Revisa Goiás

Matemática

Maio | 2023

3ª Série

Professor

SEDUC
Secretaria de Estado
da Educação

GOVERNO DE
GOIÁS
O ESTADO QUE DÁ CERTO

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

Governador do Estado de Goiás
Ronaldo Ramos Caiado

Vice-Governador do Estado de Goiás
Daniel Vilela

Secretária de Estado da Educação
Aparecida de Fátima Gavioli Soares Pereira

Secretária-Adjunta
Helena Da Costa Bezerra

Diretora Pedagógica
Márcia Rocha de Souza Antunes

Superintendente de Educação Infantil e Ensino Fundamental
Giselle Pereira Campos Faria

Superintendente de Ensino Médio
Osvany Da Costa Gundim Cardoso

Superintendente de Segurança Escolar e Colégio Militar
Cel Mauro Ferreira Vilela

Superintendente de Desporto Educacional, Arte e Educação
Marco Antônio Santos Maia

Superintendente de Modalidades e Temáticas Especiais
Rupert Nickerson Sobrinho

Diretor Administrativo e Financeiro
Andros Roberto Barbosa

Superintendente de Gestão Administrativa
Leonardo de Lima Santos

Superintendente de Gestão e Desenvolvimento de Pessoas
Hudson Amarau De Oliveira

Superintendente de Infraestrutura
Gustavo de Morais Veiga Jardim

Superintendente de Planejamento e Finanças
Taís Gomes Manvailer

Superintendente de Tecnologia
Bruno Marques Correia

Diretora de Política Educacional
Patrícia Morais Coutinho

Superintendente de Gestão Estratégica e Avaliação de Resultados
Márcia Maria de Carvalho Pereira

Superintendente do Programa Bolsa Educação
Márcio Roberto Ribeiro Capitelli

Superintendente de Apoio ao Desenvolvimento Curricular
Nayra Claudinne Guedes Menezes Colombo

Chefe do Núcleo de Recursos Didáticos
Alessandra Oliveira de Almeida

Coordenador de Recursos Didáticos para o Ensino Fundamental
Evandro de Moura Rios

Coordenadora de Recursos Didáticos para o Ensino Médio
Edinalva Soares de Carvalho Oliveira

Professores elaboradores de Língua Portuguesa
Edinalva Filha de Lima Ramos
Katiuscia Neves Almeida
Luciana Fernandes Pereira Santiago

Professores elaboradores de Matemática
Alan Alves Ferreira
Alexsander Costa Sampaio
Tayssa Tieni Vieira de Souza
Silvio Coelho da Silva

Professores elaboradores de Ciências da Natureza
Leonora Aparecida dos Santos
Sandra Márcia de Oliveira Silva

Revisão
Alessandra Oliveira de Almeida
Cristiane Gonzaga Carneiro Silva
Maria Aparecida Oliveira Paula

Diagramadora
Adriani Grun

APRESENTAÇÃO

Colega Professor(a),

O **REVISA GOIÁS** é um material estruturado de forma dialógica e funcional com o objetivo de recompor as aprendizagens e, consequentemente, avançar na proficiência.

Nessa perspectiva, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, são considerados os resultados das avaliações externas, pontuando habilidades críticas previstas para cada etapa de ensino, considerando todo o processo percorrido até a aprendizagem. O material do 9º ano também pode ser usado na 1ª série do Ensino Médio, no intuito de recompor as aprendizagens previstas até o final do Ensino Fundamental. Já o material da 2ª e 3ª série é elaborado a partir dos descritores e habilidades críticas previstos para a etapa de ensino, observadas no SAEGO e simulados realizados ao longo do ano.

O material também apresenta atividades de Ciências da Natureza/ Ciências da Natureza e suas Tecnologias, devido à sua inserção, de forma amostral, no Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) a partir de 2021. Ressaltamos que a progressão do conhecimento, nesta área, está representada no quadro 1, onde os EIXOS DO CONHECIMENTO correspondem às três UNIDADES TEMÁTICAS, que vão complexificando o conhecimento em formato espiral crescente, desde o 1º ano do Ensino Fundamental, até a 3ª série do Ensino Médio. Já os EIXOS COGNITIVOS estão representando a progressão do conhecimento de acordo com os Domínios Cognitivos de Bloom (BLOOM, 1986) que são: Conhecimento (representado pela letra A), Compreensão (pela letra B) e Aplicação (pela letra C). Já o quadro 2, organiza as habilidades estruturantes, ou seja, mais complexas, em sub-habilidades para favorecer o desenvolvimento do nosso estudante, respeitando as etapas de ensino e a transição do Ensino Fundamental para o Ensino Médio.

No início da atividade de Língua Portuguesa e Matemática, constarão os descritores previstos para o mês e os conhecimentos necessários para atingi-los. O material será disponibilizado, via e-mail e drive, nos primeiros dias do mês, para que o(a) professor(a) tenha tempo hábil de acrescentar esse material em seu planejamento. Sugerimos que este material seja esgotado em sala de aula, uma vez que ele traz conhecimentos basilares que subsidiarão a ampliação do conhecimento e o trabalho com as habilidades previstas para o corte temporal/bimestre.

Um excelente trabalho para você!

Você também pode baixar o material pelo link:
https://drive.google.com/drive/folders/146Uv6vgeD54CF2CAfpwYsZnDlA78fyMX?usp=sharing

SUMÁRIO

MATEMÁTICA - 3ª SÉRIE			
QUADRO DE DESCRITORES E SUBDESCRITORES			
Hab. SAEGO 2022	**DESCRITORES**	**SUBDESCRITORES**	
H 12 (26%)	D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	**D12 – A**	Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de paralelogramos (quadrado, retângulo, qualquer).
		D12 – B	Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de um triângulo qualquer em função da medida da altura.
		D12 – C	Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de um triângulo qualquer, em função das medidas de dois lados e do ângulo compreendido entre eles.
		D12 – D	Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de um triângulo qualquer em função das medidas dos lados.
		D12 – E	Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do trapézio.
		D12 – F	Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do losango.
		D12 – G	Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do círculo.
		D12 – H	Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo de um polígono regular em função das medidas do semiperímetro e do apótema.
		D12 – I	Calcular a área do setor circular.
		D12 – J	Calcular a área do segmento circular.
		D12 – K	Calcular a área da coroa circular.
		D12 – L	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um paralelogramo.
		D12 – M	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um triângulo.
		D12 – N	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um trapézio.

H 12 (26%)	D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	**D12 – O**	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um losango.
		D12 – P	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um círculo.
		D12 – Q	Resolver problema envolvendo o cálculo da coroa circular.
		D12 – R	Resolver problema envolvendo o cálculo de área do segmento circular.
		D12 – S	Resolver problema envolvendo o cálculo da coroa circular.
		D12 – T	Resolver problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por polígonos e/ou círculo, utilizando a equivalência entre áreas.
		D12 – U	Validar e analisar resoluções de problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
H 13 (20%)	**D13 – Resolver** problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).	**D13 – A**	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um cubo.
		D13 – B	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um paralelepípedo.
		D13 – C	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um prisma de base triangular.
		D13 – D	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um prisma de base pentagonal.
		D13 – E	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um prisma de base hexagonal.
		D13 – F	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de uma pirâmide de base quadrada.
		D13 – G	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de uma pirâmide de base hexagonal.
		D13 – H	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um cilindro.
		D13 – I	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um cone.
		D13 – J	Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de uma esfera.
		D13 – K	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um cubo.
		D13 – L	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um paralelepípedo.
		D13 – M	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um prisma de base triangular.

H 13 (20%)	**D13 – Resolver** problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).	**D13 – N**	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um prisma de base pentagonal.
		D13 – O	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um prisma de base hexagonal.
		D13 – P	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de uma pirâmide de base quadrada.
		D13 – Q	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de uma pirâmide de base hexagonal.
		D13 – R	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um cilindro.
		D13 – S	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um cone.
		D13 – S	Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de uma esfera.
		D13 – U	Validar e analisar resoluções de problemas envolvendo o cálculo de área ou de volume de sólidos geométricos.
H 19 (44%)	**D19 – Resolver** problema envolvendo uma função do 1º grau. (Gráfico).	**D19 – A**	Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau crescente descrita em um texto algebricamente
		D19 – B	Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau decrescente descrita em um texto algebricamente.
		D19 – C	Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau crescente descrita em um texto graficamente.
		D19 – D	Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau decrescente descrita em um texto graficamente.
H 20 (26%)	**D20 - Analisar** crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos. (Função de 1° grau).	**D20 – A**	Identificar os zeros de funções reais do 1º grau apresentadas em gráficos.
		D20 – B	Identificar o gráfico de uma função constante.
		D20 – C	Identificar o gráfico crescente de uma função do 1º grau.
		D20 – D	Identificar o gráfico decrescente de uma função do 1º grau.
H 21 (72%)	**D21 – Identificar** o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.	**D21 – A**	Identificar em um texto o gráfico de uma função constante.
		D21 – B	Identificar em um texto o gráfico de uma função do 1º grau (crescente).
		D21 – C	Identificar em um texto o gráfico de uma função do 1º grau (decrescente).

COMPREENDENDO O MATERIAL PEDAGÓGICO

Professor(a), este material foi estruturado e elaborado a partir de uma matriz de subdescritores, pautada na matriz de descritores do SAEB.

A matriz de subdescritores contempla um conjunto de sub-habilidades que precisam ser desenvolvidas com efetividade para que o estudante do ciclo do 9° ano à 3ª série avance no desenvolvimento integral das habilidades dos descritores propostos no ensino-aprendizagem.

Cada aula aborda o desenvolvimento de um descritor, por meio de uma sequência gradativa de atividades que contemplam as sub-habilidades, tendo como objetivo oportunizar aos estudantes o desenvolvimento da habilidade desse descritor em sua integralidade. Sendo assim, essas atividades consideram as diversas estratégias, ferramentas, procedimentos e conhecimentos prévios os quais o estudante necessita para o desenvolvimento pleno de cada habilidade (descritor). Caso considere necessário, fique à vontade para inserir atividades que assegurem outras sub-habilidades que você pondera importantes e necessárias e que, porventura, não estejam listadas na coluna de subdescritores.

Ao final de cada aula, é proposta a resolução de um item com a finalidade de avaliar o desenvolvimento do estudante quanto à habilidade do descritor abordado na aula. Caso os estudantes continuem apresentando dificuldades na habilidade estudada, sugere-se que sejam elaboradas outras atividades que contribuam com a aprendizagem desses estudantes.

Aula 1 — Área de Figuras Planas

Descritor SAEB: D12 – Resolver problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Figuras geométricas planas;
- Unidades de medida de comprimento;
- Unidades de medida de área;
- Situação problema.

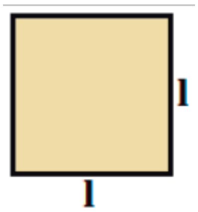
Relembrando

ÁREA DE FIGURAS PLANAS

O objetivo desta aula é relembrar sobre o cálculo de áreas das figuras mais notáveis na geometria plana e, em seguida, aplicar as fórmulas revistas nas soluções de problemas.

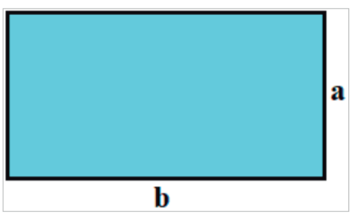
Vamos relembrar algumas fórmulas:

Quadrado:



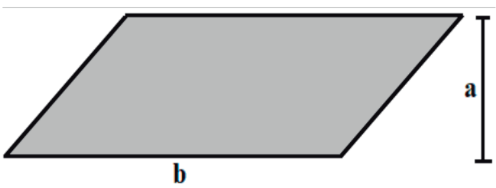
$A_q = l^2$, onde l representa a medida do lado do quadrado.

Retângulo:



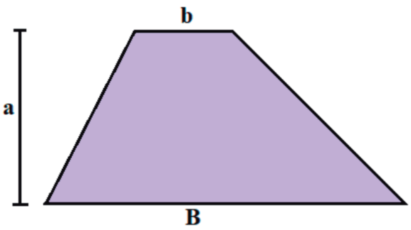
$A_r = a.b$, onde **a** e **b** são as medidas dos lados do retângulo.

Paralelogramo:



$A_p = a.b$, onde **b** é a medida da base do paralelogramo e **a** é a medida da altura.

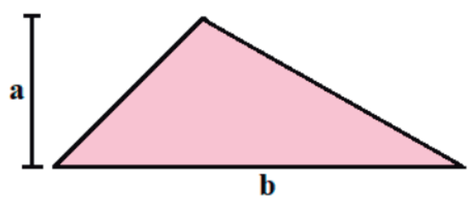
Trapézio:



$$A_t = \frac{(B+b)\cdot a}{2},$$

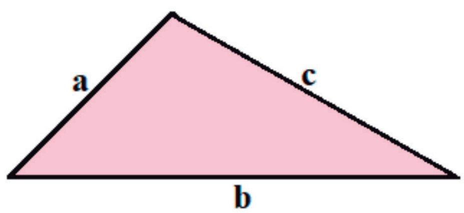
onde **B** é a medida da base maior, **b** é a medida da base menor e é a medida da altura do trapézio.

Triângulo:



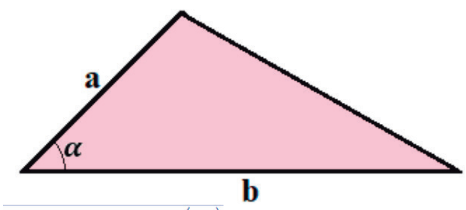
$$A_p = \frac{a\cdot b}{2}$$

onde **b** é a medida da base do paralelogramo e **a** é a medida da altura.



$$A_t = \sqrt{p\cdot(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)},\ \text{onde}\ p = \frac{a+b+c}{2}$$

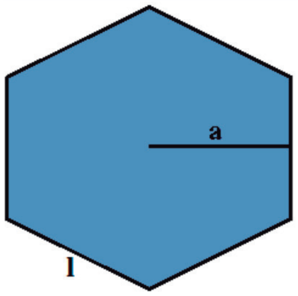
onde **p** é o semiperímetro (metade da soma das medidas dos lados) e **a, b** e **c** são as medidas dos lados do triângulo.



$$A_t = \frac{a\cdot b\cdot sen(\alpha)}{2}$$

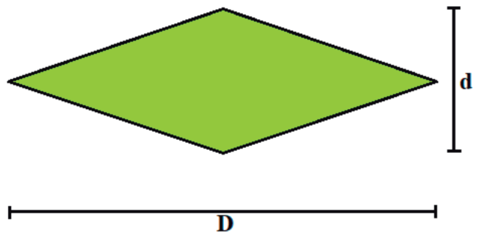
onde **a** e **b** são as medidas de dois lados de um triângulo e **α** é a medida do ângulo entre esses lados.

Polígonos regulares:



$A_p = p \cdot a$, onde **p** é o semiperímetro (metade da soma das medidas dos lados) e **a** é a medida do apótema.

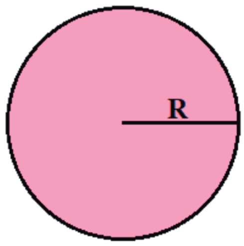
Losango:



$A_l = \frac{D \cdot d}{2}$,

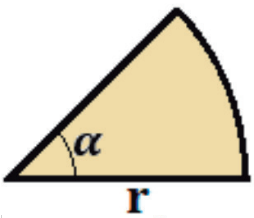
onde **D** é a medida da diagonal maior e **d** é a medida da diagonal menor do losango.

Círculo:



$A_c = \pi \cdot R^2$, onde **π** é aproximadamente 3,14 e **R** representa a medida do raio.

Setor circular:

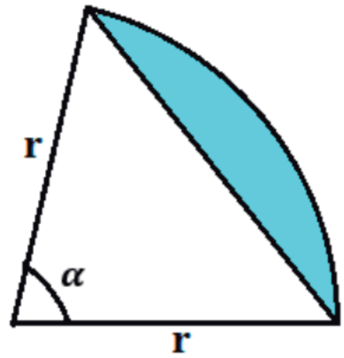


$A_s = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot r^2}{360}$,

onde **π** é aproximadamente 3,14, ***r*** representa a medida do raio e **α** a medida do ângulo central em graus. (Pode ser em radiano, porém a fórmula será:

$A_s = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot r^2}{2\pi} = \frac{\alpha \cdot r^2}{2}$.

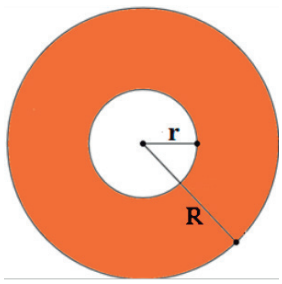
Segmento circular:



$A_s = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot r^2}{360} - \frac{r^2 \cdot sen(\alpha)}{2}$,

onde **π** é aproximadamente 3,14, **r** representa a medida do raio e **α** a medida do ângulo central em graus.

Coroa circular:



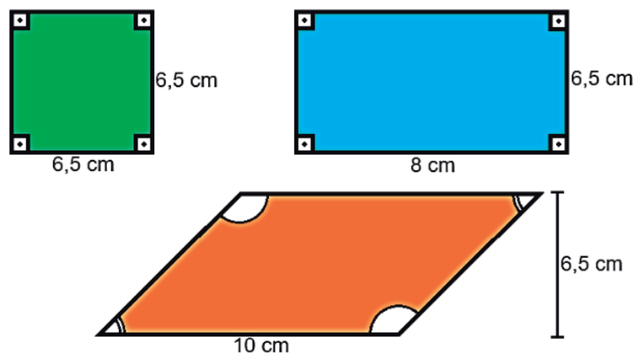
$A_c = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2$

onde **π** é aproximadamente 3,14, ***r*** representa a medida do raio menor e a medida do raio maior.

Professor(a), a **atividade 1** tem como objetivo desenvolver junto ao estudante a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do quadrado, do retângulo não quadrado e do paralelogramo não retângulo. Aproveite para relembrar sobre as características dos quadriláteros notáveis. Destaque que todo quadrado é retângulo e que todo retângulo é um paralelogramo e, assim, estabeleça a relação entre as fórmulas utilizadas nos cálculos das áreas.

