SEDUC
Secretaria de Estado da Educação

GOVERNO DE GOIÁS
O ESTADO QUE DÁ CERTO

Revisa Goiás

2ª e 3ª série

Matemática

Caderno do Professor

Janeiro - 2023

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

Governador do Estado de Goiás
Ronaldo Ramos Caiado

Vice-Governador do Estado de Goiás
Daniel Vilela

Secretária de Estado da Educação
Aparecida de Fátima Gavioli Soares Pereira

Secretária-Adjunta
Helena Da Costa Bezerra

Diretora Pedagógica
Márcia Rocha de Souza Antunes

Superintendente de Educação Infantil e Ensino Fundamental
Giselle Pereira Campos Faria

Superintendente de Ensino Médio
Osvany Da Costa Gundim Cardoso

Superintendente de Segurança Escolar e Colégio Militar
Cel Mauro Ferreira Vilela

Superintendente de Desporto Educacional, Arte e Educação
Marco Antônio Santos Maia

Superintendência de Modalidades e Temáticas Especiais
Rupert Nickerson Sobrinho

Diretor Administrativo e Financeiro
Andros Roberto Barbosa

Superintendente de Gestão Administrativa
Leonardo de Lima Santos

Superintendente de Gestão e Desenvolvimento de Pessoas
Hudson Amarau De Oliveira

Superintendente de Infraestrutura
Gustavo de Morais Veiga Jardim

Superintendente de Planejamento e Finanças
Taís Gomes Manvailer

Superintendente de Tecnologia
Bruno Marques Correia

Diretora de Política Educacional
Patrícia Morais Coutinho

Superintendente de Gestão Estratégica e Avaliação de Resultados
Márcia Maria de Carvalho Pereira

Superintendente do Programa Bolsa Educação
Márcio Roberto Ribeiro Capitelli

Superintendente de Apoio ao Desenvolvimento Curricular
Nayra Claudinne Guedes Menezes Colombo

Chefe do Núcleo de Recursos Didáticos
Alessandra Oliveira de Almeida

Coordenador de Recursos Didáticos para o Ensino Fundamental
Evandro de Moura Rios

Coordenadora de Recursos Didáticos para o Ensino Médio
Edinalva Soares de Carvalho Oliveira

Professores de Língua Portuguesa
Edinalva Filha de Lima Ramos
Katiuscia Neves Almeida
Luciana Fernandes Pereira Santiago

Professores de Matemática
Alan Alves Ferreira
Alexsander Costa Sampaio
Tayssa Tieni Vieira de Souza
Silvio Coelho da Silva

Ciências da Natureza e suas Tecnologias
Leonora Aparecida dos Santos
Sandra Márcia de Oliveira Silva

Revisão
Alessandra Oliveira de Almeida
Cristiane Gonzaga Carneiro Silva
Maria Aparecida Oliveira Paula

SUMÁRIO

Colega Professor(a),

O REVISA GOIÁS é um material estruturado de forma dialógica e funcional com o objetivo de recompor as aprendizagens e, consequentemente, avançar na proficiência.

Nessa perspectiva, para o 5º ano do Ensino Fundamental, o material percorre todos os descritores da matriz do SAEB, previstos para a etapa de ensino e intensifica o trabalho com as habilidades essenciais de língua portuguesa e matemática consideradas críticas. Este material também pode ser usado no 6º ano como diagnóstico dos estudantes que chegam à rede estadual de ensino, ao longo do ano, como recomposição da aprendizagem das habilidades previstas até o final dos anos iniciais.

Para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, são considerados os resultados das avaliações externas, pontuando habilidades críticas previstas para cada etapa de ensino, considerando todo o processo percorrido até a aprendizagem. O material do 9º ano também pode ser usado na 1ª série do Ensino Médio, no intuito de recompor as aprendizagens previstas até o final do Ensino Fundamental. Já o material da 2ª e 3ª série é elaborado a partir dos descritores e habilidades críticas previstos para a etapa de ensino, observadas no SAEGO e simulados realizados ao longo do ano.

