimento e diâmetro de uma circunferência qualquer), assim como a relação entre diâmetro e raio, pois em alguns problemas, a informação dada pode ser em relação ao diâmetro.

5. Considere o cilindro a seguir, cuja altura mede 18 centímetros, e o raio da base mede 8 centímetros. Considerando π = 3,14, calcule a medida do volume desse cilindro.



Sugestão de solução:

O volume de um cilindro é calculado multiplicando a área da base que é um círculo, pela sua altura.

Representando a área da base por A_b , tem – se que:

$$A_b = \pi \cdot r^2 \rightarrow A_b = 3{,}14 \cdot 8^2$$

$$\rightarrow A_b = 3{,}14 \cdot 64 \rightarrow A_b = 200{,}96\ cm^2$$

Representando o volume do cilindro por V_c, tem – se que:

$$V_c = 200{,}96 \cdot 18 \rightarrow V_c = 3\,617{,}28\ cm^3$$

D14 E – Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo do volume de um cilindro.

Professor(a), a **atividade 6** possibilita ao estudante desenvolver a habilidade de resolver problema envolvendo o volume de um cubo. Retome a fórmula que calcula o volume. Esta atividade possibilita revisar o cálculo de área da superfície, pois pode ser proposto aos estudantes que calculem a quantidade mínima de papel de presente necessário para embrulhar a caixa. Revise sempre que possível as relações entre as unidades de medida de comprimento, área e volume.

6. Leonora vai presentear sua amiga Sandra e, para isso, comprou uma caixa de presente na forma de um cubo com as dimensões expressas na figura a seguir.

Disponível em: br.freepik.com. Acesso em 13 de mar. 2023 - Adaptado

Qual o volume máximo do presente que Leonora pode comprar, considerando as dimensões dessa caixa?

Sugestão de solução:

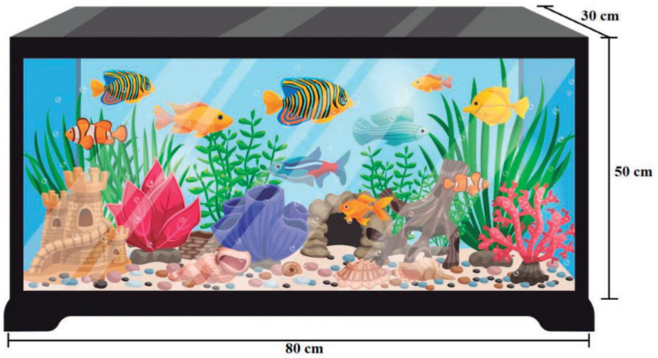
Representando por V_c o volume do cubo, tem-se que:

$V_c = (20)^3 \rightarrow V_c = 20 \cdot 20 \cdot 20 \rightarrow V_c = 8\,000\ cm^3$

D14F – Resolver problema envolvendo o volume de um cubo.

Professor(a), a **atividade 7** tem como objetivo desenvolver, junto ao estudante, a habilidade de resolver um problema envolvendo o volume de um paralelepípedo. Nesta atividade, além de aplicar a fórmula utilizada anteriormente, o estudante terá a oportunidade de relembrar as relações entre as unidades de medida de volume (cm³ e dm³) e suas relações com a unidade de medida de capacidade (L). Esta atividade também possibilita a revisão do cálculo de área, podendo ser proposto, para isso, o cálculo da quantidade de vidro para fabricar um aquário como o da figura.

7. Matheus comprou um aquário com as dimensões descritas na figura a seguir. Sabendo que para cada decímetro cúbico, cabe 1 litro de água, qual é a capacidade, em litros, deste aquário?



Disponível em: br.freepik.com. Acesso em 13 de mar. 2023 - Adaptado

Sugestão de solução:

Primeiramente, calcula-se o volume desse aquário em centímetros cúbicos.

Representando por V_p o volume do paralelepípedo, tem-se que:
$V_p = 80 \cdot 50 \cdot 30 \rightarrow V_p = 4000 \cdot 30 \rightarrow V_p = 120\,000\ cm^3$

Como $1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$, então $120\,000\ cm^3 = 120\ dm^3$

Ou seja, a capacidade máxima desse aquário é igual a 120 litros.

D14G – Resolver problema envolvendo o volume de um paralelepípedo.

Professor(a), a **atividade 8** tem como objetivo desenvolver, junto ao estudante, a habilidade de resolver um problema envolvendo o volume de um prisma de base triangular. Diferente da atividade anterior, a base do prisma trabalhado é delimitada por um triângulo equilátero, cuja fórmula para o cálculo de sua área é

$$A_t = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}.$$

8. Um famoso chocolate é vendido em embalagens, cuja forma é de um prisma de base triangular regular. Suas medidas estão representadas na imagem a seguir. Desconsiderando a espessura da embalagem, e supondo que o chocolate ocupa todo o volume interno da embalagem, calcule o volume máximo de chocolate dentro dessa embalagem. (Utilize $\sqrt{3} \cong 1{,}7$)

Sugestão de solução:

Primeiramente, calcula-se a área da base, que é delimitada por um triângulo equilátero cujo o lado mede 4 centímetros. A fórmula utilizada para esse cálculo é $A_b = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$, onde l é a medida do lado do triângulo.