ATIVIDADES

1. Calcule a medida da área delimitada por cada paralelogramo a seguir.



Solução:

Denotando a área do quadrado por A_q :

$A_q = (6{,}5)^2 \rightarrow A_q = 6{,}5 \cdot 6{,}5 \rightarrow A_q = 42{,}25\, cm^2$

Denotando a área do retângulo por A_r:

$A_r = 8 \cdot 6{,}5 \rightarrow A_r = 52\, cm^2$

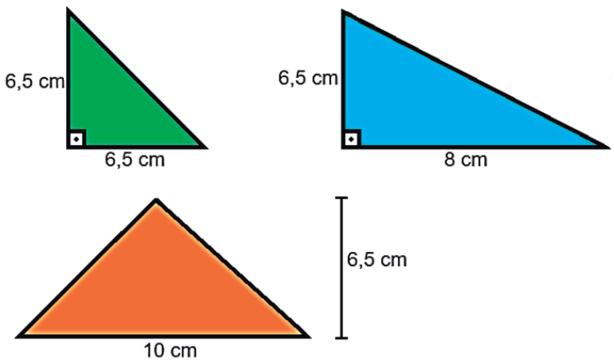
Denotando a área do paralelogramo por A_p :

$A_r = 10 \cdot 6{,}5 \rightarrow A_r = 65\, cm^2$

D12A - Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de paralelogramos (quadrado, retângulo, qualquer).

Professor(a), a **atividade 2** tem como objetivo que o estudante desenvolva a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do triângulo, conhecendo a medida de um de seus lados e a altura relativa a esse lado. Esta atividade propõe uma comparação de suas respostas com as respostas da atividade anterior, com o intuito de que o estudante estabeleça a relação de que, ao calcular a área de um triângulo, o resultado será a metade da área de um quadrilátero.

2. Considere as seguintes regiões triangulares a seguir.



a) Calcule a medida da área de cada uma dessas regiões.

Sugestão de solução:

Denotando as áreas dos triângulos por A_1, A_2 e A_3, na ordem que aparecem, teremos:

$A_1 = \frac{(6{,}5)^2}{2} \rightarrow A_1 = \frac{42{,}25}{2} \rightarrow A_1 = 21{,}125\, cm^2$

$A_2 = \frac{8 \cdot 6{,}5}{2} \rightarrow A_1 = \frac{52}{2} \rightarrow A_1 = 26\, cm^2$

$A_3 = \frac{10 \cdot 6{,}5}{2} \rightarrow A_1 = \frac{65}{2} \rightarrow A_1 = 32{,}5\, cm^2$

b) O que se pode afirmar sobre as medidas calculadas nesse exercício e no exercício 1?

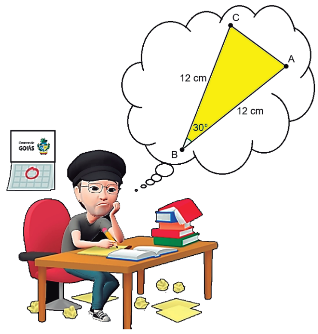
Sugestão de resposta:

A área de cada triângulo desse exercício corresponde à metade da área de cada paralelogramo do exercício 1.

D12B - Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de um triângulo qualquer em função da medida da altura.

Professor(a), a **atividade 3** oportuniza ao estudante desenvolver a habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do triângulo, conhecendo as medidas de dois lados, e do ângulo compreendido entre eles. Aproveite e revise sobre as razões trigonométricas dos ângulos notáveis, e daqueles que são simétricos a eles, como por exemplo, sen (120°).

3. O professor Alex se deparou com o triângulo apresentado na figura a seguir. Sabe-se que o seno de 30° é igual a $\frac{1}{2}$ Ajude o professor Alex a calcular a medida da área delimitada por esse triângulo.



Solução:

Denotando a área do triângulo por A_t , tem-se que:

$$A_t = \frac{a \cdot b \cdot sen(\alpha)}{2} \rightarrow A_t = \frac{12 \cdot 12 \cdot sen(30°)}{2} \rightarrow A_t = \frac{12 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2}}{2}$$

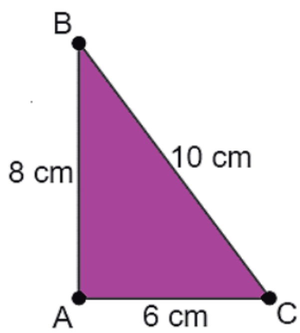
$$\rightarrow A_t = \frac{144 \cdot \frac{1}{2}}{2} \rightarrow A_t = \frac{72}{2} \rightarrow A_t = 36\, cm^2$$

D12C - Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de um triângulo qualquer, em função das medidas de dois lados, e do ângulo compreendido entre eles.

Professor(a), a **atividade 4** têm como objetivo oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de um triângulo qualquer em função das medidas de todos os lados (Fórmula de Heron).

É importante que os estudantes saibam diferenciar o perímetro de semiperímetro. Nessa atividade, propomos que a fórmula seja aplicada em um triângulo retângulo, que permite que o estudante relembre o teorema de Pitágoras, e perceba que um mesmo problema pode ser resolvido de diferentes maneiras. Reforce que quanto mais problemas ele resolver (prática), melhor será sua desenvoltura na habilidade de escolher o melhor caminho para a resolução.

4. Considere a região triangular a seguir.



a) Utilizando a fórmula de Heron, calcule a área dessa região triangular.

Solução:

Primeiramente, calcula-se o semiperímetro, que se denota por **P**:

$$P=\frac{8+6+10}{2}\rightarrow P=\frac{24}{2}\rightarrow P=12\,cm$$

Aplicando na fórmula de Heron, tem-se:

$$A_t=\sqrt{P\cdot(P-a)\cdot(P-b)\cdot(P-c)}\rightarrow A_t=\sqrt{12\cdot(12-10)\cdot(12-8)\cdot(12-6)}$$

$$\rightarrow A_t=\sqrt{12\cdot2\cdot4\cdot6}\rightarrow A_t=\sqrt{24\cdot24}\rightarrow A_t=24\,cm^2$$

b) Verifique se o triângulo ABC é retângulo. (Utilize o teorema de Pitágoras).

Sugestão de solução:

Se for retângulo, o maior lado deve ser a hipotenusa. Dessa forma, tem-se que:

$10^2=8^2+6^2\rightarrow 100=64+36\rightarrow 100=100$ o que é verdade.

Portanto, o triângulo é retângulo.

c) Pode-se calcular a área determinada por esse triângulo de outra maneira?

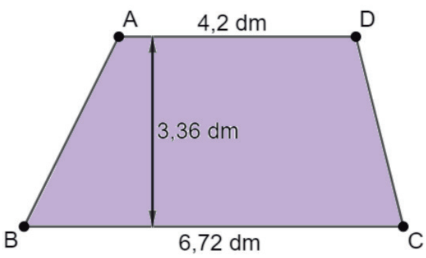
Sugestão de solução: Sendo o triângulo retângulo, considera-se um dos catetos como base e o outro cateto como altura relativa a essa base. Dessa forma tem-se que:

$$A_t=\frac{6\cdot8}{2}\rightarrow A_t=\frac{48}{2}\rightarrow A_t=24\,cm^2$$

D12D - Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área de um triângulo qualquer em função das medidas dos lados.

Professor(a), a **atividade 5** requer que o estudante desenvolva a habilidade de reconhecer que o trapézio é um quadrilátero e que saiba identificar os elementos necessários para calcular sua área: base maior, base menor e altura. Aproveite a atividade para propor aos estudantes que eles tentem calcular a área de outra forma, como por exemplo, dividindo o trapézio em dois triângulos. Mostre que a fórmula utilizada para o cálculo da área do trapézio pode ser deduzida pela fórmula do cálculo da área de um triângulo, conhecendo a medida de sua base e da altura relativa a essa base.

5. Calcule a medida de área delimitada pelo trapézio a seguir.



Sugestão de solução:

Denotando a área do trapézio por A_t, tem-se que:

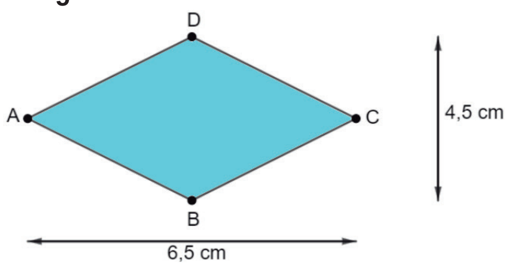
$$A_t=\frac{(6{,}72+4{,}2)\cdot3{,}36}{2}\rightarrow A_t=\frac{10{,}92\cdot3{,}36}{2}\rightarrow A_t=\frac{36{,}6912}{2}\rightarrow A_t=5{,}46\cdot3{,}36\rightarrow A_t=18{,}3456\,dm^2$$

D12E - Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do trapézio.

Professor(a), a **atividade 6** requer dos estudantes a habilidade de reconhecer o losango como um dos quadriláteros notáveis, além de calcular a área delimitada por ele (losango) a partir das medidas de suas diagonais.

Vale destacar que os estudantes podem calcular a área desse polígono por outros caminhos, como dividir o losango em dois triângulos isósceles ou quatro triângulos retângulos. Faça com eles esses outros caminhos na lousa e depois compare-os, mostrando que a fórmula que utiliza as medidas das diagonais pode ser obtida a partir das fórmulas que calculam a área do triângulo.

6. Calcule a medida de área delimitada pelo losango a seguir.



Solução:

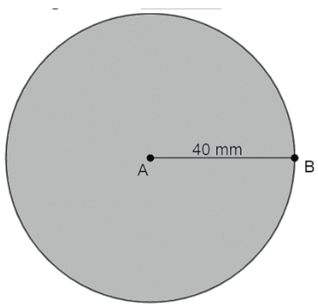
Denotando a área do losango por A_t, tem-se que:

$$A_l=\frac{6{,}5\cdot4{,}5}{2}\rightarrow A_l=\frac{29{,}25}{2}\rightarrow A_l=14{,}625\,cm^2$$

D12F - Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do losango.

Professor(a), a **atividade 7** tem como objetivo oportunizar o desenvolvimento da habilidade de o estudante em reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do círculo. Aproveite esta atividade para relembrar sobre os elementos de uma circunferência ou círculo, bem como as relações entre as medidas desses elementos. Relembre também sobre a razão constante (π) entre o perímetro e o diâmetro de qualquer circunferência.

7. Calcule a medida da área do círculo a seguir. Use π = 3,14.



Solução:

Denotando a área do círculo por $\mathbf{A_c}$, tem-se que:

$A_c = \pi \cdot 40^2 \rightarrow A_c = 3{,}14 \cdot 1600 \rightarrow A_c = 5\,024\, mm^2$

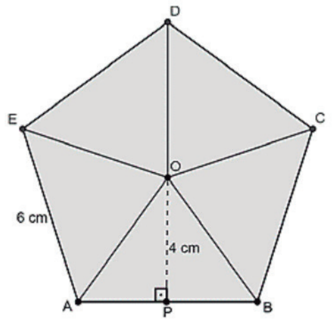
D12G - Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo da área do círculo.

Professor(a), a **atividade 8** tem como objetivo fazer com que o estudante reconheça e aplique a fórmula do cálculo de um polígono regular em função das medidas do semiperímetro e do apótema. Relembre a definição de um polígono regular, bem como a definição de apótema.

Experimente utilizar a mesma fórmula em outros polígonos regulares, como o quadrado, o triângulo equilátero entre outros. Essa atividade servirá também para relembrar o teorema de Pitágoras, a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer (180°) e a congruência de triângulos.

No final da atividade, é pedido que se calcule a área de um hexágono regular. Aproveite o momento para mostrar que o hexágono regular é formado por seis triângulos equiláteros congruentes. Nessa parte da atividade, é possível demonstrar outras fórmulas de cálculo de área, como por exemplo, a área de um triângulo equilátero e, consequentemente, outra fórmula para calcular a área de um hexágono regular.

8. A figura, a seguir, corresponde a uma região delimitada por um pentágono regular de lado medindo 6 centímetros.



Nessas condições, responda:

a) Quantos triângulos isósceles, de base medindo 6 centímetros, formam esse pentágono?

b) Qual a medida da altura de cada um desses triângulos que formam o pentágono?

c) Esses triângulos são congruentes?

d) Qual a medida da área de cada um desses cinco triângulos isósceles que formam a região pentagonal?

e) Qual a medida da área dessa região pentagonal, a partir da área dos triângulos?

f) Qual a medida do perímetro dessa região pentagonal?

g) O que significa apótema de um polígono?

h) Qual é a metade do produto obtido da multiplicação do perímetro do pentágono regular, pela medida do apótema?

i) O que se pode afirmar quando se compara o resultado da letra "e", com o resultado da letra "h"?

j) Escreva uma fórmula que calcula a área de um polígono regular em função da medida de seus lados e a medida de seu apótema.

k) Calcule a área de um hexágono regular cujo lado mede 20 cm e $10\sqrt{3}$ o apótema .

Sugestão de solução:

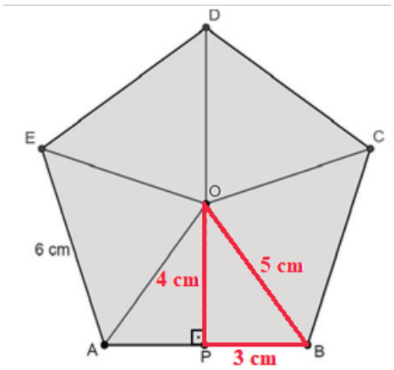
a) Esse pentágono (ABCDE) é formado por cinco triângulos de base medindo 6 centímetros: AOB, BOC, COD, DOE e AOE.

b) A medida da altura de cada um desses triângulos é igual a 4 centímetros.

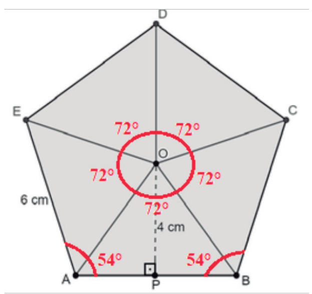
c) Sim, pois todos eles possuem lados congruentes (5 cm, 5 cm e 6 cm) e ângulos congruentes (54°, 54° e 72°).

Justificativa: como a altura de um triângulo isósceles é também a mediana, tem-se que o triângulo OPB, por exemplo, é retângulo com catetos medindo 3 cm e 4 cm. Aplicando o teorema de Pitágoras, obtém-se que OB mede 5 cm. De forma análoga, determina-se que os lados OA, OC, OD e OE também medem 5 centímetros.

Temos assim, cinco triângulos isósceles com lados medindo 5 cm, 5 cm e 6 cm.



Dividindo 360º por cinco, obtém-se que cada ângulo com vértice no ponto O mede 72º. Como a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180°, temos que os dois ângulos da base de cada um dos triângulos medem juntos, 108º (180º - 72º). Dividindo por 2, obtém-se 54° para cada ângulo da base. Tem-se assim, cinco triângulos isósceles com ângulos internos medindo 54°, 54° e 72°.



d) Denotando a área do triângulo por A_t, tem-se que:

$$A_t=\frac{6\cdot4}{2}\rightarrow A_t=\frac{24}{2}\rightarrow A_t=12\,cm^2$$

e) Como a região pentagonal é formada por cinco desses triângulos e denotando a área do pentágono por A_p, obtém-se que:

$$A_p=5\cdot12\rightarrow A_p=60\,cm^2$$

f) Representando perímetro por 2 P obtém-se que: 2 P = 5 · 6 → 2 P = 30 cm

g) O apótema de um polígono regular é o segmento de reta que parte do seu centro e vai até um de seus lados de forma perpendicular.

h) Como o apótema mede 4 cm, tem-se que: $\frac{30\cdot4}{2}=\frac{120}{2}=60\,cm^2$

i) São iguais.

j) **A = P · a**, onde **P** é o semiperímetro do polígono, **a** é a medida do apótema e **A** é a medida da área do polígono.

k) Denotando a área do hexágono regular por A_h, tem-se que:

$$A_h=P\cdot a\rightarrow A_h=\frac{6\cdot20}{2}\cdot10\sqrt{3}\rightarrow A_h=\frac{120}{2}\cdot10\sqrt{3}\rightarrow A_h=60\cdot10\sqrt{3}\rightarrow A_h=600\sqrt{3}\,cm^2$$

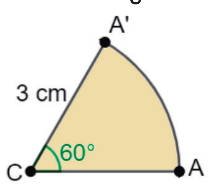
D12H - Reconhecer e aplicar a fórmula do cálculo de um polígono regular em função das medidas do semiperímetro e do apótema.

Professor(a), a **atividade 9** tem como objetivo fazer com que o estudante desenvolva a habilidade de calcular a área de um setor circular e, em seguida, a área de um segmento circular. Para a área do setor circular, incentive-os a calcular a área do círculo e, em seguida, utilizando a regra de três, calcular a área do setor em relação à área do círculo na razão $\frac{\alpha}{360}$, onde **α** é a medida, em graus, do ângulo central. Depois desse processo, a fórmula terá mais significado para o estudante.

Em relação à área do segmento circular, relembre novamente o cálculo do triângulo. Mostre que sempre será um triângulo isósceles de lados congruentes com medidas iguais ao raio do setor. A fórmula para o cálculo da área do segmento circular é a diferença entre a área do setor e a área desse triângulo isóscele. Relembre com os estudantes que, nesse caso, temos uma decomposição de figuras.

9. Calcule as medidas das áreas a seguir. (Utilize π = 3,14)

a) Área do setor circular a seguir.



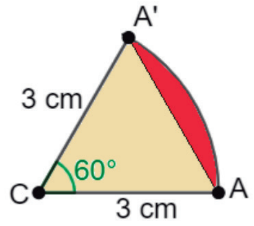
Sugestão de solução:

A área de um setor circular é calculada pela fórmula $A_s=\frac{\alpha.\pi.r^2}{360}$, onde é a medida do ângulo central em graus e r é a medida do raio. Dessa forma, tem-se que:

$$A_s=\frac{\alpha\cdot\pi\cdot r^2}{360}\rightarrow A_s=\frac{60\cdot\pi\cdot3^2}{360}\rightarrow A_s=\frac{\pi\cdot9}{6}\rightarrow A_s=\frac{3\pi}{2}$$

$$\rightarrow A_s=1{,}5\cdot3{,}14\rightarrow A_s=4{,}71\,cm^2.$$

b) Área do segmento circular destacado de vermelho a seguir.



Sugestão de solução:

A área de um segmento circular é a diferença entre a área do setor circular e a área do triângulo contido nesse setor, e delimitado pela corda referente ao arco. Pode ser calculada pela fórmula $A_s=\frac{\alpha\cdot\pi\cdot r^2}{360}-\frac{r^2\cdot sen(\alpha)}{2}$, onde é a medida do ângulo central em graus e r é a medida do raio. Dessa forma, tem-se que:

$$A_s=\frac{60\cdot\pi\cdot3^2}{360}-\frac{3^2\cdot sen(60)}{2}\rightarrow A_s=\frac{\pi\cdot9}{6}-\frac{9\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}\rightarrow A_s=\frac{3\pi}{2}-\frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

$$\rightarrow A_s=1{,}5\cdot3{,}14-\frac{9\cdot1{,}73}{4}$$

$$\rightarrow A_s=4{,}71-3{,}8925\rightarrow A_s=0{,}8175\,cm^2.$$

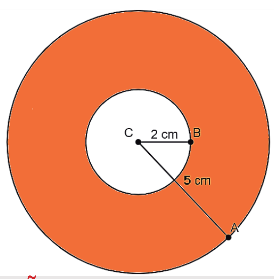
D12I - Calcular a área do setor circular.