O material também apresenta atividades de Ciências da Natureza, devido à sua inserção, de forma amostral, no Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) a partir de 2021. Ressaltamos que a progressão do conhecimento, nesta área, está representada no quadro 1, onde os EIXOS DO CONHECIMENTO correspondem às três UNIDADES TEMÁTICAS, que vão complexificando o conhecimento em formato espiral crescente, desde o 1º ano do Ensino Fundamental, até a 3ª série do Ensino Médio. Já os EIXOS COGNITIVOS estão representando a progressão do conhecimento de acordo com os Domínios Cognitivos de Bloom (BLOOM, 1986) que são: Conhecimento (representado pela letra A), Compreensão (pela letra B) e Aplicação (pela letra C). Já o quadro 2, organiza as habilidades estruturantes, ou seja, mais complexas, em sub-habilidades para favorecer o desenvolvimento do nosso estudante, respeitando as etapas de ensino e a transição do Ensino Fundamental para o Ensino Médio.

No início da atividade de Língua Portuguesa e Matemática, constarão os descritores previstos para o mês e os conhecimentos necessários para atingi-los. O material será disponibilizado, via e-mail e drive, nos primeiros dias do mês, para que o(a) professor(a) tenha tempo hábil de acrescentar esse material em seu planejamento. Sugerimos que este material seja esgotado em sala de aula, uma vez que ele traz conhecimentos basilares que subsidiarão a ampliação do conhecimento e o trabalho com as habilidades previstas para o corte temporal/bimestre.

Você também pode baixar o material pelo link:

https://drive.google.com/drive/folders/146Uv6vgeD54CF2CAfpwYsZnDlA78fyMX?usp=sharing

Um excelente trabalho para você!

Revisa Goiás

SEDUC Secretaria de Estado da Educação — GOVERNO DE GOIÁS — O ESTADO QUE DÁ CERTO

MATEMÁTICA - 3ª SÉRIE

QUADRO DE DESCRITORES E SUBDESCRITORES

Hab. SAEG O2022	DESCRITORES	SUBDESCRITORES	
H03 (36%)	D2 **Reconhecer** aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.	D2 - A	**Identificar** os elementos do triângulo retângulo, associando cada um à sua medida.
		D2 - B	**Reconhecer** a fórmula do Teorema de Pitágoras.
		D2 - C	**Reconhecer** as relações métricas envolvendo a altura, os catetos e suas projeções em um triângulo retângulo.
		D2 - D	**Calcular** medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo, utilizando Teorema de Pitágoras.
		D2 - E	**Resolver** problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras.
		D2 - F	**Calcular** medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo utilizando as relações métricas envolvendo a altura e as projeções dos catetos.
		D2 - G	**Resolver** problemas utilizando as relações métricas envolvendo a altura, os catetos e suas projeções em um triângulo retângulo.
H11 (21%)	D11 **Resolver** problema, envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	D11 - A	**Ler** e **interpretar** problema, envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
		D11 - B	**Identificar** a(s) unidades de medida de comprimento e **fazer as conversões** de unidade de medida quando necessário.
		D11 - C	**Calcular** o perímetro de polígonos irregulares.
		D11 - D	**Calcular** o perímetro de polígonos regulares.
		D11 - E	**Calcular** o perímetro de uma circunferência.
		D11 - F	**Calcular** o perímetro de figuras compostas por duas ou mais figuras planas.
		D11 - G	**Validar** e **analisar** a solução de um problema, envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.

H27 (29%)	**D17** **Resolver** problema, envolvendo equação do 2º grau.	**D17 - A**	**Ler** e **interpretar** problema, envolvendo equação do 2º grau.
		D17 - B	**Reconhecer** a incógnita (valor desconhecido) que se deve descobrir para resolver um problema.
		D17 - C	**Inferir** uma equação polinomial de 2º grau que modela um problema.
		D17 - D	**Identificar** os coeficientes de uma equação polinomial do 2º grau.
		D17 - E	**Aplicar** a fórmula de Bháskara.
		D17 - F	**Resolver** equação polinomial do 2º grau completa ou incompleta, aplicando a fórmula de Bháskara.
		D17 - G	**Verificar** e **analisar** a solução de um problema envolvendo equação do 2º grau.
H18 (27%)	**D18** **Reconhecer** expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.	**D18 - A**	**Compreender** a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar uma sentença algébrica que representa uma função de 1° grau.
		D18 - B	**Identificar** o padrão ou regularidade numa sequência de números que representa uma função de 1° grau.
		D18 - C	**Utilizar** a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em numa sequência de números que representa uma função de 1° grau.
		D18 - D	**Relacionar** uma tabela a uma expressão algébrica que representa uma função polinomial de 1° grau.
		D18 - E	**Relacionar** uma expressão algébrica que representa uma função polinomial de 1° grau a uma tabela.
		D18 - F	**Relacionar** uma tabela a uma expressão algébrica que representa uma função polinomial de 2° grau.
		D18 - G	**Relacionar** uma expressão algébrica que representa uma função polinomial de 2° grau a uma tabela.