Dessa forma, tem-se que:

$$A_b = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_b = \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_b = \frac{16 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightarrow$$

$$A_b = 4\sqrt{3} \rightarrow A_b = 4 \cdot 1{,}7 \rightarrow A_b = 6{,}8\ cm^2$$

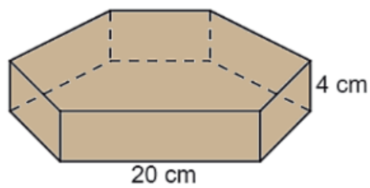
Assim, para calcular o volume (V_p) multiplicamos a área da base pela altura: $V_p = 6{,}8 \cdot 16 \rightarrow V_p = 108{,}8\ cm^3$

D14H – Resolver problema envolvendo o volume de um prisma de base triangular.

Professor(a), a **atividade 9** possibilita ao estudante desenvolver a habilidade de resolver problema envolvendo o volume de um prisma de base hexagonal. Reitere que o hexágono regular é composto por seis triângulos equiláteros, e que, consequentemente, a fórmula que calcula a área delimitada pelo hexágono regular é seis vezes a fórmula que calcula a área de um triângulo equilátero:

$$A_h = 6 \cdot \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_h = \frac{3l^2 \cdot \sqrt{3}}{2}.$$

9. Algumas embalagens utilizadas por pizzarias possuem formato de um prisma de base hexagonal regular. A embalagem representada a seguir tem sua altura medindo 4 centímetros, e sua base tem o formato de um hexágono regular com lado medindo 20 centímetros. Considerando $\sqrt{3} = 1{,}7$, calcule o volume dessa embalagem em centímetros cúbicos.



Sugestão de solução:

O volume de qualquer prisma é calculado multiplicando a área da base pela altura. Nesse caso, a base é um hexágono regular, cuja área é calculada pela fórmula $A_h = \frac{3 \cdot l^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$. Dessa forma, tem-se que:

$$A_h = \frac{3 \cdot l^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \rightarrow A_h = \frac{3 \cdot 20^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \rightarrow$$

$$A_h = 3 \cdot 200 \cdot \sqrt{3} \rightarrow A_h = 600\sqrt{3}\ cm^2$$

Depois, calcula-se o volume do prisma (área da base vezes a altura) que será representado por V_n:

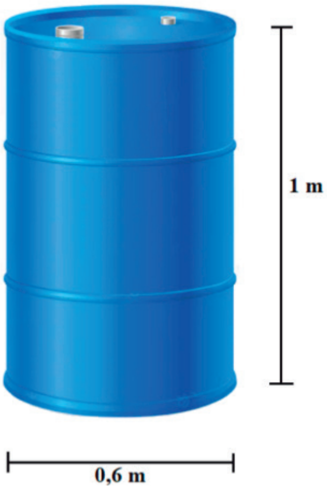
$$V_p = 4 \cdot 600\sqrt{3} \rightarrow V_p = 2\,400\sqrt{3} \rightarrow$$

$$V_p = 2\,400 \cdot 1{,}7 \rightarrow V_p = 4\,080\ cm^3.$$

D14I – Resolver problema envolvendo o volume de um prisma de base hexagonal.

Professor(a), a **atividade 10** tem como objetivo oportunizar ao estudante desenvolver a habilidade de resolver um problema envolvendo o volume de um cilindro. Retome a relação entre diâmetro e raio, pois diferente da outra atividade que trabalhou cilindro, esta atividade parte da medida do diâmetro da base circular do cilindro, e não da medida do raio. Esta atividade possibilita, também, que o estudante retome as relações entre medidas de volume (m^3) e medidas de capacidade (L).

10. Uma empesa, que vende produtos de limpeza, estoca seus produtos em tambores com as medidas representadas na figura a seguir. Considerando que 1 metro cúbico tem a capacidade de 1 000 litros, calcule a capacidade em litros de cada tambor utilizado por essa empresa. Use π = 3.1.



Sugestão de solução:

O tambor utilizado pela empresa tem a forma de um cilindro.

O volume de um cilindro é calculado multiplicando a área da base, que é um círculo, pela sua altura.

Se o diâmetro da base do tambor mede 0,6 metros, então o raio mede 0,3 metros.

Representando a área da base por A_b, tem-se que:

$$A_b = \pi \cdot r^2 \rightarrow A_b = 3{,}1 \cdot (0{,}3)^2 \rightarrow$$
$$A_b = 3{,}1 \cdot 0{,}09 \rightarrow A_b = 0{,}279\ m^2$$

Representando o volume do cilindro por V_c, tem-se que:

$V_c = 0{,}279 \cdot 1 \rightarrow V_c = 0{,}279\ m^3$

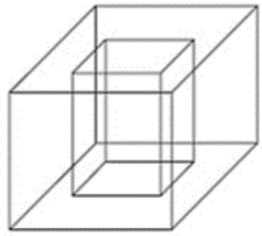
Se em cada metro cúbico cabem 1 000 litros, então esse barril tem a capacidade igual a 279 litros.