D12J - Calcular a área do segmento circular.

Professor(a), a **atividade 10** tem como objetivo fazer com que o estudante desenvolva a habilidade de calcular a área de uma coroa circular, que é a diferença entre as áreas de dois círculos. Assim como na atividade anterior, a fórmula utilizada nesta atividade é gerada a partir de uma decomposição de figuras.

10. Na figura a seguir, é representada uma coroa circular formada pelo círculo de centro C e raio igual a 5 centímetros, e um círculo concêntrico em C e raio igual a 2 centímetros.

Calcule a medida da área dessa coroa circular. (Utilize π = 3,14)



Sugestão de solução:

A área de uma coroa circular é calculada pela diferença entre a área do círculo maior e a área do círculo menor, ou seja:

$A_c = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2$, onde **$A_c$** representa a área da coroa, **R** representa o raio maior e **r** representa o raio menor.

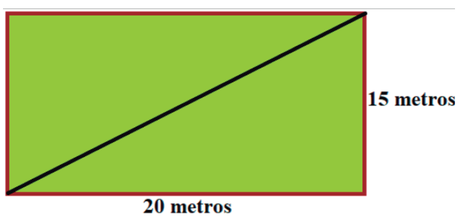
Dessa forma, tem-se que:

$$A_c = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 \rightarrow A_c = \pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 2^2$$
$$\rightarrow A_c = 25\pi - 4\pi \rightarrow A_c = 21\pi \rightarrow A_c = 21 \cdot 3{,}14$$
$$\rightarrow A_c = 65{,}94\, cm^2.$$

D12K - Calcular a área da coroa circular.

Professor(a), a **atividade 11** tem como objetivo oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de resolver um problema envolvendo o cálculo de área de um retângulo e, ao mesmo tempo, estabelecer a razão entre a área de um triângulo e a área de um retângulo, como foi feito nas atividades 1 e 2. Ao perceber as relações entre essas fórmulas, os estudantes se familiarizarão melhor com o cálculo de áreas.

11. Um terreno no formato de um retângulo será utilizado para o plantio de duas culturas diferentes. Para realizar esse cultivo, a área será dividida em sua diagonal. Sabendo que as suas dimensões são de 20 metros por 15 metros, responda:



a) Qual a medida da área do terreno?

Solução:

Denotando a área do retângulo por **A_r**:

$$A_r = b \cdot h \rightarrow A_r = 20 \cdot 15 \rightarrow A_r = 300\, m^2$$

b) Qual a medida da área reservada para cada cultura?

Sugestão de solução:

A diagonal do retângulo o divide ao meio, então tem-se:

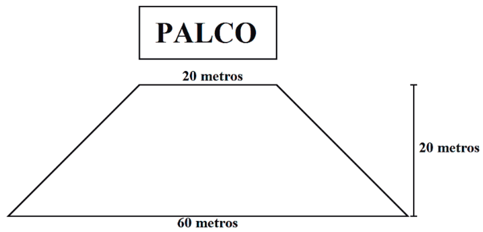
$300 \div 2 = 150\ m^2$

D12L - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um paralelogramo.

D12M - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um triângulo.

Professor(a), a **atividade 12** tem como objetivo proporcionar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas envolvendo o cálculo de área de um trapézio. Além de calcular a medida da área desse espaço, o estudante deverá calcular a quantidade de poltronas, sabendo que cada poltrona ocupa, em média, 2 metros quadrados. Provavelmente, algum estudante poderá argumentar sobre a área ocupada pela poltrona, nesse caso, faça com eles a análise do espaçamento entre as fileiras e dos corredores de passagem, justificando, assim, os dois metros quadrados por poltrona.

12. A área destinada às poltronas de um teatro terá as dimensões representadas no trapézio a seguir.



Considerando que, para cada 2 metros quadrados dessa área destinada à plateia, existe uma poltrona, calcule o número de poltronas desse teatro.

Sugestão de solução:

Denotando a área do trapézio por **A_t**, tem-se que:

$$A_t = \frac{(B+b)\cdot a}{2} \rightarrow A_t = \frac{(60+20)\cdot 20}{2} \rightarrow A_t = \frac{80 \cdot 20}{2}$$
$$\rightarrow A_t = \frac{80 \cdot 20}{2} \rightarrow A_t = 80 \cdot 10 \rightarrow A_t = 800\, m^2$$

Como será uma poltrona para cada 2 metros, divide-se a área por 2. Tem-se assim que a quantidade de poltronas é igual a 400.

D12N - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um trapézio.

Professor(a), a **atividade 13** tem como objetivo desenvolver junto ao estudante a habilidade de resolver problema envolvendo o cálculo de área de um losango. Nessa atividade, ao contrário da atividade 6, é dada a área do losango e solicitado ao estudante que determine as medidas de suas diagonais a partir de uma razão entre elas. Aproveite a atividade para relembrar sobre equações do 2º grau.

13. Em um losango, a área é igual a 324 cm² e a diagonal maior é o dobro da diagonal menor.

Calcule as medidas das duas diagonais.

Sugestão de solução:

Tem-se que $A_l = \frac{D \cdot d}{2}$, onde **$A_l$** representa a área do losango, **D** representa a medida da diagonal maior e representa a medida da diagonal menor. Como a diagonal maior é o dobro da diagonal menor, tem-se que **$D = 2 \cdot d$**.

Assim, tem-se que:

$$324 = \frac{D \cdot d}{2} \rightarrow 324 = \frac{2d \cdot d}{2} \rightarrow 324 = \frac{2d \cdot d}{2} \rightarrow 324 = d^2$$
$$\rightarrow d = 18\, cm$$

D12O - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um losango.

Professor(a), a **atividade 14** requer do estudante a habilidade de resolver problemas envolvendo o cálculo da área de um círculo. Relembre nesta atividade a relação entre o raio e o diâmetro de um círculo. Reforce com os estudantes a atenção necessária em relação a esses dados do problema. Observe que, nesta atividade, é dada a medida do diâmetro e, frequentemente, os estudantes substituem de forma equivocada, na fórmula, a medida do raio pela medida do diâmetro.

14. O professor Alex gosta de realizar suas leituras no jardim de sua casa. Esse jardim tem o formato de um círculo de diâmetro igual a 2 metros. Utilizando , calcule a área gramada desse jardim.

Solução:

Se o diâmetro é igual a 2 metros, o raio será igual a 1 metro.

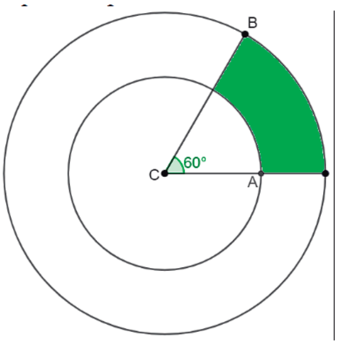
Denotando a área do círculo por A_c, tem-se que:

$$A_c=\pi\cdot 1^2 \rightarrow A_c=3{,}14\cdot 1 \rightarrow A_c=3{,}14\,m^2$$

D12P - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de um círculo.

Professor(a), a **atividade 15** requer do estudante a habilidade de calcular a área de um setor circular e da área de uma coroa circular. A partir dessas habilidades, ele deverá calcular a área de uma figura obtida pela decomposição entre uma coroa circular e um setor circular. Incentive-os a tentarem outras soluções como, por exemplo, calcular a diferença entre dois setores circulares.

15. Na figura a seguir, o comprimento do segmento CA é 8 cm, e o comprimento do segmento CB é 10 cm. Qual é a área da figura verde, sabendo que ela é parte de uma coroa circular? Considere π = 3,1.



Sugestão de solução:

Calcula-se primeiramente a área de toda a coroa circular:

$$A_c=\pi\cdot R^2-\pi\cdot r^2 \rightarrow A_c=\pi\cdot 10^2-\pi\cdot 8^2 \rightarrow A_c=$$

$$100\pi-64\pi \rightarrow A_c=36\pi$$

Em seguida, calcula-se $\frac{1}{6}$ dessa área, pois o ângulo central (60°) é $\frac{1}{6}$ de uma volta completa (360°).

Então, a área verde será igual a:

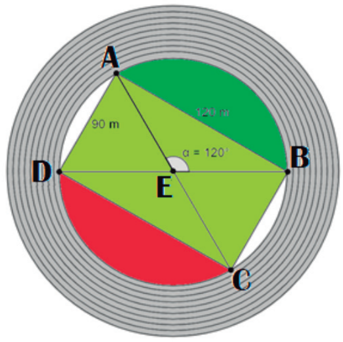
$$\frac{1}{6}\cdot 36\pi=6\pi=6\cdot 3{,}1=18{,}6\,cm^2$$

D12Q - Resolver problema envolvendo o cálculo de área do setor circular.

D12S - Resolver problema envolvendo o cálculo da coroa circular.

Professor(a), a **atividade 16** requer que o estudante desenvolva a habilidade de resolver problema envolvendo o cálculo de área de um segmento circular. Nesta atividade, será necessário retomar o estudo das razões trigonométricas, mais especificamente, a razão seno de ângulos notáveis e de ângulos simétricos aos notáveis.

16. A figura a seguir apresenta a vista aérea de um estádio de futebol, onde o campo, de forma retangular, tem dimensões iguais a 90 metros de largura e 120 metros de comprimento. As partes verde e vermelha, em forma de segmentos circulares, são destinadas aos times que jogam nesse estádio.



Calcule a área reservada a cada uma das torcidas. (Considere $\pi = 3{,}1$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$)

Sugestão de solução:

Primeiramente, calcula-se a medida de cada uma das diagonais (no retângulo elas são congruentes). Representando a medida das diagonais (AC ou BD) por **a**, e utilizando o teorema de Pitágoras tem-se que:

$$a^2=90^2+120^2 \rightarrow a^2=8100+14400 \rightarrow a^2=22500 \rightarrow a=150\,m$$

Como as diagonais se interceptam nos seus pontos médios, tem-se que $\overline{AE}=\overline{BE}$, com medida igual a 75 metros. Essa medida é o raio da circunferência interna.

Observa-se que a parte reservada a cada time é um segmento circular de raio 75 metros e ângulo central de 120°. Aplicando a fórmula, tem-se que:

$$A_s=\frac{\alpha\cdot\pi\cdot r^2}{360}-\frac{r^2\cdot sen(\alpha)}{2}$$

$$A_s = \frac{120 \cdot \pi \cdot 75^2}{360} - \frac{75^2 \cdot sen(120°)}{2}$$

$$A_s = \frac{120 \cdot \pi \cdot 5625}{360} - \frac{5625 \cdot sen(120°)}{2}$$

$$A_s = \frac{\pi \cdot 5625}{3} - \frac{5625 \cdot sen(60°)}{2}$$

$$A_s = 1875\pi - \frac{5\,625 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A_s = 1875\pi - \frac{5\,625 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_s = 1875 \cdot 3{,}1 - \frac{5625 \cdot 1{,}7}{4}$$

$$A_s = 5\,812{,}5 - 2\,390{,}625$$

$$A_s = 3\,421{,}875\, m^2$$

D12R - Resolver problema envolvendo o cálculo de área do segmento circular.

Professor(a), a **atividade 17**, que é uma questão do ENEM de 2019, tem como objetivo que o estudante aplique a habilidade de resolver problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por polígonos e/ou círculos. Além disso, aproveite para reforçar que o tema estudado é abordado com bastante frequência nesse exame.

17. (ENEM – 2019) Uma administração municipal encomendou a pintura de dez placas de sinalização para colocar em seu pátio de estacionamento.

O profissional contratado para o serviço inicial pintará o fundo de dez placas e cobrará um valor de acordo com a área total dessas placas. O formato de cada placa é um círculo de diâmetro d = 40 cm, que tangencia lados de um retângulo, sendo que o comprimento total da placa é h = 60 cm, conforme ilustrado na figura. Use 3,14 como aproximação para π.

Qual é a soma das medidas das áreas, em centímetros quadrados, das dez placas?

(A) 16 628

(B) 22 280

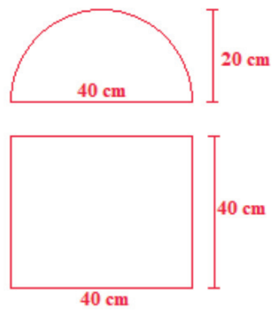
(C) 28 560

(D) 41 120

(E) 66 240

Gabarito: B

Sugestão de solução:



Divide-se a placa em duas regiões: uma região quadrada e um semicírculo. Dessa forma, tem-se que:

Área de uma placa:

$$A_p = l^2 + \frac{\pi \cdot r^2}{2} \rightarrow A_p = 40^2 + \frac{\pi \cdot 20^2}{2} \rightarrow A_p = 1600 + \frac{3{,}14 \cdot 400}{2}$$

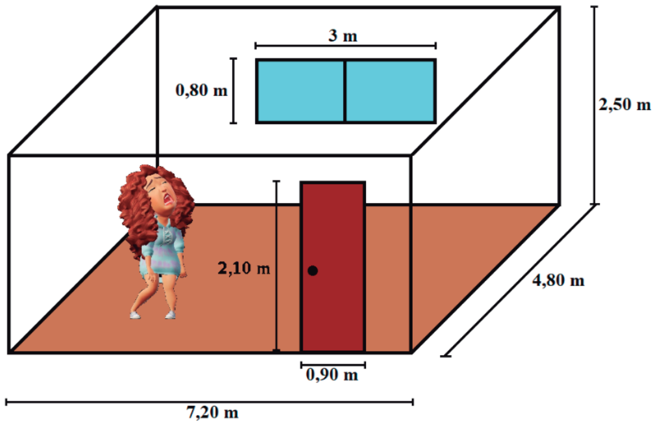
$$\rightarrow A_p = 1600 + 3{,}14 \cdot 200 \rightarrow A_p = 1600 + 628 \rightarrow A_p = 2228\, cm$$

Área de 10 placas: $10 \cdot 2\,228 = 22\,280\, cm^2$

D12T - Resolver problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por polígonos e/ ou círculo, utilizando a equivalência entre áreas.

Professor(a), a **atividade 18**, em forma de um item, tem como objetivo verificar a habilidade de o estudante validar e analisar a resolução de um problema envolvendo o cálculo de área de regiões retangulares. Analise com os estudantes cada etapa do processo de resolução e verificação das opções. Incentive-os a replicarem essa atividade considerando a sala de aula, obtendo as medidas da parede e pesquisando sobre rendimentos de tinta no mercado, conseguindo assim, aproximar o conteúdo estudado com a sua realidade.

18. Tayssa pretende pintar as paredes de seu quarto. A tinta escolhida por ela tem rendimento de 19 metros quadrados por lata. Considerando o rendimento da tinta escolhida e as medidas de seu quarto, Tayssa comprou três latas de tinta.



Nessas condições, pode-se afirmar que

(A) faltará tinta para pintar 31,29 metros quadrados.

(B) faltará tinta para pintar 1,29 metros quadrados.

(C) não sobrará ou faltará tinta.

(D) sobrará tinta para pintar 1,29 metros quadrados.

(E) sobrará tinta para pintar 31,29 metros quadrados.

Gabarito: D

Sugestão de solução:

Área das quatro paredes:

$$A_P = 2\cdot 7{,}2\cdot 2{,}5 + 2\cdot 4{,}8\cdot 2{,}5 \rightarrow A_p = 36+24 \rightarrow A_p = 60\, m^2$$

Área da porta:

$$A_p = 2{,}1\cdot 0{,}9 \rightarrow A_p = 1{,}89\, m^2$$

Área da janela:

$$A_j = 3\cdot 0{,}8 \rightarrow A_p = 2{,}40\, m^2$$

Área a ser pintada:

$$A = 60 - 1{,}89 - 2{,}40 \rightarrow A = 55{,}71\, m^2$$

Rendimento da tinta:

$$3\cdot 19 = 57\, m^2$$

$$(57 - 55{,}71 = 1{,}29\, m^2)$$

Ou seja, vai sobrar tinta para pintar 1,29 m².

D12U - Validar e analisar resoluções de problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

Aula 2 — Área e Volume de Sólidos Geométricos

Descritor SAEB: D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

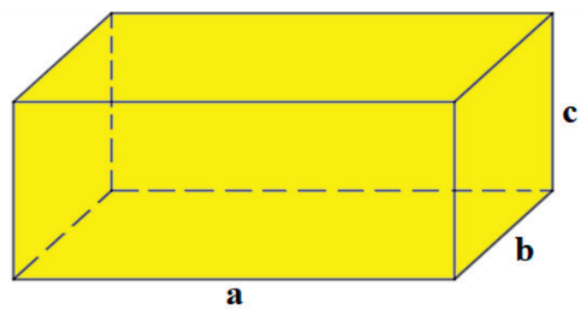
- Figuras geométricas planas;
- Figuras geométricas espaciais;
- Unidades de medida de área;
- Unidades de medida de volume;
- Unidades de medida de capacidade.

Relembrando

O objetivo dessa aula é relembrar sobre o cálculo da área total e/ou volume de um sólido geométrico como o prisma, a pirâmide, o cilindro, o cone e a esfera.

Seguem, abaixo, algumas dessas figuras e suas respectivas fórmulas de cálculo de área de superfície e de volume:

Paralelepípedo retângulo: trata-se de um prisma reto que tem como característica possuir bases retangulares.



O cálculo do volume de um paralelepípedo é dado pela fórmula:

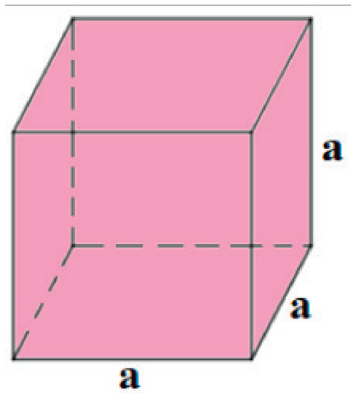
$$V_p = a \cdot b \cdot c$$

onde, V_p representa o volume do paralelepípedo e **a**, **b** e **c**, representam as medidas das arestas desse sólido.