AULA 1 – AS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Descritor SAEB: *Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.*

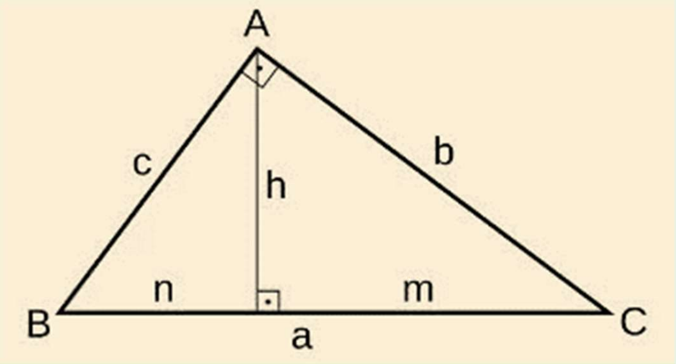
Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Triângulo retângulo;
- Teorema de Pitágoras;
- Relações métricas do triângulo retângulo;
- Leitura e interpretação de problemas.

Relembrando

Em todo triângulo retângulo, o maior lado se chama hipotenusa e os lados que formam o ângulo reto são chamados de catetos.

Observe o triângulo retângulo a seguir.



Nesse triângulo, $\overline{BC}$ é hipotenusa e $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ são os catetos.

O teorema de Pitágoras diz que:

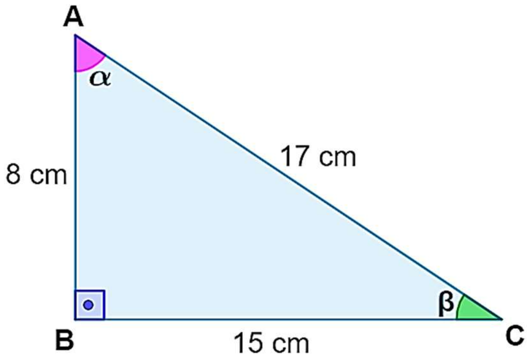
"Em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa."

Dessa forma, na figura acima temos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Professor(a), o objetivo das **atividade 1 e 2** é identificar os elementos do triângulo retângulo, associando cada um à sua medida, desta maneira, caso seja necessário, monte um triângulo retângulo com os estudantes, de modo que eles consigam, através dessa construção, identificar, neste triângulo, qual é o lado que faz referência ao cateto oposto a um ângulo, ao cateto adjacente a esse ângulo e a hipotenusa. Relembre também, caso seja necessário, que a hipotenusa, é o maior lado deste triângulo e está sempre oposta ao ângulo de 90º. Essa construção possibilita também memorar os casos de existência de um triângulo, e de como o triângulo retângulo está incluso nesse caso. A construção geométrica é uma das inúmeras ferramentas didático-pedagógica que auxiliam na construção da aprendizagem do estudante.

1. Considere o seguinte triângulo retângulo.



Agora complete as lacunas do texto a seguir com as informações referentes a esse triângulo.

O triângulo retângulo é um polígono que possui __________ lados e três __________________, sendo um desses ângulos reto, ou seja, possui medida igual a ________. Os outros dois ângulos são ________________, portanto, menores que 90º. O _____________ lado desse triângulo, que é oposto ao ângulo de 90º, é chamado de ___________________________ e os outros dois lados são chamados de ______________________.

O triângulo retângulo exemplificado acima, possui ângulo reto localizado no vértice ______ e sua hipotenusa é o lado _______ que mede ____________.