D14J – Resolver problema envolvendo o volume de um cilindro.

Professor(a), a **atividade 11** é uma questão do ENEM que diagnostica se o estudante possui a competência de resolver um problema envolvendo o volume de sólidos obtidos por composição ou decomposição de outros sólidos.

Neste caso, será trabalhado a decomposição de um cubo, de onde é "tirado" outro cubo, gerando um sólido diferente dos estudados (bloco cúbico vazado). Proponha que os estudantes criem outras formas a partir da composição ou decomposição de sólidos já estudados.

11. (Enem 2010) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm



O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de:

(A) 12 cm^3.

(B) 64 cm^3.

(C) 96 cm^3.

(D) 1216 cm^3.

(E) 1728 cm^3.

Gabarito: B

Sugestão de solução: Para encontrar o volume do porta-lápis, basta calcular a diferença entre o volume do cubo maior e do cubo menor: $12^3 – 8^3 = 1728 – 512 = 1216\ cm^3$

D14K – Resolver problema envolvendo o volume de sólidos obtidos por composição ou decomposição de outros sólidos.

Professor(a), a **atividade 12** possibilita ao estudante desenvolver a habilidade de validar e analisar resoluções de problemas envolvendo o cálculo de volumes. Nesta atividade, além de calcular a medida de volume de dois cilindros diferentes, o estudante deverá comparar os resultados obtidos e analisar cada possibilidade proposta nas opções de resposta.

12. Tayssa resolveu fazer café para servir seus 10 colegas de trabalho. Para fazer e servir o café, Tayssa dispõe de uma chaleira cilíndrica, cujo raio da base mede 4 centímetros, e altura, 20 centímetros. Já os copos, também cilíndricos, possuem raio da base igual a 2 centímetros e altura igual a 4 centímetros.

Com o objetivo de não desperdiçar café, Tayssa deseja colocar a quantidade mínima de água na chaleira para encher os dez copos.

Para que isso ocorra, Tayssa deverá

(A) encher a chaleira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

(B) encher a chaleira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

(C) encher a chaleira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

(D) encher duas chaleiras de água, pois cada uma tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

(E) encher cinco chaleiras de água, pois cada uma tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

Gabarito: A

Sugestão de solução: Representando o volume da chaleira por V_{ch} e o volume do copo por V_{co}, tem-se que:

Volume da chaleira: $V_{ch} = \pi \cdot 4^2 \cdot 20 \rightarrow V_{ch} = 320\pi$ cm³

Volume do copo: $V_{co} = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 \rightarrow V_{ch} = 16\pi$ cm³

$320\pi \div 16\pi = 20$, ou seja, a capacidade da chaleira é igual a 20 vezes a capacidade de cada copo. Portanto, Tayssa deverá encher a chaleira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo, sendo que serão servidos apenas 10 copos de café.

D14L – Validar e analisar resoluções de problemas envolvendo o cálculo de volumes.

Professor(a), as **atividades 13** e **14** são itens que têm como objetivo verificar o desenvolvimento das habilidades trabalhadas nas atividades dessa aula. Caso seja necessário, retome o conteúdo, revisite as fórmulas, discuta e resolva outros exemplos, sempre analisando os erros e aprendendo com eles.

13. Um prisma de 20 cm de altura, tem base formada por um triângulo retângulo com catetos medindo 24 cm e 18 cm.

O volume desse prisma, em centímetros cúbicos, é igual a

(A) 4 320 cm³.

(B) 3 440 cm³.

(C) 2 880 cm³.

(D) 2 560 cm³.

Gabarito: A

Sugestão de solução:

O volume de um prisma é igual à medida da área da base, multiplicada pela altura. Nesse caso, a base é um triângulo retângulo de catetos medindo 24 centímetros e 18 centímetros, e a altura, 20 centímetros.

Representando por V_p o volume do prisma, tem-se que:

$$V_p = \frac{24 \cdot 18}{2} \cdot 20 \rightarrow V_p = \frac{432}{2} \cdot 20 \rightarrow$$

$$V_p = 432 \cdot 10 \rightarrow V_p = 4\,320\ cm^3$$

D14 – Resolver problema envolvendo noções de volume.

14. Um reservatório foi construído no formato de um cilindro com diâmetro de 10 metros e volume de 785 m³. Considere π = 3,14.

A medida da altura desse reservatório, em centímetros, é igual a

(A) 800.

(B) 900.

(C) 1 000.

(D) 1 100.