Quanto ao cálculo da área de superfície total, podemos fazer uso da fórmula:

$$A_T = 2(ab + ac + bc)$$

Cubo: é considerado um paralelepípedo especial, pois todas as suas arestas apresentam-se com a mesma medida, ou seja, são congruentes. Consequência disso é que suas seis faces são quadradas e congruentes entre si. Isso o faz um poliedro regular, conhecido também como hexaedro regular.



O cálculo do volume de um cubo é verificado pela fórmula:

$$V_c = a^3$$

onde, V_c representa o volume do cubo e a, representa a medida da aresta desse sólido.

Quanto ao cálculo da área de superfície total, podemos fazer uso da fórmula:

$$A_T = 6 \cdot a^2$$

Prisma: para se calcular o volume de um prisma qualquer, levamos em consideração o cálculo de sua área de base (**A_b**) e sua respectiva altura (**H**), podendo então considerar a fórmula

$$V_p = A_b \cdot H$$

Em relação ao cálculo da área de superfície total, consideramos a soma de suas áreas laterais com a soma de suas áreas de base, como podemos verificar na fórmula

$$A_T = A_L + 2A_b$$

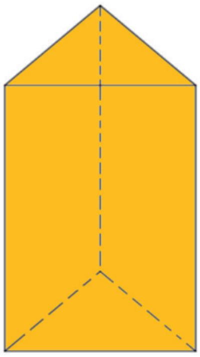
O cálculo da área da base depende do tipo de polígono que a delimita.

Base sendo um triângulo equilátero:

$$A_b = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

Onde:

L é a medida do lado.



Prisma de base triangular

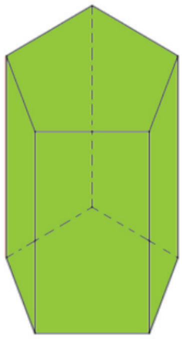
Base sendo um pentágono regular:

$$A_b = p \cdot a$$

Onde:

p é o semiperímetro;

a é medida do apótema da base.



Prisma de base pentagonal

Base sendo um hexágono regular:

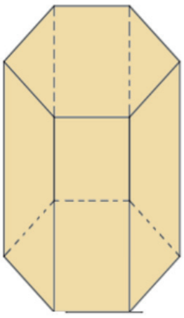
$$A_b = 6 \cdot \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \text{ (cada base)}$$

ou

$$A_{btotal} = 3 \cdot L^2\sqrt{3} \text{ (as duas bases)}$$

Onde:

L é a medida do lado.



Prisma de base hexagonal

É importante lembrar que a unidade padrão de medida do volume é o metro cúbico (m^3), podendo ser utilizados seus múltiplos (dam^3, hm^3 e km^3) e submúltiplos (dm^3, cm^3 e mm^3).

Quando se trabalha com volumes, é muito comum trabalhar também com as unidades de medida de capacidade, como o litro (L). Algumas relações muito importantes: 1 m^3 equivale a 1 000 L, 1 dm^3 equivale a 1 L e 1 cm^3 equivale a 1 mL.

A unidade padrão de área é o metro quadrado (m^2), podendo ser utilizados seus múltiplos (km^2, hm^2 e dam^2) e submúltiplos (dm^2, cm^2 e mm^2).

- **Pirâmide:** observando as pirâmides, pode-se dizer que sua base é uma região poligonal e as outras faces são todas triangulares, conhecidas como faces laterais.

O cálculo de seu volume é dado pela terça parte do produto da área de sua base com a respectiva altura, conforme a fórmula

$$V_p = \frac{1}{3} A_b \cdot H$$

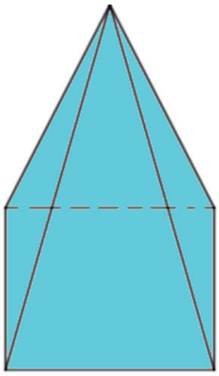
O cálculo da área da superfície é dado pela soma da área da base com a soma das áreas laterais.

$$A_T = A_L + A_b$$

Assim como nos prismas, o cálculo da área da base depende do tipo de polígono que a delimita.

Base sendo um quadrado:

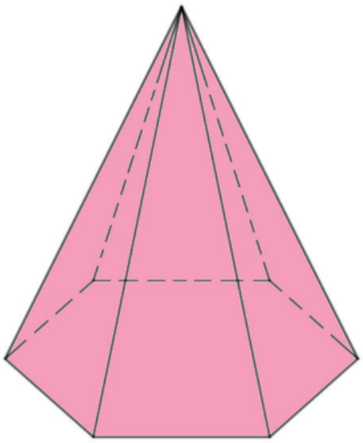
$$A_b = L^2$$



Pirâmide de base quadrada

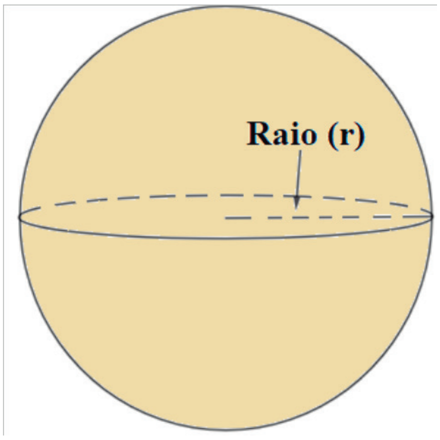
Base sendo um hexágono regular:

$$A_b = 6 \cdot \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$



Pirâmide de base hexagonal

Esfera: pode-se dizer que todo e qualquer sólido que se apresenta com uma superfície esférica é chamado de esfera. Com a intenção de calcular seu volume e superfície, utilizam-se as fórmulas a seguir:



$$V_e = \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad A_s = 4\pi R^2$$

Onde,

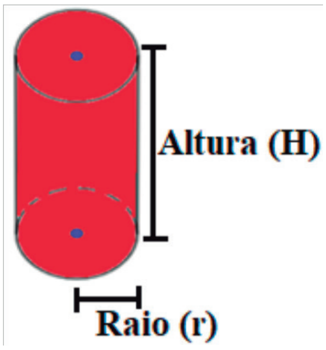
V_e representa o volume da esfera ;

R representa a medida do raio;

A_s representa a área da superfície;

$\pi \cong 3{,}14$

Cilindro reto: é um sólido geométrico formado por duas bases circulares e opostas e uma superfície curva.



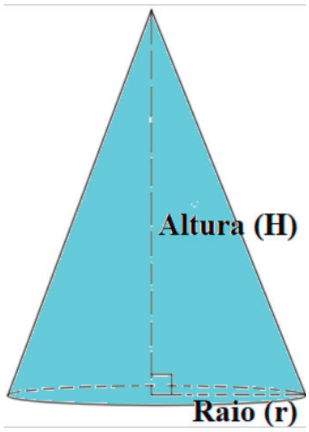
Para calcular o seu volume, multiplica-se a área da base circular ($A_c = \pi \cdot r_2$) pela altura:

$$V_c = A_b \cdot H \rightarrow V_c = \pi \cdot r^2 \cdot H$$

Para calcular a área da superfície, adicionam-se as áreas das duas bases com a área da superfície curva lateral, que planificada, é uma região retangular de medidas (**2 π** e (**H**):

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_b \rightarrow A_T = 2\pi r \cdot H + 2\pi r^2 \rightarrow$$
$$A_T = 2\pi r (H + r)$$

Cone reto: é um sólido geométrico formado por duas regiões: uma superfície curva e uma base circular.



Para calcular o volume, multiplica-se um terço da área da base pela altura:

$$V_p = \frac{1}{3} A_b \cdot H \rightarrow V_p = \frac{\pi \cdot r^3 \cdot h}{3}$$

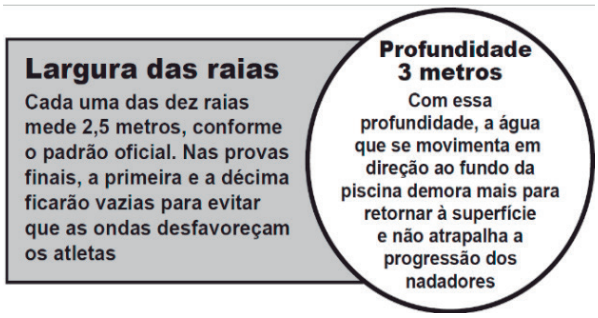
Para calcular a área de superfície total, adicionam-se a área lateral (A_L com a área da base (A_b:

$$A_T = A_L + A_b \rightarrow A_T = \pi r (g + r)$$

Professor(a), a **atividade 1** tem por objetivo que o estudante se familiarize com as situações problema que o ENEM costuma abordar, nesse caso, envolvendo o volume de um sólido. Sendo assim, o estudante deve estar atento à leitura e à visualização da figura e suas dimensões, de tal maneira que possa ser feito o cálculo necessário para a resolução da questão. Para contribuir com a resolução da questão, pode-se levar uma caixa de sapatos que representa bem esta questão do ENEM 2017.

ATIVIDADES

1. (Enem 2017) Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:



Veja, n. 2278, jul. 2012 (adaptado).

A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a

(A) 3750.

(B) 1500.

(C) 1250.

(D) 375.

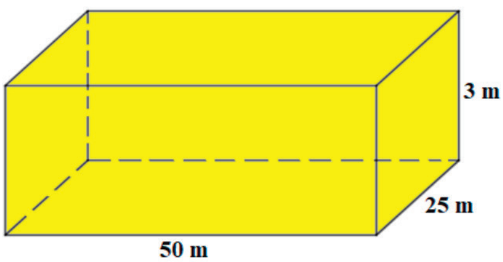
(E) 150.

Gabarito: A

Sugestão de solução:

Se cada raia da piscina tem a largura de 2.5 metros, então, para 10 raias, teremos uma largura de 25 metros.

Quanto ao comprimento da piscina, por ter padrão oficial, possui 50 metros de comprimento. E sua profundidade, de acordo com a informação em destaque na figura, tem 3 metros.



Para calcular a capacidade dessa piscina, basta multiplicar o seu comprimento pela sua largura e profundidade:

$V = a \cdot b \cdot c$

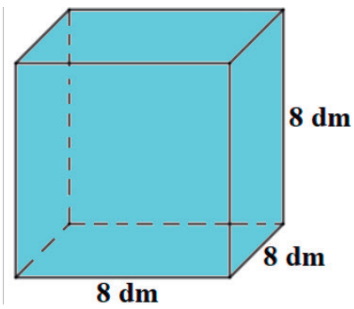
$V = 50 \cdot 25 \cdot 3$

$V = 3750\, m^3$

D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Professor(a), nas **atividades 2** e **3**, são explorados os conceitos de área de um quadrado e de um retângulo, uma vez que o cubo possui seis faces quadradas e o paralelepípedo retangular possui faces retangulares. Uma sugestão de resolução da atividade, é verificar as planificações do cubo e do paralelepípedo usando material de reciclagem como, por exemplo, uma caixa de sapatos. Dessa forma, o estudante terá a oportunidade de recorrer a outros caminhos que levam ao mesmo resultado. Retome as relações entre unidades de medida de comprimento e área.

2. Um assento conhecido como “puff”, tem o formato de um cubo, cujas arestas medem 8 decímetros cada. Sabendo que o cubo tem 6 faces, qual o valor da área total de sua superfície?



Disponível em: www.tokstok.com.br. Acesso em: 24 mar. 2023.

Sugestão de solução:

Como as faces do cubo são quadradas, pode-se calcular a área do quadrado de uma de suas faces e multiplicar o resultado por seis. Sabendo que a área de um quadrado é o produto do lado pelo lado, ou o quadrado de cada lado, tem-se que:

$A = L^2$

$A = 8^2$

$A = 8 \cdot 8$

$A = 64\, dm^2$

Logo, a área total

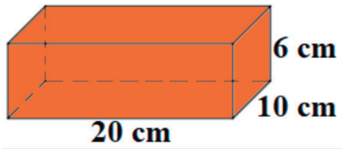
$A_T = 6 \cdot A$

$A_T = 6 \cdot 64$

$A_T = 384\, dm^2$

D13 A – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um cubo.

3. Um tijolo tem o formato de um paralelepípedo e possui as seguintes dimensões: 20 cm de comprimento, 10 cm de largura e 6 cm de altura. Calcule a área de sua superfície.



Sugestão de solução:

O paralelepípedo tem 6 faces, sendo congruentes duas a duas (faces).

Para se calcular a área total, temos que considerar:

$A_T = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + a \cdot c)$

Onde cada área é o produto do lado vezes o lado.

$A_T = 2 \cdot (20 \cdot 6 + 10 \cdot 6 + 20 \cdot 10)$

$A_T = 2 \cdot (120 + 60 + 200)$

$A_T = 2 \cdot (380)$

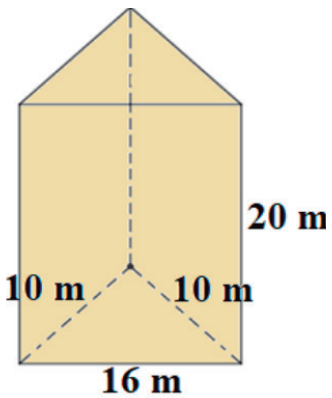
$A_T = 760\ m^2$

D13 B – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um paralelepípedo.

Professor(a), nas **atividades 4**, **5** e **6**, o objeto de conhecimento abordado é a resolução de problemas envolvendo a habilidade de calcular a área da superfície de prismas de bases triangular, pentagonal e hexagonal. Essas atividades oportunizam ao estudante rever o cálculo de áreas do quadrado, bem como área do triângulo, pentágono e hexágono, que serão utilizadas em outros momentos.

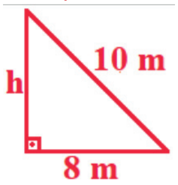
Assim, como o cubo e o paralelepípedo, o prisma também é percebido pelos estudantes nas mais variadas situações do cotidiano. Aproveite o cálculo da área de superfície e retome o estudo das planificações na prática, pois assim, ajuda o estudante na interpretação das fórmulas utilizadas.

4. Considerando uma torre com o formato de um prisma de base triangular, representado na figura a seguir, calcule a área total de sua superfície.



Sugestão de solução:

Esse prisma de base triangular, possui três faces retangulares e duas triangulares. Para se calcular a área total desse prisma, é necessário determinar a altura da base triangular, utilizando o Teorema de Pitágoras. A altura dessa base será a mediana do lado que mede 16 m, ou seja:



$10^2 = h^2 + 8^2$

$100 = h^2 + 64$

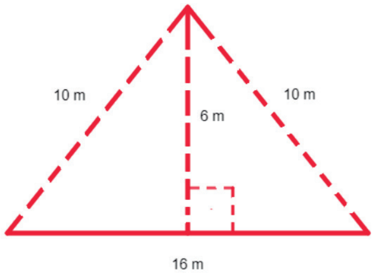
$100 - 64 = h^2$

$36 = h^2$

$\sqrt{36} = \sqrt{h^2}$

$h = 6\,m$

Então, pode-se, agora, calcular as áreas da base superior e inferior:



$A_T = \frac{B \cdot H}{2}$

$A_T = \frac{16 \cdot 6}{2}$

$A_T = \frac{96}{2}$

$A_T = \frac{16 \cdot 6}{2}$

$A_T = \frac{96}{2}$

$A_T = 48\,m^2$

Como as duas bases são triangulares de mesma área, o resultado será multiplicado por 2:

A área total das bases triangulares será

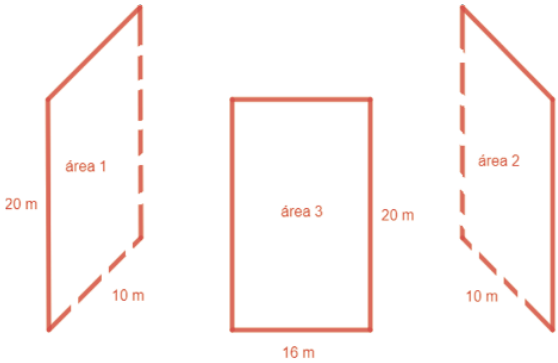
$A_T = 2 \cdot 48$

$A_T = 96\,m^2$

Vamos calcular a área total lateral:

São três faces retangulares:

Duas de dimensões 10 m por 20 m e uma de dimensão 16 m por 20 m.



$A_1 = B \cdot h$ $\quad A_2 = B \cdot h$ $\quad A_3 = B \cdot h$

$A_1 = 10 \cdot 20$ $\quad A_2 = 16 \cdot 20$ $\quad A_3 = 10 \cdot 20$

$A_1 = 200\,m^2$ $\quad A_2 = 320\,m^2$ $\quad A_3 = 200\,m^2$

A área total lateral é a soma das áreas laterais A_1, A_2 e A_3;

$A_L = 200 + 320 + 200$

$A_L = 720\,m^2$

Enfim, a área total de superfície desse prisma é

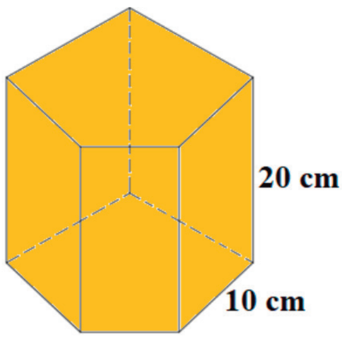
$A_T = A_t + A_L$

$A_T = 96 + 720$

$A_T = 816\,m^2$

D13 C – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um prisma de base triangular.

5. Considerando um bloco de concreto com o formato de um prisma de base pentagonal regular, calcule a área da superfície desse prisma de apótema de base igual a 2,75 cm.



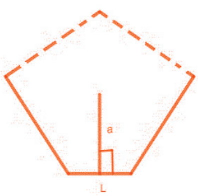
Sugestão de solução:

Calculando a área da base desse prisma, tem-se que:

$$A_b = p \cdot a$$

Onde:

p representa o semiperímetro e **a** representa a medida do apótema da base.



$A_b = \frac{50}{2} \cdot 2{,}75$

$A_b = 25 \cdot 2{,}75$

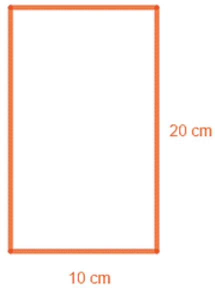
$A_b = 68{,}75\ cm^2$

Como as duas bases são iguais, multiplica-se esse resultado por 2.

Logo, $A_B = 2 \cdot 68{,}75$

$A_B = 137{,}5\,cm^2$

Em seguida, calcula-se a área total lateral que é formada por 5 faces retangulares de dimensões 10 cm por 20 cm.