O cateto oposto ao ângulo α, localizado no vértice A, é o lado _________ que possui medida igual a __________e o cateto adjacente a esse ângulo é o lado __________ que mede 8 cm.

Da mesma forma, o ângulo β, localizado no vértice ________, tem como cateto oposto o lado AB que mede __________ e seu cateto adjacente é o lado __________ que mede 15 cm.

Resolução:

O triângulo retângulo é um polígono que possui **três** lados e três **ângulos**, sendo um desses ângulos reto, ou seja, possui medida igual a **90º.** Os outros dois ângulos são **agudos**, portanto, menores que 90º. O **maior** lado desse triângulo, que é oposto ao ângulo de 90º, é chamado de **hipotenusa** e os outros dois lados são chamados de **catetos**.

O triângulo retângulo exemplificado acima, possui ângulo reto localizado no vértice **B** e sua hipotenusa é o lado **AC** que mede **17 cm**.

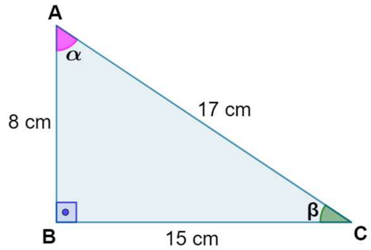
O cateto oposto ao ângulo α, localizado no vértice A, é o lado **BC** que possui medida igual a **15 cm** e o cateto adjacente a esse ângulo é o lado **AB** que mede 8 cm.

Da mesma forma, o ângulo β, localizado no vértice **C**, tem como cateto oposto o lado AB que mede **8 cm** e seu cateto adjacente é o lado **BC** que mede 15 cm.

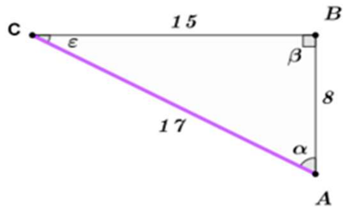
D2A –Identificar os elementos do triângulo retângulo, associando cada um à sua medida.

Professor(a), a **atividade 1** permite ao estudante a análise investigativa de um triângulo retângulo, relembre que os catetos opostos, só são possíveis de identificar dado a referência do ângulo, e de maneira análoga, os catetos adjacentes. Além disso, verifique também, se possível, as medidas dos lados do triângulo dado, memorando o conceito de desigualdade triangular e condição de existência de um triângulo, pois assim, nas atividades posteriores, serão trabalhados ternos pitagóricos.

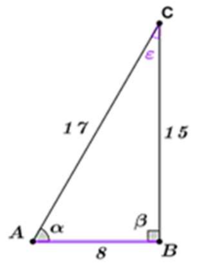
2. Observe o triângulo retângulo apresentado na atividade 1 e as sete variações de posicionamento desse triângulo.



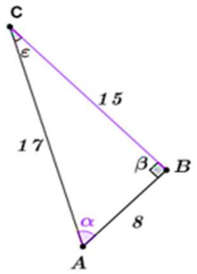
I.



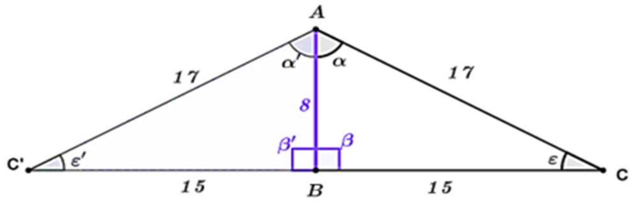
II.



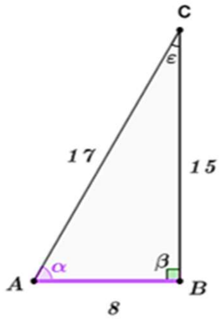
III.



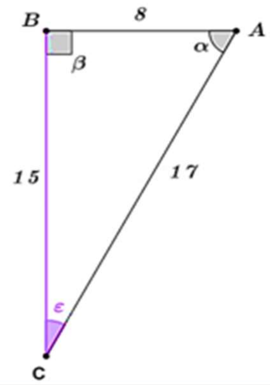
IV.