Gabarito: C

Sugestão de solução:

$$V_c = \pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow 785 = 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot h \rightarrow$$

$$785 = 3{,}14 \cdot 25 \cdot h \rightarrow 785 = 78{,}5 \cdot h \rightarrow h = \frac{785}{78{,}5} \rightarrow h = 10\ m$$

10 metros = 1 000 centímetros.

D14 – Resolver problema envolvendo noções de volume.

Aula 4 Expressões Algébricas e Regularidades

Descritores SAEB: D30 – Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica;

D32 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Binômios;
- Trinômios;
- Polinômios;
- Expressão Algébrica;
- Sequências numéricas;
- Sequências figurais.

Professor(a), as atividades referentes ao primeiro descritor (D30) contribuem para que o estudante desenvolva a habilidade de resolver uma expressão algébrica, dados os valores numéricos de suas variáveis. Já, as atividades referentes ao segundo descritor (D32) oportunizam ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer uma regularidade expressa em uma sequência numérica, traduzindo-a em uma expressão algébrica. Essa expressão representará algebricamente uma lei de formação de tal sequência.

Relembrando

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Expressões algébricas são expressões matemáticas que contêm números e letras. As letras são conhecidas como variáveis e utilizadas para representar valores variáveis.

Caso a expressão algébrica possua um único termo algébrico, ela é conhecida como monômio; quando possui mais de um, é chamada de polinômio. É possível também calcular operações algébricas, que são as operações entre expressões algébricas.

Vejamos alguns exemplos de expressões algébricas:

- $3x^2c + 5ya^2 - 3$
- $-7n^3m$
- $x^2 + 2x - 3$
- $2x^5 - 3x^3 + x - 10$

Valor numérico das expressões algébricas

Quando conhecemos ou atribuímos um valor a variável de uma expressão algébrica, é possível encontrar o seu valor numérico. O valor numérico da expressão algébrica nada mais é do que o resultado quando substituímos a variável por um valor.

Exemplo:

Dada a expressão $x^3 + 4x^2 + 3x - 5$, para $x = 2$, qual é o valor numérico dessa expressão?

Para calcular o valor da expressão, deve-se substituir o x por 2.

$$2^3 + 4 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 5=$$
$$8 + 4 \cdot 4 + 6 - 5=$$
$$8 + 16 + 6 - 5=$$
$$30 - 5=$$
$$25$$

Expressão algébrica racional (Fracionária)

Uma expressão algébrica racional (fracionária) é um quociente de dois polinômios. Em outras palavras, é uma fração cujo numerador e denominador são polinômios. Vejamos alguns exemplos de expressões algébricas racionais:

- $\frac{1}{x-2}$
- $\frac{a-3b}{a^2+b^3}$

Valor numérico das expressões algébricas racionais

Considere a expressão racional a seguir:

$$\frac{-2a+4}{2-a}$$

Pode-se determinar o valor numérico dessa expressão para valores específicos de **a**. Por exemplo, calcular o valor numérico dessa expressão para **a** = −1.

$$\frac{-2a+4}{2-a} =$$
$$\frac{-2\cdot(-1)+4}{2-(-1)} =$$
$$\frac{2+4}{2-(-1)} =$$
$$\frac{2+4}{2+1} = \frac{6}{3} = 2$$

Então, o valor dessa expressão para a = −1 é igual a 2.

Sequência Numérica

As sequências numéricas, a serem estudadas neste momento, são sequências que possuem uma lei de formação. Essa lei torna possível prever quais serão os próximos termos se conhecermos os seus antecessores ou a ordem (posição) de cada termo.

Alguns exemplos de sequências numéricas:

· sequência de números pares (0; 2; 4; 6; 8; ...);

· sequência de números ímpares (1; 3; 5; 7; 9; ...);

· sequência dos naturais menores que 10 (1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9).

Lei de formação de uma sequência numérica

Algumas sequências podem ser descritas por uma fórmula que gera os seus termos. Essa fórmula é conhecida como lei de formação. Utilizamos a lei de formação para encontrar qualquer termo na sequência quando conhecemos o padrão (regularidade) dela. Veja alguns exemplos.

Exemplo 1:

A sequência a seguir é formada por quadrados perfeitos:

(1; 4; 9; 16; 25; 36; 64; ...)

Podemos descrever essa sequência pela lei de formação:

$N = n^2$

N → número do termo

n → o termo de posição n.

Exemplo 2:

A sequência: (– 3; – 1; 1; 3; 5; ...)

Sua lei de formação é: N = 2n – 5

Professor(a), na **atividade 1**, o estudante deve substituir um valor numérico na variável de um binômio. Neste momento, o cálculo do valor numérico não é importante, pois agora ele deve perceber apenas que podem ser atribuídos valores à variável.

1. Substitua o valor de x = 2 nos binômios a seguir.

a) $-2x^3 + x$

b) $3x^2 - 2x$

c) $-\frac{1}{2}x^4 + x^2$

d) $x^2 + x$

Sugestão de solução:

a) $-2 \cdot 2^3 + 2$

b) $3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2$

c) $-\frac{1}{2} \cdot 2^4 + 2^2$

d) $2^2 + 2$

D30A – Substituir um valor numérico em um binômio.