$A_L = 5 \cdot (B \cdot h)$

$A_L = 5 \cdot (10 \cdot 20)$

$A_L = 5 \cdot (200)$

$A_L = 1\,000\,cm^2$

Enfim, a área total de superfície desse prisma é

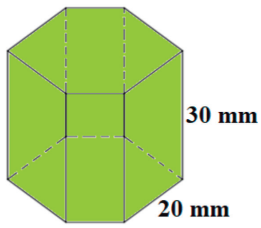
$A_T = A_B + A_L$

$A_T = 137{,}5 + 1\,000$

$A_T = 1\,137{,}5\,cm^2$

D13 D – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um prisma de base pentagonal.

6. A figura, a seguir, é um prisma de base hexagonal regular com as suas devidas medidas. Calcule a área da superfície desse prisma. (Use $\sqrt{3} = 1{,}7$)



Sugestão de solução:

O cálculo da área da base hexagonal é feito utilizando-se a fórmula $A_b = 6 . \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$, pois essa área é formada por seis triângulos equiláteros. Tem-se então que:

$A_b = 6 . \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow A_b = 6 . \frac{20^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow A_b = 6 . \frac{400\sqrt{3}}{4}$

$\rightarrow A_b = \frac{2400\sqrt{3}}{4} \rightarrow A_b = 600\sqrt{3}\,mm^2$

Como temos duas bases (superior e inferior), a área total das bases é igual a $A_{tb} = 1200\sqrt{3}\,mm^2$

Quanto ao cálculo da área total lateral, temos seis retângulos de dimensões 20 mm por 30 mm. Então,

$A_l = 6 \cdot (20 \cdot 30) = 6 \cdot 600 = 3600\,mm^2$

Logo, a área total da superfície desse prisma é

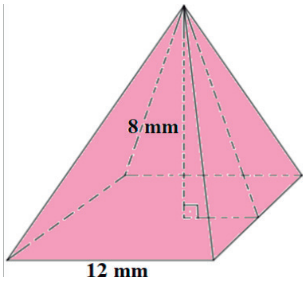
$A_t = 3\,600 + 1\,200\sqrt{3} \rightarrow A_t = 3\,600 + 1\,200 \cdot 1{,}7$

$\rightarrow A_t = 3\,600 + 2\,040 \rightarrow A_t = 5640\,mm^2$

D13 E – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um prisma de base hexagonal.

Professor(a), nas **atividades 7** e **8**, o assunto abordado é a resolução de problemas envolvendo o cálculo da área da superfície de uma pirâmide de base quadrada e outra de base hexagonal. Converse com os estudantes sobre quais as faces que compõem a área lateral e as bases das pirâmides. Aproveite e aborde novamente o Teorema de Pitágoras, pois será utilizado para descobrir a altura de cada face triangular e, a partir daí, a área de cada uma dessas faces. Cite as pirâmides do Egito e suas pirâmides como exemplos de pirâmides e faça uma interação com as cidades modernas e suas construções futurísticas. Reitere que a planificação é uma oportunidade de visualizar a resolução dessas atividades.

7. Calcule a área da superfície de uma pirâmide de base quadrada conforme se vê na figura a seguir.



Sugestão de solução:

O cálculo da área da superfície de uma pirâmide de base quadrada será calculado por etapas:

Como a área da base é um quadrado, a fórmula utilizada será A = L².

Nesse caso,

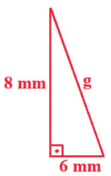
$A=(12)^2$

$A=12\cdot 12$

$A=144\,mm^2$

A área total lateral é formada por quatro triângulos isósceles, com uma congruência entre eles.

Primeiramente, calcula-se a medida da geratriz (q) da face lateral triangular, utilizando o teorema de Pitágoras:



$g^2=8^2+6^2$

$g^2=64+36$

$g^2=100$

$g^2=\sqrt{100}$

$g=10\,mm$

A medida dessa geratriz é a altura de cada face triangular. Como são quatro faces, tem-se que:

$A_l=4\cdot\frac{base\cdot altura}{2}$

$A_l=4\cdot\frac{12\cdot 10}{2}$

$A_l=2\cdot 120$

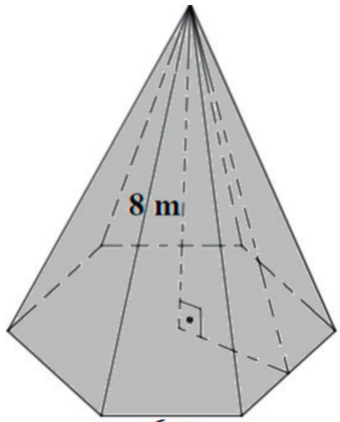
$A_l=240\,mm^2$

Logo, a área total dessa pirâmide de base quadrada será:

$A_t=144+240=384\,mm^2$

D13 F – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de uma pirâmide de base quadrada.

8. A figura a seguir representa uma pirâmide de base hexagonal. Calcule a sua área total.



Sugestão de solução:

O cálculo da área total da pirâmide acontece com a soma das áreas das faces laterais com a área da base.

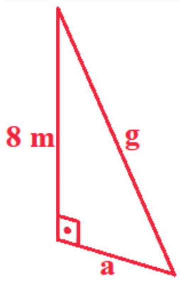
Calculando a área da base, a fórmula será

$$A_b=6\cdot\frac{L^{2\sqrt{3}}}{4}\rightarrow A_b=6\cdot\frac{6^2\sqrt{3}}{4}\rightarrow A_b=6\cdot\frac{36\sqrt{3}}{4}.$$

$$\rightarrow A_b=6\cdot 9\sqrt{3}\rightarrow A_b=54\sqrt{3}\,m^2$$

A área total lateral é formada por seis triângulos isósceles, com uma congruência entre eles.

Calcula-se o apótema da base (a) e medida da geratriz (g) da face lateral triangular:



Apótema: $a=\frac{L\sqrt{3}}{2}\rightarrow a=\frac{6\sqrt{3}}{2}\rightarrow a=3\sqrt{3}\,m$

Geratriz: $g^2=a^2+h^2$ ➔ $g^2=(3\sqrt{3})^2+8^2\rightarrow$

$g^2=27+64\rightarrow g=\sqrt{91}\,m$

Então, a área da face lateral que são seis triângulos será igual a

$A_l=6\cdot\frac{L\cdot g}{2}\rightarrow A_l=3L\cdot g\rightarrow A_l=3\cdot 6\cdot\sqrt{91}\rightarrow A_l=18\sqrt{91}\,m^2$

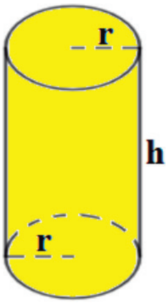
Logo, a área total da superfície dessa pirâmide de base hexagonal é igual a

A = $54\sqrt{3}+18\sqrt{91}\,m^2$

D13 G – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de uma pirâmide de base hexagonal regular.

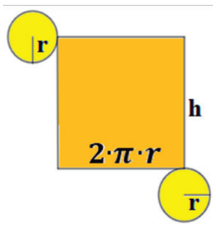
Professor(a), na **atividade 9**, tem-se por objetivo que o estudante desenvolva a capacidade de resolver problemas envolvendo o cálculo da área da superfície de um cilindro. Relacione esse sólido com objetos do cotidiano, como por exemplo, tubos de conexões. Relembre que a face lateral planificada gera uma região retangular cujas dimensões são o comprimento da base (**2 · π · r** e a altura (**h** do cilindro. Aproveite para revisar as unidades de medidas e as relações entre elas.

9. O cilindro abaixo apresenta-se com um raio de 8 cm em sua base e possui uma altura de 12 cm. Calcule a área da superfície desse cilindro. Considere o valor de π = 3,14.



Sugestão de solução:

O cálculo da superfície desse cilindro é feito somando-se as áreas das bases inferior e superior com a área lateral do cilindro planificado, conforme mostra a figura.



Então, a área das duas bases será igual a:

$A_b = 2 \cdot (\pi \cdot r^2)$

$A_b = 2 \cdot (3{,}14 \cdot 8^2)$

$A_b = 2 \cdot (3{,}14 \cdot 64)$

$A_b = 2 \cdot (200{,}96)$

$A_b = 401{,}92\, cm^2$

Para a área lateral, tem-se:

$A_l = h \cdot 2\pi \cdot r$

$A_l = 12 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8$

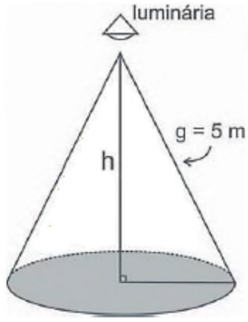
$A_l = 602{,}88\, cm^2$

Assim, a área total desse cilindro será a soma de 401,92 + 602,88 = 1 004,80 cm ²

D13 H – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um cilindro.

Professor(a), a **atividade 10**, em formato de questão do ENEM 2010, avalia se o estudante desenvolveu a habilidade de resolver problemas de cálculo da área da superfície de um cone. Destaca-se que o conhecimento sobre o Teorema de Pitágoras e a habilidade de calcular a área do círculo são fundamentais para o bom desempenho dessa atividade.

10. (Enem – PPL/2010) Um arquiteto está fazendo um projeto de iluminação de ambiente e necessita saber a altura que deverá instalar a luminária ilustrada na figura.



Sabendo que a luminária deverá iluminar uma área circular de 28,26 m², considerando π ≅ 3,14, a altura h será igual a

(A) 3 m.

(B) 4 m.

(C) 5 m.

(D) 9 m.

(E) 16 m.

Gabarito: B

Sugestão de solução:

A base de um cone é circular e adota-se a fórmula A = π · r², onde A representa a área, r o raio e π o valor fixado em 3,14.

Comece com o cálculo do raio, pois para se determinar a altura, será necessário usar o Teorema de Pitágoras.

Calculando o raio, temos que:

$28{,}26 = 3{,}14 \cdot r^2$

$\frac{28{,}26}{3{,}14} = r^2$

$9 = r^2$

$r = \sqrt{9}$

$r = 3m$

Utilizando o Teorema de Pitágoras juntamente com o valor do raio definido, tem-se que:

$g^2 = h^2 + r^2$

$5^2 = h^2 + 3^2$

$25 = h^2 + 9$

$25 - 9 = h^2$

$h^2 = 16$

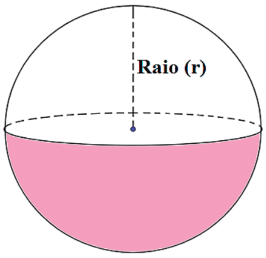
$h = \sqrt{16}$

$h = 4m$

D13 I – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de um cone.

Professor(a), na **atividade 11**, é proposto o cálculo da área da superfície de uma esfera. Retome o significado do π e outras de suas aplicações. Incentive os estudantes a identificarem outros objetos esféricos como a bola de vôlei, a bola de futsal, o globo terrestre etc.

11. Uma bola de basquetebol possui a forma de uma esfera. Analise a representação de uma dessas bolas na figura a seguir, considerando que o raio desta mede 12 centímetros e, depois, calcule a área de sua superfície. Considere o valor de π = 3,14.



Sugestão de solução:

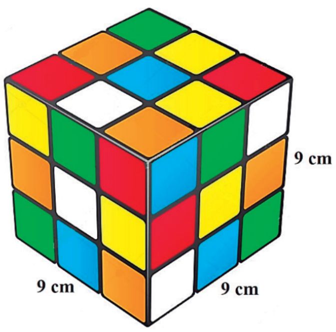
Para se calcular a área da superfície de uma esfera, utilizamos a fórmula $A_s = 4\pi R^2$. Então,

$$A_s = 4\pi R^2 \rightarrow A_s = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 12^2$$
$$\rightarrow A_s = 4 \cdot 144 \cdot 3{,}14 \rightarrow A_s = 1\,808{,}64\,cm^2$$

D13 J – Resolver problema envolvendo o cálculo da área da superfície de uma esfera.

Professor(a), nas **atividades 12** e **13**, o objetivo é que o estudante se aproprie da habilidade de calcular o volume de um cubo e de um paralelepípedo. Em específico, para a atividade 12, o estudante deverá calcular a área de um cubo e, na atividade 13, realizar o cálculo da área de um paralelepípedo. Esse é um rico momento para que sejam consolidadas as diferenças entre esses dois sólidos e dos polígonos que compõe suas faces.

12. O brinquedo cubo mágico representa um poliedro, com 6 faces quadradas, cuja aresta mede 9 cm. Calcule o volume desse poliedro.



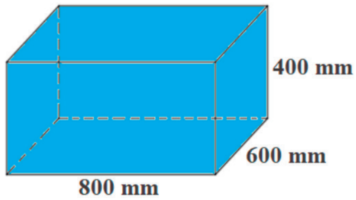
Sugestão de solução:

Para se calcular o volume de um cubo, utilizamos a fórmula $V = a^3$, onde V representa o volume, e "a" as medidas das arestas que compõem o cubo.

$$V = a^3 \rightarrow V = 9^3 \rightarrow V = 9 \cdot 9 \cdot 9 \rightarrow V = 729\,cm^3$$

D13 K – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um cubo.

13. Uma caixa de presentes tem o formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões 800 mm, 600 mm e 400 mm. Calcule o volume dessa caixa.



Sugestão de solução:

Com a intenção de calcular o volume desse paralelepípedo, devemos considerar o produto de seu comprimento, de sua largura e de sua altura da seguinte forma

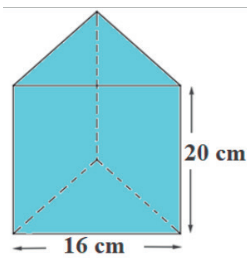
$$V = a \cdot b \cdot c$$
$$V = 800 \cdot 600 \cdot 400$$
$$V = 192\,000\,000\,mm^3$$

D13 L – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um paralelepípedo.

Professor(a), nas **atividades 14**, **15** e **16** têm-se por objetivo possibilitar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas que envolvam o cálculo de volume de prismas. Nessas atividades, serão desenvolvidos cálculos que envolvem, respectivamente, o volume dos prismas de base triangular, pentagonal e hexagonal.

Reitere com os estudantes que esses sólidos são encontrados em seu cotidiano, pois isso enriquece a aula de geometria espacial. Aproveite para relembrar as áreas das bases poligonais que já foram trabalhadas no cálculo de área de superfícies. Enfatize sobre a regularidade no cálculo de volume de prismas, onde sempre se calcula o produto da área da base com a respectiva altura do prisma, variando apenas as áreas das bases.

14. Dado o prisma triangular regular a seguir, calcule o seu volume.



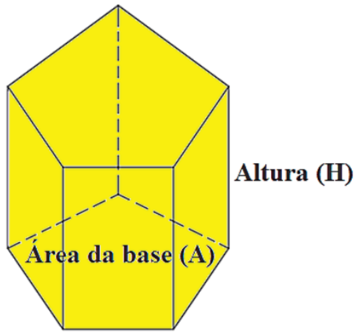
Sugestão de solução:

Para calcular o volume de um prisma triangular regular, multiplica-se a área de sua base pela altura, ou seja,

$$V = A_{base} \cdot H \rightarrow V = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \cdot H \rightarrow V = \frac{16^2\sqrt{3}}{4} \cdot 20$$
$$\rightarrow V = \frac{256\sqrt{3}}{4} \cdot 20 \rightarrow V = \frac{256\sqrt{3}}{4} \cdot 20 \rightarrow$$
$$\rightarrow V = 64\sqrt{3} \cdot 20 \rightarrow V = 1280\sqrt{3}\,cm^3$$

D13 M – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um prisma de base triangular.

15. A figura a seguir representa um prisma de base pentagonal regular, cuja medida da área da base é igual a 240 mm². Considerando que a altura desse prisma é 30 mm, calcule o valor de seu volume.



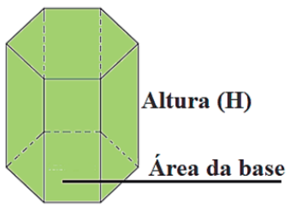
Sugestão de solução:

O cálculo do volume desse prisma de base pentagonal regular se dá pela Área de sua base multiplicada pela sua altura, ou seja,

$V = A_b \cdot H \rightarrow V = 240 \cdot 30 \rightarrow V = 7\,200\, mm^3$

D13 N – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um prisma de base pentagonal.

16. Considere que um objeto, com a forma de um prisma de base hexagonal, tenha a área de sua base igual a 40 cm² e altura 60 cm. Calcule o volume desse prisma.



Sugestão de solução:

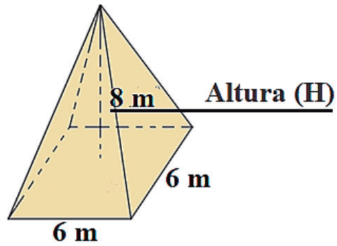
Quando se calcula o volume de um prisma de base hexagonal regular, multiplica-se a Área de sua base pela sua altura, ou seja,

$V = A_b \cdot H \rightarrow V = 40 \cdot 60 \rightarrow V = 2400\, cm^3$

D13 O – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um prisma de base hexagonal.

Professor(a), o objetivo das **atividades 17** e **18** é desenvolver, junto aos estudantes, a habilidade de resolver problemas que envolvam o cálculo dos volumes das pirâmides de base quadrada e hexagonal, que é a terça parte do produto da área da base com a altura. Perceba que nas atividades anteriores, já foi estudado o cálculo de áreas das bases.

17. Analise a construção de uma pirâmide de base quadrada na figura a seguir. Qual é o seu volume?



Sugestão de solução:

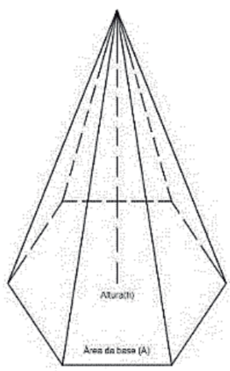
Em pirâmides e cones, o cálculo do volume acontece da seguinte maneira: a terça parte do produto da área da base pela sua altura:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot H \rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot L^2 \cdot H \rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot (6 \cdot 6) \cdot 8$$

$$\rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 8 \rightarrow V = 12 \cdot 8 \rightarrow V = 96\, m^3$$

D13 P – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de uma pirâmide de base quadrada.

18. Calcule o volume da pirâmide a seguir, considerando que a área de sua base mede 80 cm² e sua altura 18 cm.



Sugestão de solução:

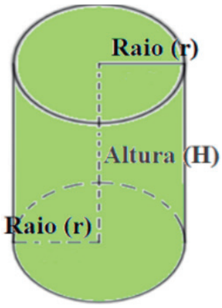
Assim como na pirâmide de base quadrada, na pirâmide hexagonal também se segue o mesmo conceito que é: em figuras "pontiagudas" como a pirâmide e o cone, o cálculo do volume é realizado com o produto da área da base multiplicado pela altura, obtendo o resultado e dividindo-o por três. Então:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot H \rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 80 \cdot 18 \rightarrow V = 80 \cdot 6 \rightarrow V = 480\, cm^3$$

D13 Q – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de uma pirâmide de base hexagonal.