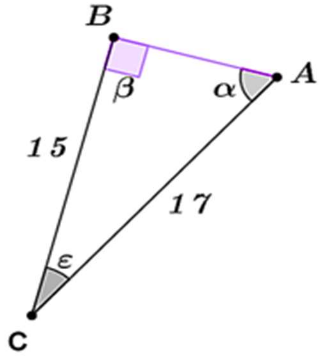
V.



VI.



VII.



Agora, relacione os elementos em destaque nos posicionamentos elencados com suas respectivas descrições.

( ) Mostra o cateto adjacente ao ângulo **ε** (*épsilon*).
( ) Mostra a altura relativa ao triângulo retângulo.
( ) Mostra o cateto oposto ao ângulo **α** (*alfa*).
( ) Mostra o cateto adjacente ao ângulo **β** (*beta*).
( ) Mostra o cateto oposto ao ângulo **ε** (*épsilon*).
( ) Mostra o cateto adjacente ao ângulo **α** (*alfa*).
( ) Mostra a Hipotenusa do triângulo.

Solução***:***
(VI) Mostra o cateto adjacente ao ângulo **ε** (*épsilon*).
(IV) Mostra a altura relativa ao triângulo retângulo.
(III) Mostra o cateto oposto ao ângulo **α** (*alfa*).
(VII) Mostra o cateto adjacente ao ângulo **β** (*beta*).
(II) Mostra o cateto oposto ao ângulo **ε** (*épsilon*).
(V) Mostra o cateto adjacente ao ângulo **α** (*alfa*).
(I) Mostra a Hipotenusa do triângulo.
D2 A –Identificar os elementos do triângulo retângulo, associando cada um à sua medida.

Professor (a), o objetivo das **atividades 3 e 4** é reconhecer a fórmula do Teorema de Pitágoras em diferentes contextos de manipulação dos catetos e da hipotenusa. O estudante deve reconhecer que $h^2 = a^2 + b^2$, representa as mesmas equações caso isole um dos catetos, ou seja, $a^2 = h^2 - b^2$ ou $b = h^2 - a^2$.

3. O famoso teorema de Pitágoras nos permite calcular o valor da hipotenusa e dos catetos que compõem um triângulo retângulo.
Valide as afirmações sobre esse teorema em (V) para verdadeiras ou (F) para sentenças falsas.

( ) O Teorema de Pitágoras diz que o quadrado da medida da hipotenusa é equivalente a soma dos quadrados das medidas dos catetos. Podendo ser traduzido em uma fórmula: $\mathbf{h^2 = a^2 + c^2}$

( ) A **hipotenusa** é o lado do triângulo que tem a menor medida e fica oposta ao ângulo reto, enquanto os catetos existem dois: o **cateto adjacente** e o **cateto oposto**.

( ) O teorema de Pitágoras afirma também que o quadrado da soma dos catetos é igual à hipotenusa. Isso pode ser traduzido em uma fórmula: $\mathbf{(a + b)^2 = h}$

( ) Se aplicarmos o Teorema de Pitágoras, a soma dos quadrados dos catetos tem que ser igual à medida da hipotenusa ao quadrado, assim, **podemos afirmar que** (5,4,3) é um terno pitagórico

( ) Aplicando o teorema de Pitágoras em um triângulo retângulo em que os catetos são iguais a 1, a hipotenusa será $\mathbf{\sqrt[2]{2}}$, pois, $h^2 = 1^2 + 1^2$.

Resolução:
(V) O Teorema de Pitágoras diz que o quadrado da medida da hipotenusa é equivalente a soma dos quadrados das medidas dos catetos. Podendo ser traduzido em uma fórmula: $\mathbf{h^2 = a^2 + c^2}$
(F) A **hipotenusa** é o lado do triângulo que tem a menor medida e fica oposta ao ângulo reto, enquanto os catetos existem dois: o **cateto adjacente** e o **cateto oposto**.