Professor(a), na **atividade 2**, o estudante deve substituir um valor numérico em um trinômio, neste momento, o cálculo não é importante, agora ele deve perceber que podem ser atribuídos valores à variável. Agora, a complexidade aumentou, pois, na atividade anterior, o valor substituído era positivo e, nesta atividade, deve-se substituir por um valor negativo.

Na substituição, utilizam-se os parênteses, pois a potência indicará o sinal resultante. Após, tem-se que realizar a multiplicação dos números levando em consideração seus sinais (jogo de sinais). Lembre-se que os cálculos e a multiplicação não serão realizados neste momento, serão apenas indicados na substituição.

2. Substitua o valor de x = −3 nos trinômios a seguir.

a) $x^3 + x^2 + x$

b) $-x^4 - 2x^2 - x$

c) $-\frac{5}{2}x^5 + x^3 - x$

d) $x^3 + x^2 - 10x$

Sugestão de solução:

a) $(-3)^3 + (-3)^2 + (-3)$

b) $-(-3)^4 - 2 \cdot (-3)^2 - (-3)$

c) $-\frac{5}{2}(-3)^5 + (-3)^3 - (-3)$

d) $(-3)^3 + (-3)^2 - 10 \cdot (-3)$

D30B – Substituir um valor numérico em um trinômio.

Professor(a), na **atividade 3**, o estudante deve substituir um valor numérico em um polinômio. Ressalta-se que o cálculo, neste momento, não é importante, mas perceba que a complexidade aumentou, pois nas atividades anteriores o valor substituído ou era positivo ou negativo inteiro e, nesta atividade, o valor a ser substituído é um número racional fracionário negativo.

Na substituição, utilizam-se os parênteses, pois a potência indicará o sinal resultante. Depois, realiza-se a multiplicação dos números levando em consideração seus sinais (jogo de sinais). Lembre-se que os cálculos e a multiplicação não serão realizados neste momento, apenas serão indicados na substituição.

3. Substitua o valor de x = $\frac{-1}{3}$ nos polinômios a seguir.

a) $x^4 + x^3 + x^2 + x$
b) $x^4 - 2x^2 - x - 2$
c) $-\frac{6}{5}x^5 + x^3 - 3x + 1$
d) $x^7 - x^5 - 6x^3 + 3x^2 + 9x + \frac{1}{3}$

Sugestão de solução:

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)$
b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 - 2\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) - 2$
c) $-\frac{6}{5}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^5 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 1$
d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^7 - \left(-\frac{1}{3}\right)^5 - 6\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 9\left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$

D30C – Substituir um valor numérico em um polinômio.

Professor(a), na **atividade 4**, o estudante deve substituir um valor numérico em uma expressão algébrica racional (fracionária). Esta é a última atividade que não será solicitado ao estudante a realização de cálculo. No entanto, perceba que a complexidade aumentou, pois neste momento o estudante deve substituir dois valores, um positivo e um negativo.

Lembre-se que, na substituição, utilizam-se os parênteses, pois a potência indicará o sinal resultante. Depois, realiza-se a multiplicação dos números levando em consideração seus sinais (jogo de sinais). Reforce que os cálculos e a multiplicação não serão realizados neste momento, apenas serão indicados nas substituições.

4. Substitua o valor de a = 2 e b = −3 nas expressões algébricas a seguir.

a) $\frac{2a+b}{2}$
b) $-\frac{3a-2b}{ab}$
c) $\frac{2a^2+b^3}{b-a}$
d) $\frac{-(a-b)^3}{\frac{1}{2}(3ab)}$

Sugestão de solução:

a) $\frac{2\cdot2+(-3)}{2}$

b) $-\frac{3\cdot2-2(-3)}{2\cdot(-3)}$

c) $\frac{2\cdot2^2+(-3)^3}{-3-2}$

d) $\frac{-(2-(-3))^3}{\frac{1}{2}(3\cdot2\cdot(-3))}$

D30D – Substituir um valor numérico em uma expressão algébrica racional.

Professor(a), na **atividade 5**, o estudante substituirá um valor numérico em um binômio e, depois, realizará os cálculos para esse valor em questão. Comente que poderia ser outro valor qualquer e, para que o estudante perceba isso, atribua outros valores para os binômios a seguir. A complexidade está no cálculo das potências e na adição de valores positivos e negativos.

5. Calcule os binômios a seguir para o valor de x = 2.

a) $-2x^2 + x$
b) $-3x^3 - 2x$
c) $-\frac{1}{2}x^4 + x^2$
d) $x^3 - x$

Sugestão de solução:

a) $-2\cdot2^2 + 2 =$
$-2\cdot4 + 2 =$
$-8 + 2 = -6$

b) $-3\cdot2^3 - 2\cdot2 =$
$-3\cdot8 - 4 =$
$-24 - 4 = -28$

c) $-\frac{1}{2}\cdot2^4 + 2^2 =$
$-\frac{1}{2}\cdot16 + 4 =$
$-8 + 4 = -4$

d) $2^3 - 2 =$
$8 - 2 = 6$

D30E – Calcular o valor numérico de um binômio.