Professor(a), nas **atividades 19** e **20**, solicita-se que seja feito o cálculo do volume de um cilindro reto e de um cone. Os dois poliedros possuem as suas semelhanças, tanto que suas bases são circulares. Para se calcular o volume de um cilindro reto, faz-se o produto da área da base com a altura e, no caso do cone, o seu volume será a terça parte do produto da área da base com a altura. Novamente, considera-se a possibilidade de visualização, concretização dessas situações problema com o real, como uma casquinha de sorvete, um cano de pvc etc.

19. Um reservatório tem a forma de um cilindro de base com diâmetro 20 m e altura 60 m. Sabendo que o valor de π = 3,14, calcule o volume em m³ da capacidade desse reservatório.



Sugestão de solução:

Como o raio é igual à metade do diâmetro, então a medida do raio será 10 metros (metade de 20 metros).

Aqui, a base é circular, portanto, é necessário que seja feito o cálculo da área do círculo (**A**$_c$, cuja fórmula

$A_c = \pi \cdot R^2$

$A_c = 3{,}14 \cdot 10^2$

$A_c = 3{,}14 \cdot 100$

$A_c = 314\, m^2$

Como o volume é o produto da área da base (**A**$_b$ com a altura (H), temos

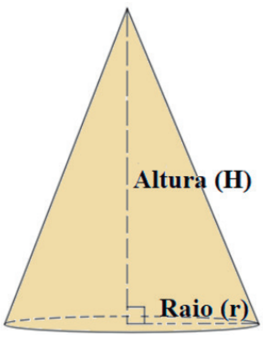
$V = A_b \cdot H$

$V = 314 \cdot 60$

$V = 18\,840\, m^3$

D13 R – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um cilindro.

20. Considere que a imagem a seguir represente um cone de sorvete. Sabendo que a sua altura mede 21 cm e o raio 7 cm, calcule o volume desse cone. Adote π = 3,14.



Sugestão de solução:

Se observarmos, a fórmula que calcula o volume de um cone é a terça parte da fórmula que calcula o volume de um cilindro reto. Nesse caso:

Área da base:

$A_b = \pi \cdot R^2$

$A_b = 3{,}14 \cdot 7^2$

$A_b = 3{,}14 \cdot 49$

$A_b = 153{,}86\, cm^2$

Como o volume é o produto da área da base (**A**$_b$ com a altura (H), temos

$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot H$

$V = \frac{1}{3} \cdot 153{,}86 \cdot 21$

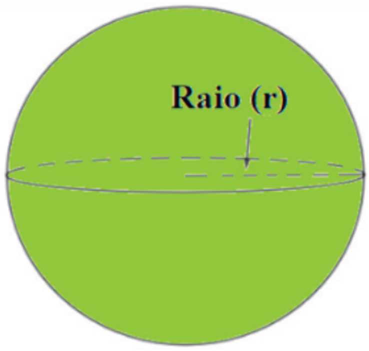
$V = 153{,}86 \cdot 7$

$V = 1\,077{,}02\, cm^3$

D13 S – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de um cone.

Professor(a), para a **atividade 21**, tem-se por objetivo oportunizar ao estudante a apropriação da habilidade de calcular o volume de uma esfera. Relacione esse sólido geométrico com os objetos do cotidiano, como uma bola, por exemplo. É importante que o estudante tenha contato com o concreto, pois assim, a relação entre o raio e o volume da esfera será mais bem compreendida.

21. Considere que uma bola de futebol esteja sendo representada pela figura a seguir, cujo raio mede 10 cm e o valor de π = 3,14. Calcule o valor da área de sua superfície e seu respectivo volume.



Sugestão de solução:

Para se calcular a área da superfície de uma esfera, utiliza-se a fórmula **A**$_s$ **= 4 πR²** e, no caso de calcular o volume dessa esfera, utiliza-se a fórmula $V_e = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Área da superfície:

$A_s = 4\,\pi R^2$

$A_s = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2$

$A_s = 400 \cdot 3{,}14$

$A_s = 1\,256\, cm^2$

Volume,

$$V_e=\frac{4}{3}\pi R^3 \rightarrow V_e=\frac{4}{3}\cdot 3{,}14\cdot 10^3$$

$$V_e=\frac{4}{3}\cdot 3{,}14\cdot 1000 \rightarrow V_e=\frac{4}{3}\cdot 3140$$

$$V_e=\frac{12560}{3} \rightarrow V_e=4186{,}67\,cm^3$$

D13 T – Resolver problema envolvendo o cálculo do volume de uma esfera.

Professor(a), na **atividade 22**, questão do ENEM 2022, é apresentada uma situação real em que o estudante tem a oportunidade de validar e analisar situações problema em que cada item abordado merece a sua devida atenção. Explora-se cálculo de áreas, de volumes, unidades de medidas, comparações quanto às dimensões etc. É interessante, em sala de aula, que se comparem caixas de dimensões diferentes para que o estudante possa visualizar concretamente os objetos estudados.

22. (Enem 2022) Uma loja comercializa cinco modelos de caixas-d'água (I, II, III, IV e V), todos em formato de cilindro reto de base circular. Os modelos II, III, IV e V têm as especificações de suas dimensões dadas em relação às dimensões do modelo I, cuja profundidade é e área da base é , como segue:

. modelo II: o dobro da profundidade e a metade da área da base do modelo I;

. modelo III: o dobro da profundidade e a metade do raio da base do modelo I;

. modelo IV: a metade da profundidade e o dobro da área da base do modelo I;

. modelo V: a metade da profundidade e o dobro do raio da base do modelo I.

Uma pessoa pretende comprar nessa loja o modelo de caixa-d'água que ofereça a maior capacidade volumétrica.

O modelo escolhido deve ser o

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

Gabarito: E

Sugestão de solução:

A figura a seguir representa quaisquer uma dessas caixas-d'água, onde podemos observar que o cálculo do volume desse cilindro é realizado pela fórmula **$V = A_b \cdot H$** ou seja, **$V = \pi r^2 \cdot H$** (Chamando H de P)

Modelo I: O volume da caixa I será representado por

$$V_I=\pi\cdot r^2\cdot P$$

Modelo II: o dobro da profundidade e a metade da área da base do modelo I

$$V_{II}=\frac{1}{2}\cdot(\pi\cdot r^2)\cdot 2P \rightarrow V_{II}=\pi\cdot r^2\cdot P$$

$$V_{II}=V_I$$

Modelo III: o dobro da profundidade e a metade do raio da base do modelo I;

$$V_{III}=\pi\cdot\left(\frac{1}{2}r\right)^2\cdot 2P \rightarrow V_{III}=\pi\cdot\frac{1}{4}r^2\cdot 2P \rightarrow V_{III}=\pi\cdot\frac{1}{2}r^2\cdot P$$

$$\rightarrow V_{III}=\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot r^2\cdot P$$

$$V_{III}=\frac{1}{2}\cdot V_I$$

Modelo IV: a metade da profundidade e o dobro da área da base do modelo I;

$$V_{IV}=2\cdot(\pi\cdot r^2)\cdot\frac{1}{2}P \rightarrow V_{IV}=\pi\cdot r^2\cdot P$$

$$V_{IV}=V_I$$

Modelo V: a metade da profundidade e o dobro do raio da base do modelo I.

$$V_V=\pi\cdot$$

$$V_V=2V_I$$

Portanto, a caixa que tem maior capacidade é a caixa V.

D13 U – Validar e analisar resoluções de problemas envolvendo o cálculo de área ou de volume de sólidos geométricos.

Aula 3 — Gráfico de uma Função de 1º Grau.

Descritor SAEB: D19 – Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau. (Gráfico).

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Sistemas de equações;
- Plano cartesiano;
- Função afim;
- Gráfico da função;
- Equação da reta.

Relembrando

GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

A função afim (função polinomial do 1º grau) é toda função que, definidos deus domínios e contradomínios, possui como lei de formação uma sentença do tipo ou , sendo os coeficientes e números reais.

Nesse tipo de função polinomial de 1º grau, o valor de "a" é chamado de coeficiente angular (taxa de variação), e o "b" de coeficiente linear (valor inicial).

Exemplos:

$$f(x)=3x+4\,(a=3\,e\,b=4)$$
$$y=-5x+2\,(a=-5\,e\,b=2)$$
$$f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}\left(a=\frac{1}{2}e\,b=\frac{1}{2}\right)$$

Gráfico da Função Afim

O gráfico da função afim é representado por uma reta. O valor do coeficiente angular (taxa de variação) da função é que determina se a ela é do tipo crescente ou decrescente.

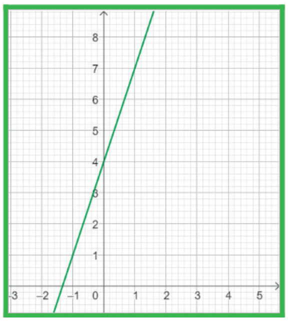
- Caso a > 0, a função é crescente;
- Caso a < 0, a função é decrescente;
- Caso a = 0, a função é constante.

A função f (x) = 3 x + 4, por exemplo, é crescente, pois o valor de **a** é igual a **2** (maior que zero).

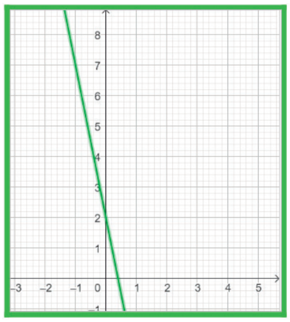
A função y = − 5 x + 2 é decrescente, pois **a** é igual a **- 1** (menor que zero).

Observe nos gráficos abaixo:

$f(x)=3x+4$



$y=-5x+2$



Observação 1: Note que f (x) = y, pois o valor de depende y do valor de x , ou seja, y está em função de x.

Observação 2: Se o coeficiente **b** for igual a zero, a função é linear.

Observação 3: Se o coeficiente **a** for igual a zero, a função é constante.

Professor(a), as **atividades 1** e **2** objetivam que o estudante desenvolva a habilidade de resolver problemas envolvendo funções do 1° grau crescente ou decrescente, descritas em textos que devem ser traduzidos para a linguagem algébrica. A habilidade em descrever um problema na linguagem matemática é aplicada em vários pontos da matemática e em outras áreas do conhecimento, como a física, por exemplo. Aproveite a **atividade 1** para relembrar com seus estudantes o uso da porcentagem e, na atividade 2, as relações entre unidades de medida de capacidade.

ATIVIDADES

1. O salário de Alex é composto de uma parte fixa no valor de R$ 2 640,00, mais uma parte variável de 10% sobre o valor de suas vendas no mês. Nessas condições, responda as questões a seguir:

a) Representando por **y** o salário mensal de Alex e, por **x** o valor de suas vendas no mês em reais, escreva a fórmula que descreve algebricamente a relação entre **x** e **y**:

b) Caso ele consiga vender R$ 60 000,00, calcule o valor de seu salário.

Sugestão de solução:

a) $y=0{,}1\,x+2640$

b) $y=0{,}1\,x+2640 \rightarrow y=0{,}1\cdot 60\,000+2640 \rightarrow$

$y=6000+2640 \rightarrow y=8\,640$

Se vender R$ 60 000,00, Alex vai receber R$ 8 640,00.

D19 A – Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau crescente descrita em um texto algebricamente.

2. Um reservatório com capacidade para 10 000 L de água está completamente cheio quando é aberta uma torneira para esvaziá-lo. A quantidade de água no reservatório em litros, pode ser calculada pela função f (x) = 10 000 – 200 x onde é o tempo em minutos desde que a torneira foi aberta.

a) Após quantos minutos o reservatório é esvaziado por completo?

b) Quantos litros de água restam no reservatório após meia hora de torneira aberta?

Sugestão de solução:

a) f (x) será igual a zero quando o reservatório estiver vazio, ou seja,

$$f(x)=10000-200x \rightarrow 0=10000-200x$$

$$\rightarrow 200x=10000 \rightarrow x=\frac{10000}{200} \rightarrow x=50 \text{ minutos}$$

b) Após meia hora aberta, tem-se x = 30 (meia hora = 30 minutos), ou seja:

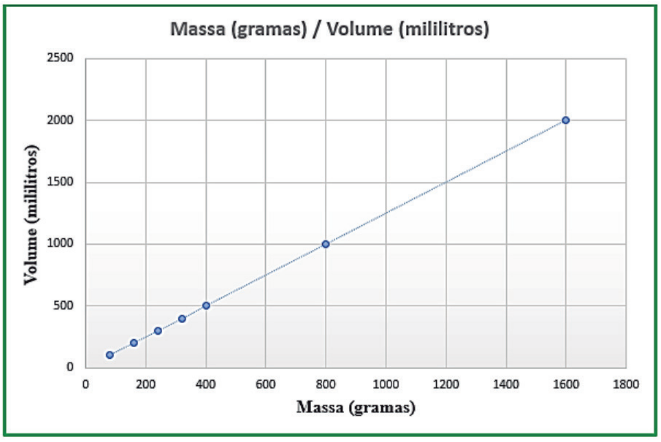
$$f(30)=10000-200\cdot 30 \rightarrow f(30)=10000-6000 \rightarrow$$
$$f(30)=4000 \text{ litros.}$$

D19 B – Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau decrescente descrita em um texto algebricamente.

Professor(a), a **atividade 3** tem como objetivo contribuir para que o estudante desenvolva a habilidade de resolver problemas envolvendo uma função do 1° grau crescente, descrita em um gráfico. Primeiramente, incentive-os a identificar pontos no gráfico, os quais suas coordenadas estão explícitas. De posse das coordenadas, e com a informação de que o gráfico é de uma função afim (reta), monte um sistema de equações que determinará os coeficientes da lei de formação dessa função. Essa atividade permite uma revisão sobre a resolução de sistemas de equações, que será utilizado nesta aula, e em outros momentos no estudo da matemática e resolução de outros problemas.

Após determinar a lei de formação do tipo, **y = ax + b**, determine o volume de azeite dado a massa em gramas. Incentive os estudantes a elaborarem outros problemas com os dados desse gráfico. Se considerar necessário, relembre o conceito de densidade visto anteriormente nas aulas de química.

3. Um renomado *chef* de cozinha, tendo a sua disposição uma balança e alguns recipientes de vidro, mediu a massa de alguns volumes diferentes de azeite de oliva e montou o seguinte gráfico:



a) Escreva a lei de formação que descreve a relação entre o volume (y) e a massa (x) do azeite.

b) Calcule o volume de 320 gramas desse azeite.

Sugestão de solução:

a) Como o gráfico é uma reta, admite-se que essa relação é uma função afim, cuja lei de formação é do tipo y = ax + b. Do gráfico obtemos os pares ordenados (400; 500) e (800; 1000). Substituindo esses valores em y = ax + b, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 500=a\cdot 400+b \\ 1000=a\cdot 800+b \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, obtemos a = 1,25 e b = 0. Assim, a lei de formação dessa função é igual a y = 1,25 · x.

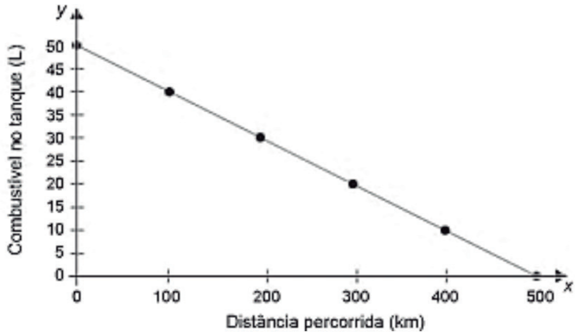
b) y = 1,25 · x → y = 1,25 · 320 → y = 400 mL

D19 C – Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau crescente descrita em um texto graficamente.

Professor(a), a **atividade 4** é uma questão do ENEM de 2018, que busca verificar se o estudante desenvolveu a habilidade de descrever algebricamente uma situação descrita geometricamente. Diferente da **atividade 3**, esta questão envolve uma função do 1° grau decrescente. Retome com os estudantes a diferença entre uma função afim crescente ou decrescente. Explore, ao menos, o significado do coeficiente linear (b), que ajuda a determinar lei de formação. Aproveite para revisitar os sistemas de equação, assim como foi sugerido anteriormente.

4. (Enem 2018 – PPL) Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível

no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal).



A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é

(A) $y=-10x+500.$

(B) $y=\frac{-x}{10}+50.$

(C) $y=\frac{-x}{10}+500.$

(D) $y=\frac{x}{10}+50.$

(E) $y=\frac{x}{10}+500.$

Gabarito: B

Sugestão de solução:

Como o gráfico é uma reta, admite-se que essa relação é uma função afim, cuja lei de formação é do tipo y = ax + b. Do gráfico obtemos os pares ordenados (0; 50) e (500; 0). Substituindo esses valores em y = ax + b, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 50=a\cdot 0+b \\ 0=a\cdot 500+b \end{cases}$$

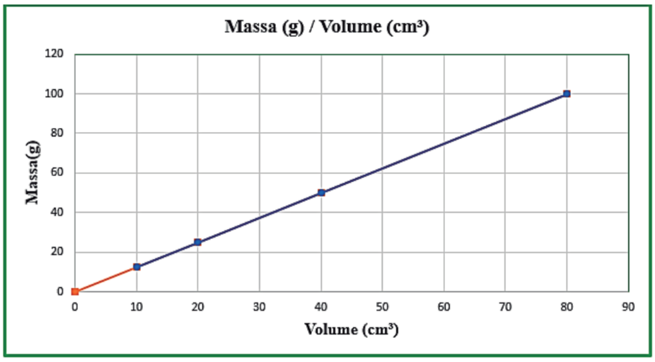
Resolvendo esse sistema, obtemos a = – 0,1 e b = 50. Assim, a lei de formação dessa função é igual a

$$y=-0{,}1\cdot x+50 \rightarrow y=¿.\frac{-x}{10}+50.$$

D19 D – Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau decrescente descrita em um texto graficamente.

Professor(a), as **atividades 5** e **6** em formato de itens, tem como objetivo avaliar se o estudante se apropriou da habilidade de resolver problema envolvendo uma função do 1º grau a partir da análise de um gráfico. Caso perceba necessidade de retomar o conteúdo, explore os erros com seus estudantes e proponha outros exercícios que trabalham essas habilidades.