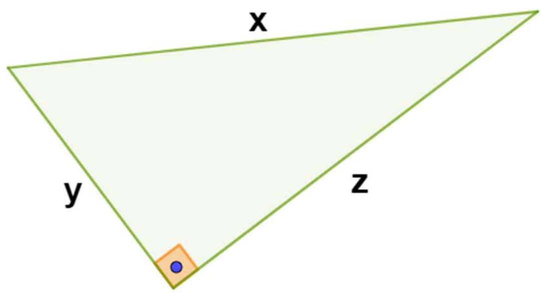
(F) O teorema de Pitágoras afirma também que o quadrado da soma dos catetos é igual à hipotenusa. Isso pode ser traduzido em uma fórmula: **(a + b) ² = h**

(V) Se aplicarmos o Teorema de Pitágoras, a soma dos quadrados dos catetos tem que ser igual à medida da hipotenusa ao quadrado, assim, **podemos afirmar que** (5,4,3) é um terno pitagórico

(V) Aplicando o teorema de Pitágoras em um triângulo retângulo em que os catetos são iguais a 1, a hipotenusa será $\sqrt[2]{2}$**,** pois, $h^2 = 1^2 + 1^2$.

D2 B – Reconhecer a fórmula do Teorema de Pitágoras.

4. Considere o triângulo retângulo a seguir.



Nas sentenças a seguir, assinale com um x aquelas que correspondem ao teorema de Pitágoras aplicado a esse triângulo.

( ) $x^2 = y^2 - z^2$

( ) $y^2 = x^2 - z^2$

( ) $x^2 = y^2 + z^2$

( ) $x^2 = y^2 \cdot z^2$

( ) $z^2 = x^2 - y^2$

Resolução:

( ) $x^2 = y^2 - z^2$

(X) $y^2 = x^2 - z^2$

(X) $x^2 = y^2 + z^2$

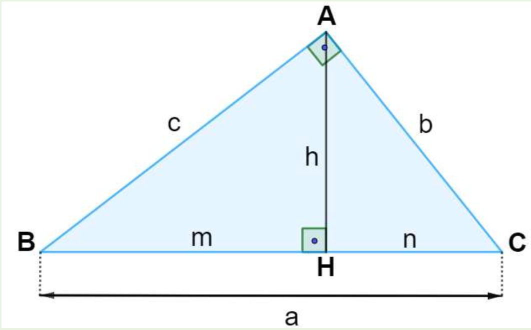
( ) $x^2 = y^2 \cdot z^2$

(X) $z^2 = x^2 - y^2$

D2 B – Reconhecer a fórmula do Teorema de Pitágoras.

Relembrando

Considere o triângulo retângulo a seguir.



Nesse triângulo, o segmento:

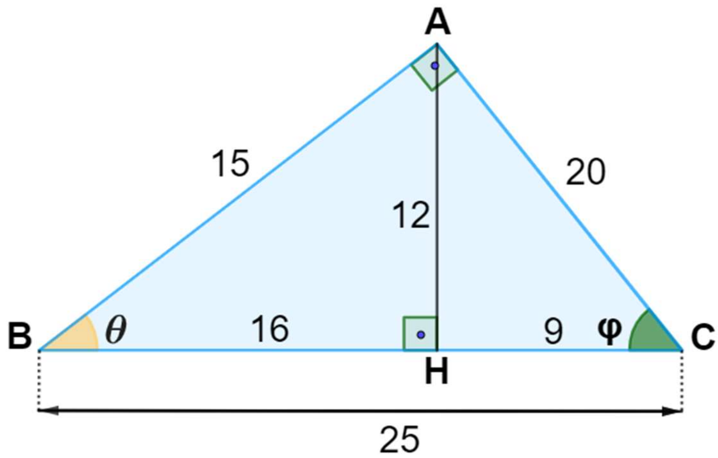
- BC = a é a hipotenusa;
- AB = c é um cateto;
- AC = b é um cateto;
- BH = m é a projeção do cateto c sobre a hipotenusa;
- HC = n é a projeção do cateto b sobre a hipotenusa;
- AH = h é a altura relativa à hipotenusa, portanto perpendicular a ela.