Professor(a), na **atividade 6**, o estudante substituirá um valor numérico em um trinômio e, depois, realizará os cálculos para esse valor em questão. Comente que poderia ser outro valor qualquer e, para que o estudante perceba isso, atribua outros valores para os binômios a seguir. A complexidade está no cálculo das potências e na adição de valores positivos e negativos.

6. Calcule os trinômios a seguir para o valor de x = −3.

a) $x^3 + 2x^2 + x$
b) $-x^4 - x^2 - x$
c) $-\frac{5}{3}x^5 + x^3 - x$
d) $x^3 + x^2 - \frac{x}{3}$

Sugestão de solução:

a) $(-3)^3 + 2(-3)^2 + (-3)$
$= (-27) + 2\cdot(+9) - 3$
$= -27 + 18 - 3 = -12$

b) $-(-3)^4 - (-3)^2 - (-3)$
$= -(+81) - (+9) - 3$
$= -81 - 9 - 3 = -93$

c) $-\frac{5}{3}(-3)^5 + (-3)^3 - (-3)$
$= -\frac{5}{3}\cdot(-243) + (-27) + 3$
$= 405 - 27 + 3 = 381$

d) $(-3)^3 + (-3)^2 - \frac{(-3)}{3}$
$= -27 + (+9) - (-1)$
$= -27 + 9 + 1$
$= -18 + 1 = -17$

D30F – Calcular o valor numérico de um trinômio.

Professor(a), na **atividade 7**, o estudante substituirá um valor numérico em um polinômio e, depois, realizará os cálculos para esse valor em questão. Comente que poderia ser outro valor qualquer e, para que o estudante perceba isso, atribua outros valores para os binômios a seguir. A complexidade está no cálculo das potências e na adição de valores positivos e negativos.

7. Calcule os polinômios a seguir para o valor de x = −1.

a) $x^4 + x^3 + x^2 + x$

b) $x^4 - 2x^2 - x - 2$

c) $-\frac{6}{5}x^5 + x^3 - 3x + 1$

d) $x^7 - x^5 - 6x^3 + 3x^2 + 9x + \frac{1}{3}$

Sugestão de solução:

a) $(-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1)$
$= 1 + (-1) + 1 + (-1)$
$= 0 + 0 = 0$

b) $(-1)^4 - 2\cdot(-1)^2 - (-1) - 2$
$= 1 - 2\cdot 1 + 1 - 2$
$= 1 - 2 + 1 - 2 = -2$

c) $-\frac{6}{5}(-1)^5 + (-1)^3 - 3\cdot(-1) + 1$
$= -\frac{6}{5}\cdot(-1) + (-1) + 3 + 1$
$= \frac{6}{5} - 1 + 3 + 1$
$= \frac{6}{5} - 1 + 4$
$= \frac{6}{5} + 3$
$= \frac{6+15}{5} = \frac{21}{5}$

d) $(-1)^7 - (-1)^5 - 6\cdot(-1)^3 + 3\cdot(-1)^2 + 9\cdot(-1) + \frac{1}{3}$
$= -1 - (-1) - 6\cdot(-1) + 3\cdot 1 - 9 + \frac{1}{3}$
$= -1 + 1 + 6 + 3 - 9 + \frac{1}{3}$
$= \frac{1}{3}$

D30G – Calcular o valor numérico de um polinômio.

Professor(a), o objetivo da **atividade 8** é oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de calcular o valor numérico de uma expressão algébrica racional. Para tanto, será necessário que o estudante substitua o valor numérico nas expressões algébricas racionais e realize os cálculos para esse valor em questão.

Lembre-se de comentar com os estudantes que poderia ser atribuído qualquer outro valor. Para melhor desenvolvimento da aprendizagem dele, atribua outros valores para essas expressões algébricas racionais. A complexidade está no cálculo das operações com números inteiros.

8. Substitua os valores de a = 2 e b = −1 nas expressões algébricas a seguir e calcule seus valores numéricos.

a) $\frac{3a+b}{3}$

b) $-\frac{2a-4b}{ab}$

c) $\frac{a^2+2b^3}{b-a}$

d) $\frac{-(b-a)^3}{\frac{1}{4}(3ab)}$

Sugestão de solução:

a) $\frac{3a+b}{3} \rightarrow \frac{3\cdot 2+(-1)}{3} \rightarrow \frac{6-1}{3} \rightarrow \frac{5}{3}$

b) $-\frac{2a-4b}{ab} \rightarrow -\frac{2\cdot 2-4\cdot(-1)}{2\cdot(-1)} \rightarrow -\frac{4+4}{-2} \rightarrow +\frac{8}{2} = +4$

c) $\frac{a^2+2b^3}{b-a} \rightarrow \frac{2^2+2\cdot(-1)^3}{-1-2} \rightarrow \frac{4-2}{-1-2} \rightarrow \frac{2}{-3} \rightarrow -\frac{2}{3}$

d) $\frac{-(b-a)^3}{\frac{1}{4}(3ab)} \rightarrow \frac{-(-1-2)^3}{\frac{1}{4}(3\cdot 2\cdot(-1))} \rightarrow \frac{-(-3)^3}{\frac{1}{4}(6\cdot(-1))} \rightarrow \frac{-(-27)}{\frac{1}{4}(-6)} \rightarrow \frac{27}{\frac{-6}{4}} \rightarrow$
$27\cdot\left(-\frac{4}{6}\right) \rightarrow -\frac{108}{6} \rightarrow -18$