5. Apresentamos a seguir o gráfico do volume do álcool em função de sua massa, a uma temperatura fixa de 0º C.



Nessas condições, a massa, em gramas, de 1 litro de álcool é igual a

(A) 950.

(B) 1 050.

(C) 1 150.

(D) 1 250.

(E) 1 350.

Gabarito: D

Sugestão de solução:

Como o gráfico é uma reta, admite-se que essa relação é uma função afim, cuja lei de formação é do tipo y = ax + b. Do gráfico obtemos os pares ordenados (0; 0) e (80; 100). Substituindo esses valores em y = ax + b, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 0=a\cdot 0+b \\ 100=a\cdot 80+b \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, obtemos a = 1,25 e b = 0. Assim, a lei de formação dessa função é igual a y = 1,25 · x.

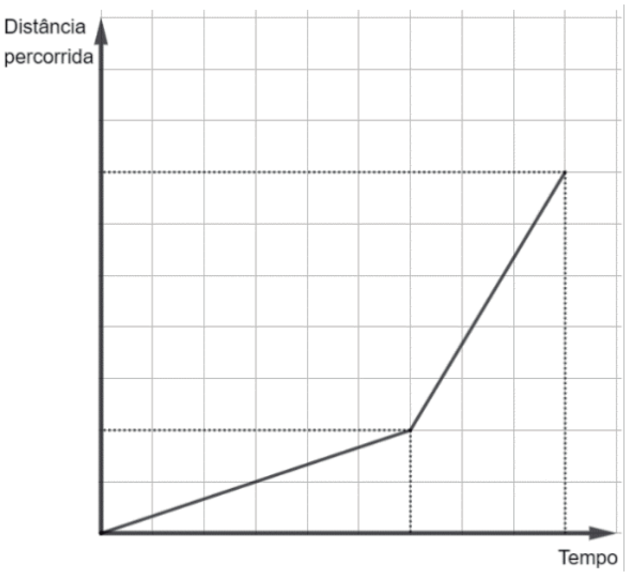
1 000 cm³ → 1 litro.

y = 1,25 · x → y = 1,25 · 1000 → y = 1 250 g

D19 – Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau. (Gráfico).

6. Ana Beatriz realiza o percurso de sua casa até a sua escola parte correndo e parte andando. Ela faz variações: tem dia que inicia caminhando e depois termina o percurso correndo, e outro dia inverte, inicia correndo e termina andando.

O gráfico a seguir ilustra a distância percorrida pela Ana Beatriz, em um certo dia, em função do tempo que decorreu desde o instante em que ela saiu de sua casa até ao instante em que chegou à escola.



De acordo com o texto e o gráfico, pode-se afirmar que Ana Beatriz

(A) iniciou o percurso correndo e terminou-o andando.

(B) esteve mais tempo correndo do que andando.

(C) percorreu uma distância maior andando do que correndo.

(D) gastou o dobro do tempo andando em relação ao tempo correndo.

(E) percorreu metade da distância andando e a outra metade correndo.

Gabarito: D

Sugestão de resolução:

(A) É incorreta, pois mesmo percorrendo uma menor distância, Ana gastou mais tempo.

(B) É incorreta, pois o período de tempo caminhando é o dobro do período de tempo correndo.

(C) É incorreta, pois a distância que Ana percorreu correndo é maior que a distância que percorreu caminhando.

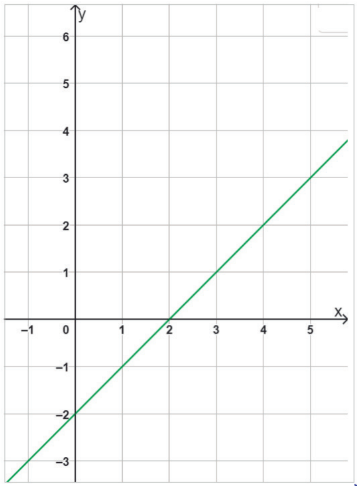
(D) É correta, pois gastou o dobro do tempo andando em relação ao tempo correndo.

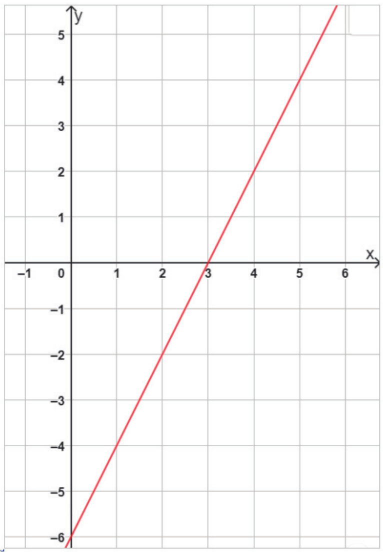
(E) É incorreta, pois as distâncias percorridas caminhando e andando são diferentes.

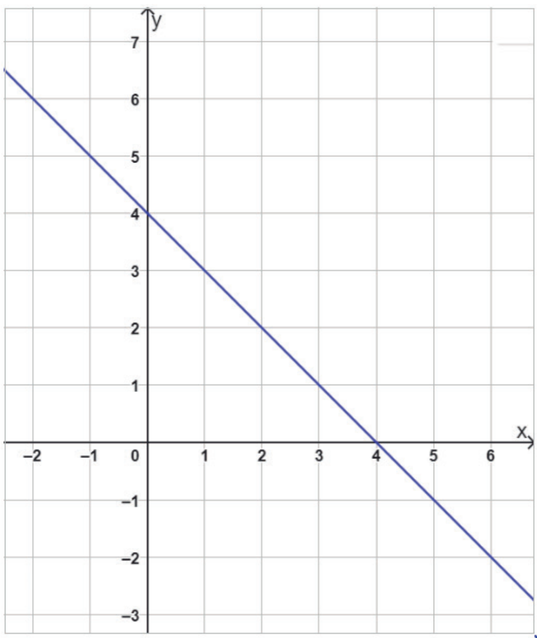
D19 – Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau. (Gráfico).

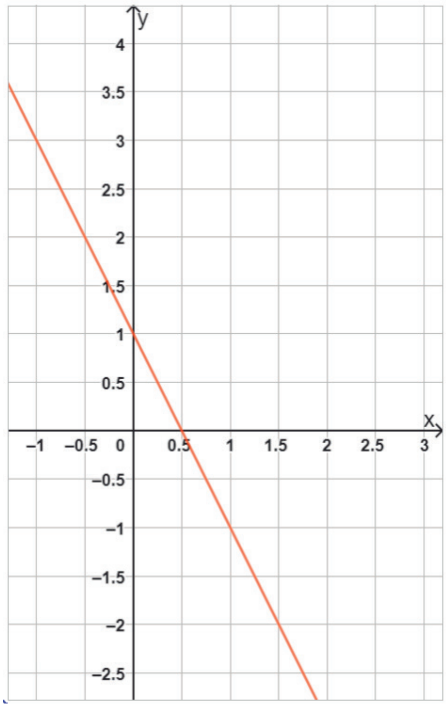
Professor(a), as **atividades 7** e **8** têm como objetivo oportunizar ao estudante desenvolver a habilidade de identificar os zeros de funções reais do 1º grau apresentadas em gráficos. Relembre com os estudantes que o zero da função afim é o valor de x quando y é zero. Graficamente, é a abscissa do ponto da reta que intercepta o eixo das abscissas (eixo x). Sendo assim, o zero da função pode ser obtido apenas com a observação do gráfico, ou por meio da lei de formação, igualando y a zero, e encontrando o valor de x.

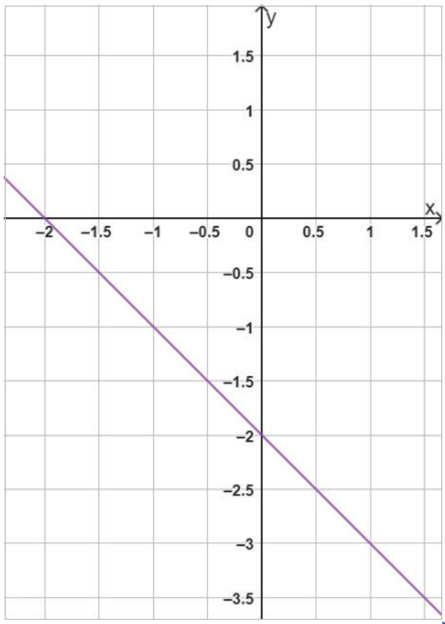
7. Todos os gráficos seguintes correspondem a uma função do 1º grau. Sabendo disso, circule nestes gráficos os zeros de cada função representada a seguir.

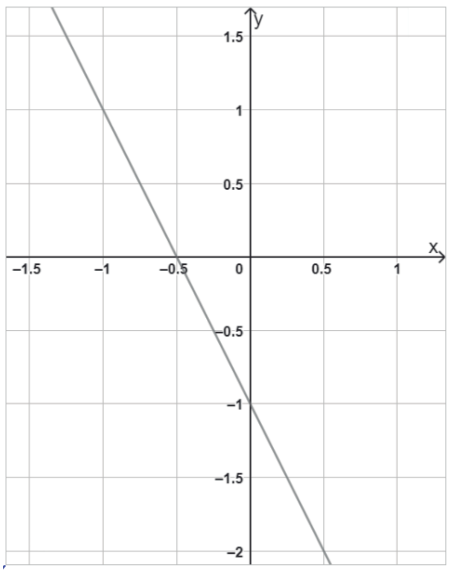




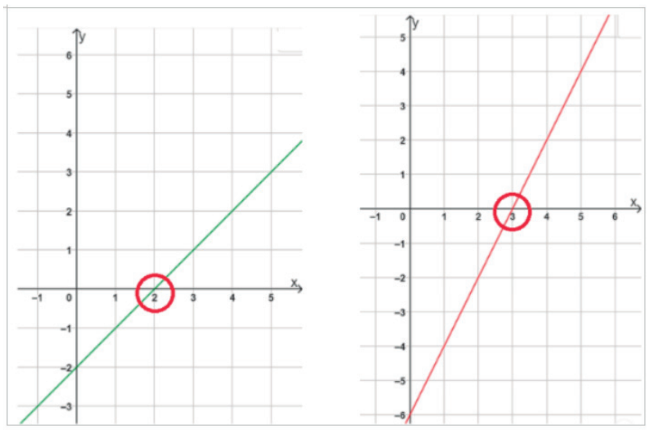


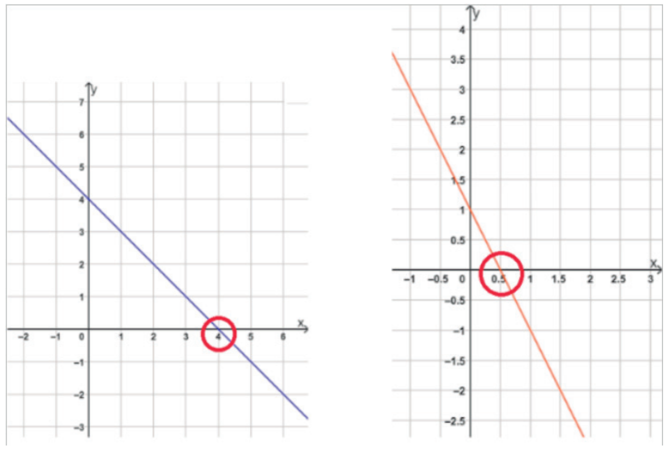


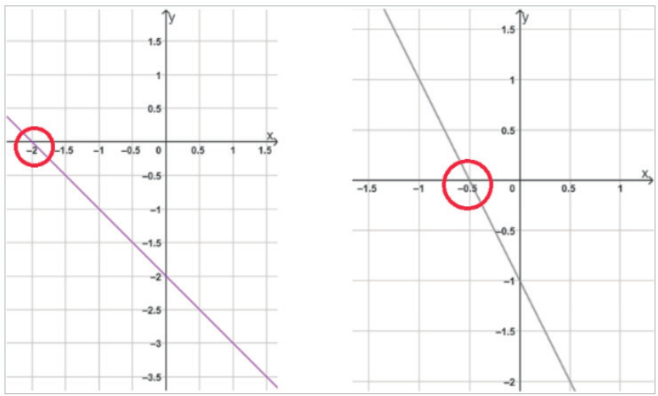




Sugestão de solução

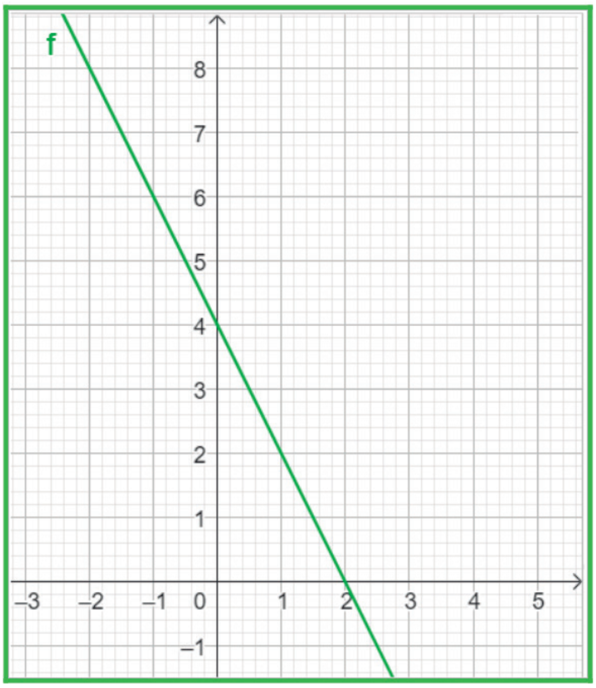






D20 A – Identificar os zeros de funções reais do 1º grau apresentadas em gráficos.

8. Considere o gráfico da função do 1º grau representada no plano cartesiano a seguir:



a) Identifique o zero dessa função, sem realizar cálculos.

b) Determine a lei de formação dessa função (f (x)= ax + b)

c) Calcule o valor de x quando y = 0.

Sugestão de solução:

a) x = 2

b) Pelo gráfico, tem-se b = 4 e o ponto (2;0) do gráfico que intercepta o eixo das abscissas. Substituindo em y = ax + b, se obtém:

$$0=a\cdot 2+4 \rightarrow -2a=4 \rightarrow -a=\frac{4}{2} \rightarrow -a=2 \rightarrow a=-2$$

Portanto. y = – 2 x + 4

c) $0=-2x+4 \rightarrow 2x=4 \rightarrow x=\frac{4}{2} \rightarrow x=2$

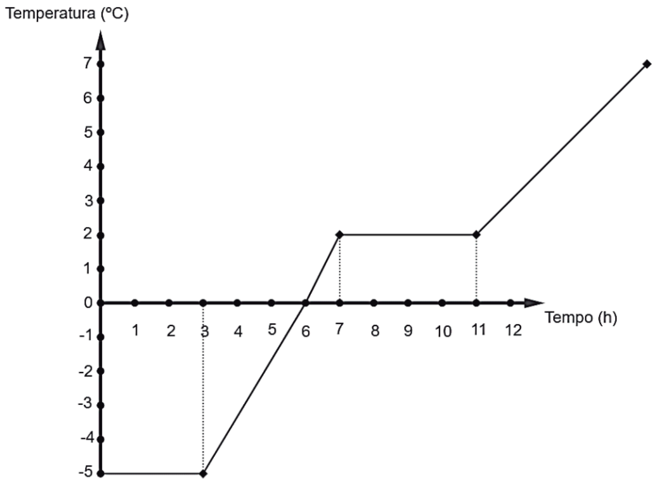
D20 A – Identificar os zeros de funções reais do 1º grau apresentadas em gráficos.

Professor(a), a **atividade 9** requer do estudante a habilidade de identificar o gráfico de uma função constante e identificar, também, o gráfico de uma função crescente do 1º grau.

Para que o estudante se aproprie dessa habilidade, a atividade traz como suporte um gráfico com variações de temperatura, onde é possível identificar intervalos onde a temperatura permanece a mesma (função constante), ou a temperatura aumenta com o passar das horas (função crescente).

Esse é um rico momento para fazer paralelo com o cotidiano dos estudantes, sendo possível fazer com eles gráficos que representem a variação da temperatura de sua cidade, referente ao dia, semana, mês ou ano.

9. Analise o gráfico a seguir.



Sobre esse gráfico, valide as afirmações a seguir em (V) para verdadeiras ou (F) para falso.

a) ( ) O segmento de reta presente entre os pontos (7,2) e (11,2) representa um intervalo da função constante y = 2.

b) ( ) O segmento de reta presente entre os pontos (6,0) e (7,2) representa um intervalo da função crescente 2 x + y = 12.

c) ( ) O segmento de reta presente entre os pontos (3,-5) e (6,0) representa um intervalo da função crescente 2,5 x − 1,5 y = 7,5.

d) ( ) O segmento de reta presente entre os pontos (3, -5,) e (3,6) representa um intervalo da função constante y = 3.

e) ( ) O segmento de reta presente entre os pontos (0, -5,) e (3,-5) representa um intervalo da função constante y = – 5.

f) ( ) O segmento de reta presente entre os pontos (6,0) e (7,2) representa um intervalo da função crescente x − 0,5 y = 3.

Sugestão de solução:

a) (V) O segmento de reta presente entre os pontos (7,2) e (11,2) representa um intervalo da função constante y = 2.

b) (F) O segmento de reta presente entre os pontos (6,0) e (7,2) representa um intervalo da função crescente 2 x + y = 12.

c) (F) O segmento de reta presente entre os pontos (3,-5) e (6,0) representa um intervalo da função crescente 2,5 x − 1,5 y = 7,5.

d) (F) O segmento de reta presente entre os pontos (3, -5,) e (3,6) representa um intervalo da função constante y = 3.

e) (V) O segmento de reta presente entre os pontos (0, -5,) e (3,-5) representa um intervalo da função constante y = -5.

f) (F) O segmento de reta presente entre os pontos (6,0) e (7,2) representa um intervalo da função crescente x − 0,5 y = 3.

D20 B – Identificar o gráfico de uma função constante.

D20 C – Identificar o gráfico crescente de uma função do 1º grau.

Professor(a), a **atividade 10** requer do estudante a habilidade de identificar no gráfico o intervalo de uma função constante, como também o intervalo de funções crescente e decrescente do 1º grau.