Dessa forma, temos as relações métricas nesse triângulo:

Relações métricas
$a \cdot h = b \cdot c$
$b^2 = a \cdot n$
$c^2 = a \cdot m$
$h^2 = m \cdot n$
$a = m + n$

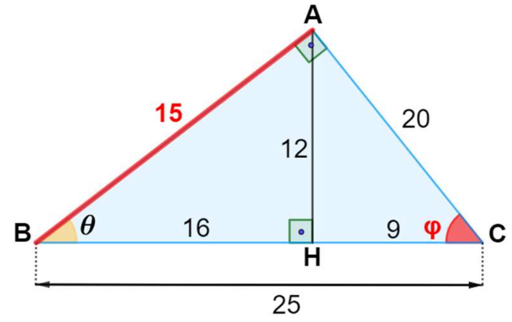
Professor (a), o objetivo da **atividade 5** é reconhecer as relações métricas envolvendo a altura, os catetos e suas projeções em um triângulo retângulo.

5. Considere o triângulo retângulo a seguir.



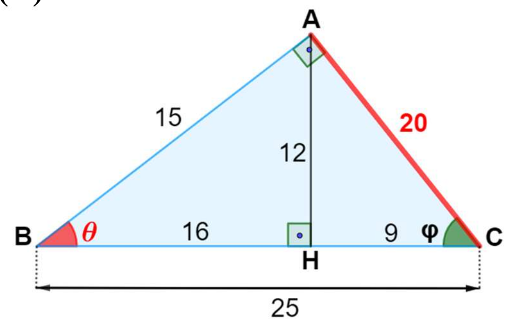
Relacione os elementos destacados nesse triângulo retângulo na coluna da esquerda com seus respectivos nomes na coluna da direita.

(I)



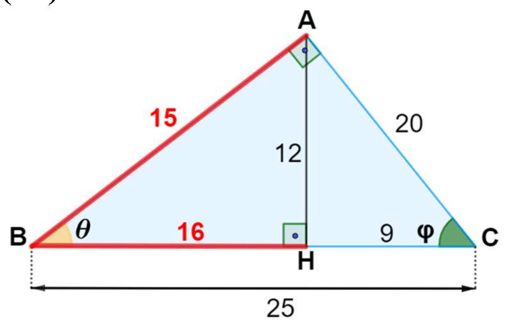
( ) A altura do triângulo relativa à hipotenusa.

(II)



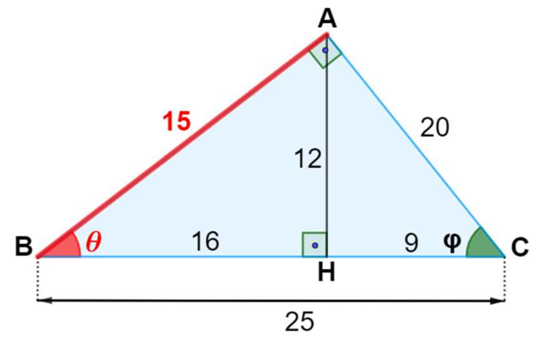
( ) O cateto adjacente ao ângulo θ.

(III)



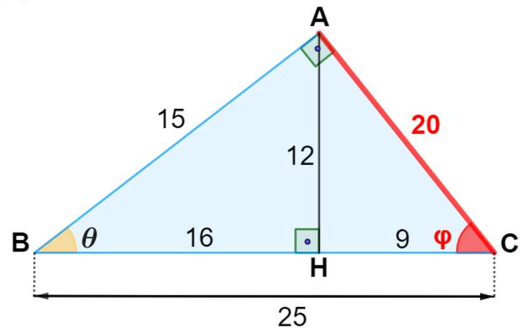
( ) A projeção do cateto AC sobre a hipotenusa.

(IV)



( ) O cateto oposto ao ângulo θ.

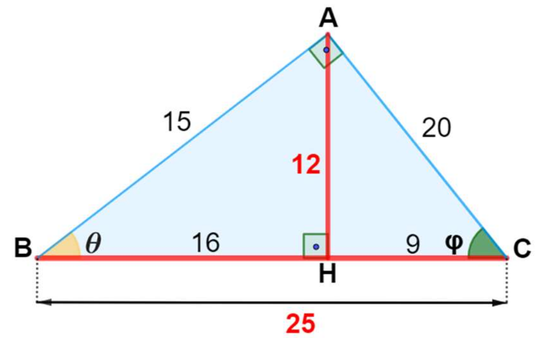
(V)



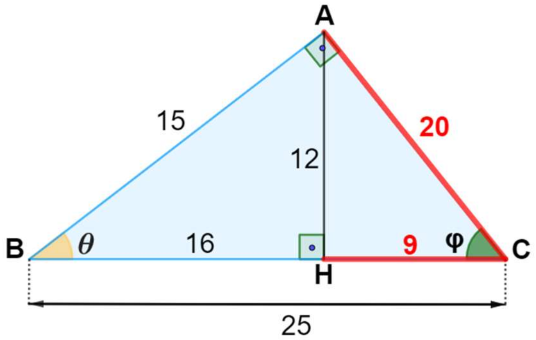
( ) O cateto oposto ao ângulo φ.