D30H – Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica racional.

Professor(a), a **atividade 9**, em formato de item, tem como objetivo avaliar se o estudante desenvolveu a habilidade de calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

Essa habilidade se relaciona com a habilidade presente do DCGO do 8º ano (EF08MA06-E) que explana sobre a necessidade da resolução e elaboração de problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas. Além disso, faz ligação com o objeto de conhecimentos expressões algébricas da 1ª série do ensino médio.

9. Evandro calculou o valor da expressão $a + \frac{b}{a} - b^2 + a^3$ para a = 3 e b = 6.

Que valor Evandro encontrou?

(A) −4

(B) 4

(C) 14

(D) 68

Gabarito: A

Sugestão de solução:

$a + \frac{b}{a} - b^2 + a^3$
$3 + \frac{6}{3} - 6^2 + 3^3$
$3 + 2 - 36 + 27$
$32 - 36 = -4$

D30 – Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

Professor(a), o objetivo das **atividades 10** a **14** é que o estudante desenvolva a habilidade de identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade em sequências ordenadas de números inteiros, resultantes da realização de operações, por um mesmo número.

Essa habilidade, apesar de não ser contemplada nos cortes temporais do 9º ano, é importante para a ampliação da habilidade do DCGO do 8º ano (EF08MA10) que explana sobre a identificação da regularidade de uma sequência numérica e da construção de seu algoritmo. Além disso, dialoga com a habilidade da 1ª série do ensino médio (GO-EMMAT507B) que aborda sobre a compreensão das características da progressão aritmética (PA) e da identificação de seus elementos e conceitos.

Assim, é importante que o estudante tenha a compreensão do que é uma progressão aritmética para relacionar as sequências com suas respectivas leis de formação sem, no entanto, detalhamento de suas formações. Para facilitar o entendimento, incentive-os a fazer a observação do primeiro termo e o valor que está sendo manipulado consecutivamente.

10. Ligue as sequências de números inteiros as suas respectivas expressões algébricas.

Observação: considere n = {0,1,2,...}

$(3,7,11,15,19,23,27,31,\cdots)$	$7n$
$(-2,3,8,13,18,23,28,33,\cdots)$	$-30+6n$
$(-30,-24,-18,-12,-6,0,\cdots)$	$3+4n$
$(0,7,14,21,28,35,42,49,\cdots)$	$-2+5n$

Sugestão de solução:

$(3,7,11,15,19,23,27,31,\cdots)$	$7n$
$(-2,3,8,13,18,23,28,33,\cdots)$	$-30+6n$
$(-30,-24,-18,-12,-6,0,\cdots)$	$3+4n$
$(0,7,14,21,28,35,42,49,\cdots)$	$-2+5n$

D32A – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições sucessivas, por um mesmo número.

11. Ligue as sequências de números naturais às expressões algébricas que as expressam.

Observação: considere n = {0,1,2,...}

$(-7,-14,-21,-28,-35,-42,-49,\cdots)$	$-3-6n$
$(-3,-9,\ -15,-21,-27,-33,-39\cdots)$	$-7-7n$
$(30,24,18,12,6,0,\cdots)$	$50-7n$
$(50,43,36,29,22,15,\cdots)$	$30-6n$

Sugestão de solução:

$(-7,-14,-21,-28,-35,-42,-49,\cdots)$	$-3-6n$
$(-3,-9,\ -15,-21,-27,-33,-39\cdots)$	$-7-7n$
$(30,24,18,12,6,0,\cdots)$	$50-7n$
$(50,43,36,29,22,15,\cdots)$	$30-6n$

D32B – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de subtrações sucessivas, por um mesmo número.