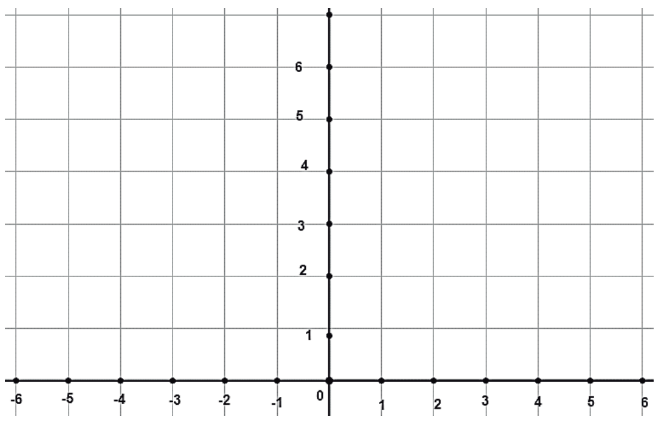
Para que o estudante se aproprie dessa habilidade, a atividade traz como suporte um gráfico em que estão descritos intervalos de 2 funções reais de 1º grau e uma função constante e pede para que os estudantes identifiquem, entre esses intervalos, qual é o crescente, descrente ou constante.

10. Represente no plano cartesiano a seguir o intervalo de três funções reais definidas no intervalo de [-6,6].

a) 1ª função→ f (x) = 4 , definida no intervalo de [-6, -2].

b) 2ª função→ y = - 2x, definida no intervalo de [-2, 0].

c) 3ª função→ f(x) = $\frac{x}{2}$, definida no intervalo de [0,6].



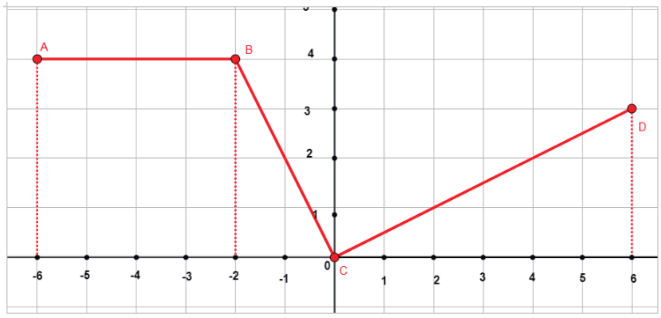
Agora responda:

a) Qual intervalo definido no plano é estritamente crescente?

b) Qual intervalo definido no plano é estritamente decrescente?

c) Qual intervalo definido no plano é estritamente constante?

Sugestão de solução:



a) O intervalo de [0, 6] definido pela função f(x) = $\frac{x}{2}$.

b) O intervalo de [-2, 0] definido pela função f(x) = - 2 x. ,

c) O intervalo de [-6, -2] definido pela função f(x) = 4

D20 B – Identificar o gráfico de uma função constante.

D20 D – Identificar o gráfico decrescente de uma função do 1º grau.

Professor(a), a **atividade 11**, em formato de item, tem como objetivo avaliar se o estudante se apropriou da habilidade de analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais de 1º grau apresentadas em gráficos.

11. Considere o gráfico da função afim que passa pelos pontos A (− 6 ; 8) e B (3 ; 2) .

O zero dessa função é igual a

(A) 5.

(B) 6.

(C) 7.

(D) 8.

(E) 9.

Gabarito: B

Sugestão de solução:

Como é uma função afim, o gráfico é uma reta e a lei de formação é do tipo y = ax + b. Do enunciado, obtemos os pares ordenados (-6 ; 8) e (3; 2). Substituindo esses valores em y = ax + b, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 8 = a \cdot (-6) + b \\ 2 = a \cdot 3 + b \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, obtemos $a = \frac{-2}{3}$ e b = 4. Assim, a lei de formação dessa função é igual a

$$y = \frac{-2}{3} \cdot x + 4,$$

$$y = \frac{-2}{3} \cdot x + 4 \rightarrow 0 = \frac{-2}{3} \cdot x + 4 \rightarrow \frac{2}{3} \cdot x = 4 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$$

D20 – Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos. (Função de 1° grau).

Professor(a), na **atividade 12**, o estudante deverá identificar em um texto o gráfico de uma função constante. As funções constantes são utilizadas na representação cotidiana de situações que envolvam valores constantes que não dependam de outro valor. Por exemplo, o pagamento da mesma parcela ao longo do tempo. É importante que você, professor(a), dialogue com o estudante esse tipo de situação. Pergunte ao estudante: ao se pagar 10 parcelas no valor de 60 reais, o valor das parcelas muda ou permanece constante? Você se lembra de outra situação em que outra grandeza permaneça constante ao longo do tempo? Considerando um carro em velocidade constante ao longo do tempo, o gráfico seria uma reta horizontal?

Destaca-se que esses questionamentos são fundamentais para que o estudante perceba o uso da função constante.

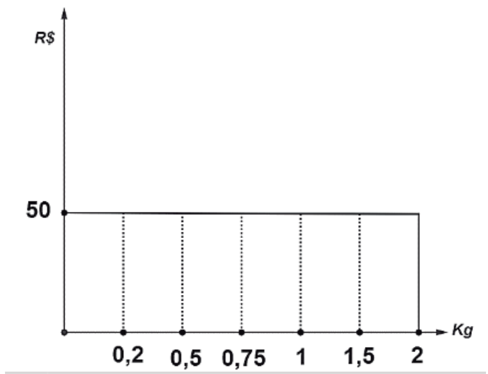
12. Analise as situações a seguir e relacione-as com os respectivos gráficos que as representem.

I. Em um teste automotivo, um piloto percorreu uma certa distância a uma velocidade constante de 90 km/h durante todo o percurso de 1 hora do teste.

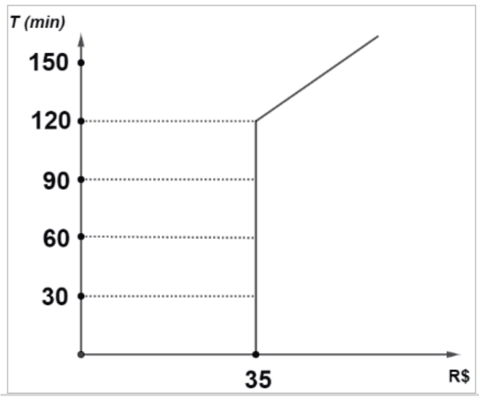
II. Um restaurante possui um sistema de rodízio que cobra 50 reais por pessoa, não importando a quantidade consumida (0,5kg, 0,75kg, 1kg), o preço é único.

III. Uma companhia telefônica de celular oferece um pacote com preço fixo de R$35,00 para que os clientes façam até 120 minutos de ligações para qualquer número, fixo ou não.

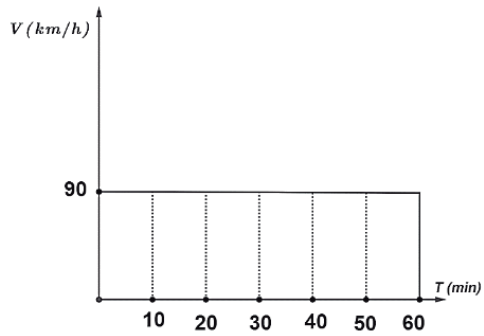
(   )



(   )

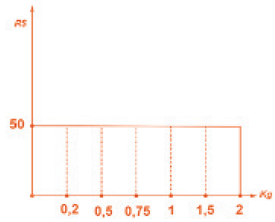


(   )

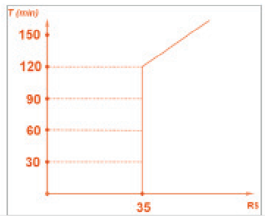


Sugestão de solução:

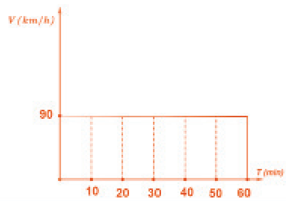
(II)



(III)



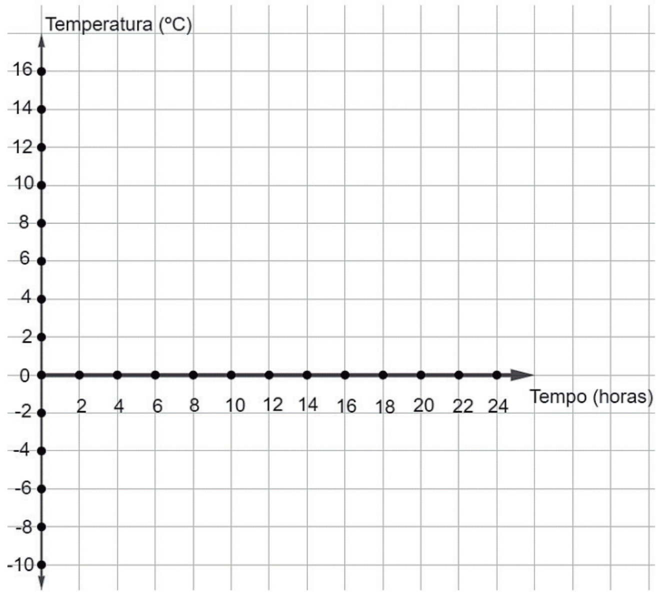
(I)



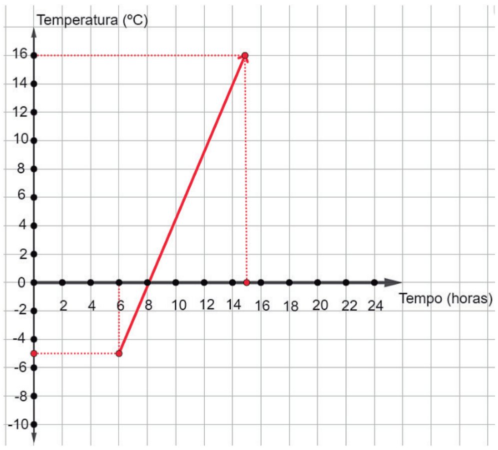
D21 A – Identificar em um texto o gráfico de uma função constante.

Professor(a), na **atividade 13**, o estudante deverá identificar, a partir de um texto, o gráfico de uma função do 1º grau crescente. Dialogue com os estudantes sobre a principal característica de uma função crescente. Relembre que em uma função crescente, quando aumentam-se os valores do domínio (variável x), os valores do contradomínio (variável y) também aumentam.

13. A cidade de Jataí inaugurou o novo centro meteorológico para acompanhar a mudança climática. Em certo dia, esse centro meteorológico registrou, às 6 horas da manhã, a temperatura de – 5°C e, com o passar do tempo, a temperatura foi aumentando constantemente até que, às 15 horas, ela atingiu 16°C. Sabendo disso, construa um gráfico que represente a situação descrita.



Sugestão de solução:

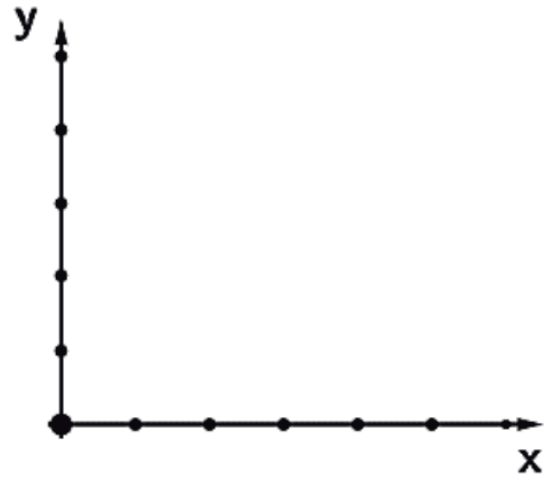


D21 B – Identificar em um texto o gráfico de uma função do 1º grau (crescente).

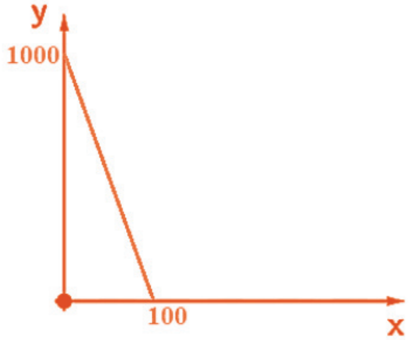
Professor(a), a **atividade 14** tem por objetivo que o estudante identifique, a partir de um texto, o gráfico de uma função do 1º grau decrescente. Dialogue com os estudantes sobre a principal característica de uma função decrescente. Relembre que em uma função decrescente, quando aumentam-se os valores do domínio (variável x), os valores do contradomínio (variável y) diminuem.

14. Leia a situação problema a seguir e construa o gráfico referente.

Um motorista de aplicativo resolveu conferir quantos quilômetros seu carro rodava com um litro de gasolina. Assim, ele zerou a quantidade de gasolina em seu tanque, abasteceu 100 litros desse combustível e rodou 1000 km até que todo combustível tivesse sido consumido.



Sugestão de solução:

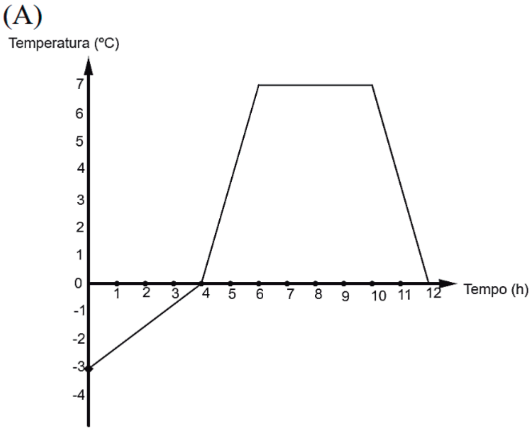


D21 C – Identificar em um texto o gráfico de uma função do 1º grau (decrescente).

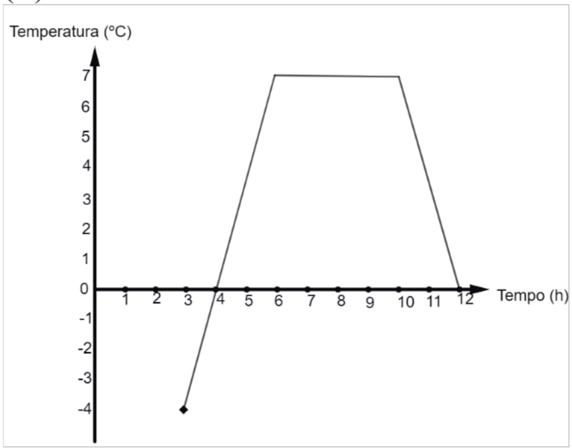
Professor(a), a **atividade 15**, em formato de item, avalia a habilidade de o estudante identificar o gráfico que modela a situação descrita em um texto.

15. A cidade de Rio Verde instalou equipamentos novos para monitorar a temperatura da cidade. Certo dia, os termômetros registraram - 4°C às 3 horas da madrugada. Com o passar do tempo, a temperatura foi aumentando até que, às 6 horas da manhã, atingiu 7°C e permaneceu com essa temperatura constante por mais 4 horas. Depois, começou a cair e, ao meio-dia, estava marcando 0°C. Qual é o gráfico que melhor representa a situação descrita nesse texto?

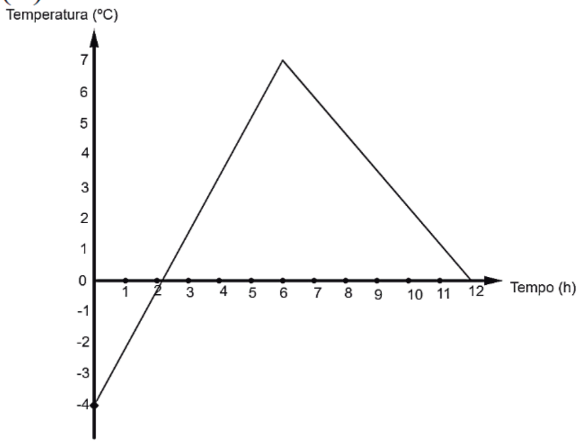
(A)



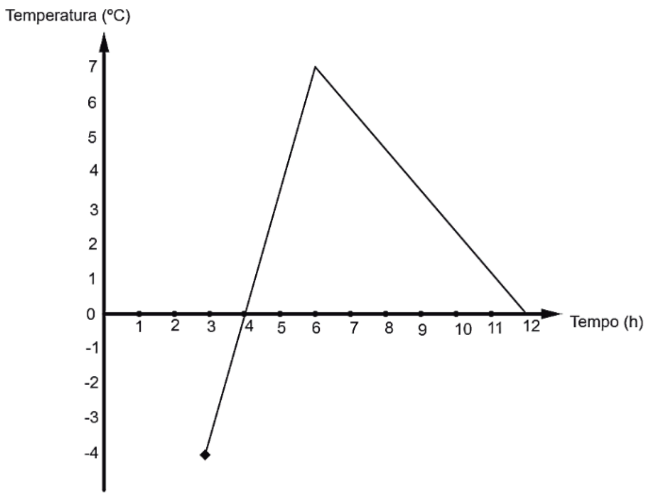
(B)



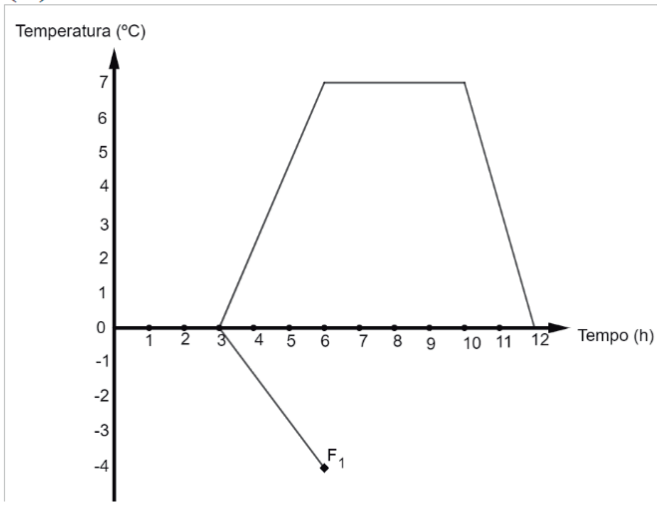
(C)



(D)

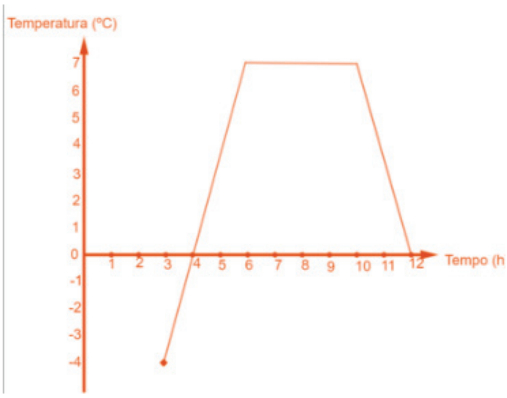


(E)



Gabarito: B

Sugestão de solução:



D21 D – Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.