12. Associe as expressões algébricas que se relacionam com as sequências de números naturais.

Observação: considere n = {1,2,...}

(a) $(-5,-10,-15,-20,-25,-30,\cdots)$
(b) $(12,\ 24,\ 36,\ 48,\ 60,72,\ 84,\cdots)$

( ) $12n$
( ) $-5-5n$
( ) $-5n$
( ) $12+12n$

Sugestão de solução:

(a) $(-5,-10,-15,-20,-25,-30,\cdots)$
(b) $(12,\ 24,\ 36,\ 48,\ 60,72,\ 84,\cdots)$

(b) $12n$
( ) $-5-5n$
(a) $-5n$
( ) $12+12n$

D32C – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

13. Associe as expressões algébricas que se relacionam com as sequências de números naturais.

Observação: considere n = {0,1,2,3,4,5}

(a) $(-972,-324,-108,-36,-12,-4)$
(b) $(1024,512,256,128,64,32)$

( ) $-972\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$
( ) $1024\cdot\frac{1}{n}$
( ) $972-\frac{n}{3}$
( ) $1024\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$

Sugestão de solução:

(a) (–972,–324,–108,–36,–12,–4)
(b) (1024,512,256,128,64,32)

(a) $-972\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$
( ) $1024\cdot\frac{1}{n}$
( ) $972-\frac{n}{3}$
(b) $1024\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$

D32D – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade em sequências numéricas compostas pela multiplicação de um número entre 0 e 1.

Professor(a), na **atividade 14**, os estudantes devem identificar a expressão algébrica de uma sequência numérica qualquer. Faça questionamentos a eles sobre como essa sequência foi escrita, qual o possível motivo dessa escrita.

Lembre-se que escrever essa expressão numérica ajuda a encontrar a expressão algébrica correspondente a ela, caso seja necessário, reescreva essa expressão como:

(0,3,8,15,24,35,...), conversando com os estudantes qual outra apresentação essa expressão poderia ter, como por exemplo: $n^2 - 2$; $n^2 + 1$; $n^2 + 2$; ...

14. Ligue a expressão numérica a seguir à expressão algébrica correspondente a ela.

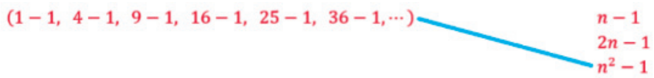
(1 − 1, 4 − 1, 9 − 1, 16 − 1, 25 − 1, 36 − 1,...)

$n - 1$

$2n - 1$

$n^2 - 1$

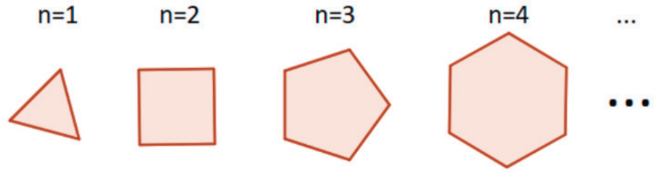
Sugestão de solução:



D32E – Identificar a expressão algébrica de uma sequência numérica qualquer.

Professor(a), na **atividade 15**, o estudante deve identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de figuras. Nesta atividade, a regularidade está no número de lados dos polígonos.

15. Escreva a expressão algébrica que corresponde à sequência de figuras a seguir.



Sugestão de solução:

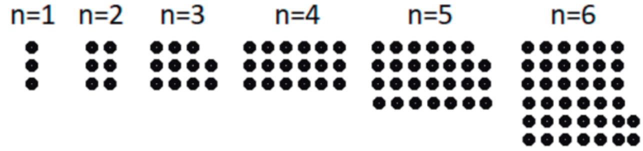
A regularidade está na quantidade de lados de cada polígono, então, a expressão algébrica que expressa a sequência de figuras é: 2 + n, com n pertencendo ao conjunto dos números naturais maiores do que zero.

D32F – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de figuras (padrões).

Professor(a), a **atividade 16**, em formato de item, avalia se o estudante se apropriou da habilidade de identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).

Para isso, ela apresenta uma sequência figural, ou seja, a sequência é apresentada por uma figura composta por pontos e requer que o estudante identifique sua lei de formação. Uma estratégia de resolução desse item é analisar cada uma das opções, testando se a expressão representa ou não a sequência numérica correspondente à sequência de figuras (3; 6; 11; 18; 27; ...).

16. As figuras representadas a seguir estão organizadas dentro de um padrão que se repete.



Considerando que esse padrão se mantém sucessivamente, a expressão algébrica que corresponde ao número de pontos P em função da ordem n (n = 1,2,...) é igual a

(A) $P = n + 2$.

(B) $P = n^2 - 2$.

(C) $P = 2n + 1$.

(D) $P = n^2 + 2$.

Gabarito: D

Sugestão de solução:

Considere a sequência numérica (3; 6; 11; 18; 27; ...) correspondente às quantidades de pontos das figuras da sequência.

A opção (A) está incorreta, pois para $n = 2$, $P = 2 + 2 = 4$, e não 6.

A opção (B) está incorreta, pois para $n = 1$, $P = 1^2 - 2 = -1$, e não 3.

A opção (C) está incorreta, pois para $n = 2$, $P = 2 \cdot 2 + 1 = 5$, e não 6.

A opção (D) está correta, pois para $n = 1$, $P = 1^2 + 2 = 3$, para $n = 2$, $P = 2^2 + 2 = 6$, para $n = 3$, $P = 3^2 + 2 = 11$, para $n = 4$, $P = 4^2 + 2 = 18$, e assim por diante.

D32 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).