(VI)

( ) A projeção do cateto AB sobre a hipotenusa.



(VII)



( ) O cateto adjacente ao ângulo φ.

Agora responda:

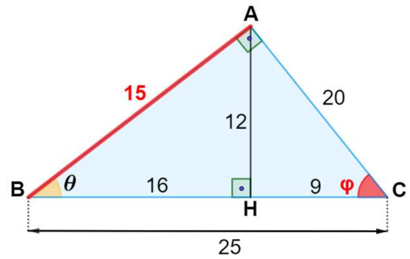
A) Caso não se tenha o valor do cateto AC, qual é a relação métrica mais indicada para encontrarmos o valor da altura neste triângulo?

B) Caso não se tenha o valor do cateto BA, qual é a relação métrica mais indicada para encontrarmos o valor da projeção do cateto AC neste triângulo?

C) Caso não se tenha o valor do cateto AC deste triangulo, qual é a relação métrica mais indicada para encontrarmos o valor da projeção do cateto AB neste triângulo?

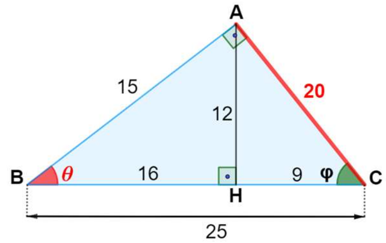
Solução:

(I)



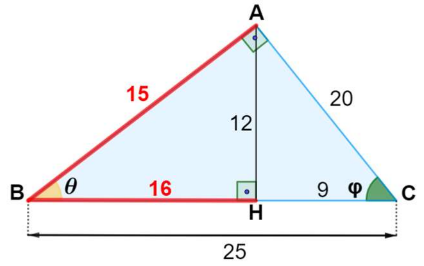
(VI) A altura do triângulo relativa à hipotenusa.

(II)



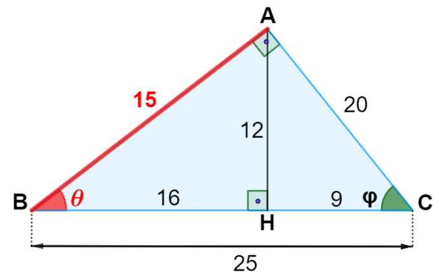
(IV) O cateto adjacente ao ângulo θ.

(III)



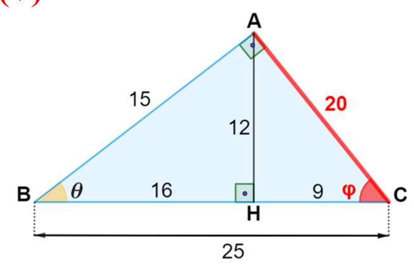
(VII) A projeção do cateto AC sobre a hipotenusa.

(IV)



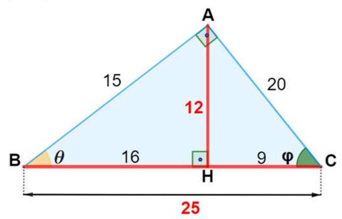
(II) O cateto oposto ao ângulo θ.

(V)



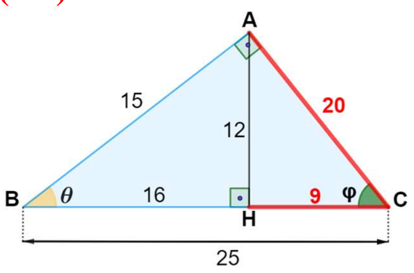
(I) O cateto oposto ao ângulo φ.

(VI)



(III) A projeção do cateto AB sobre a hipotenusa.

(VII)



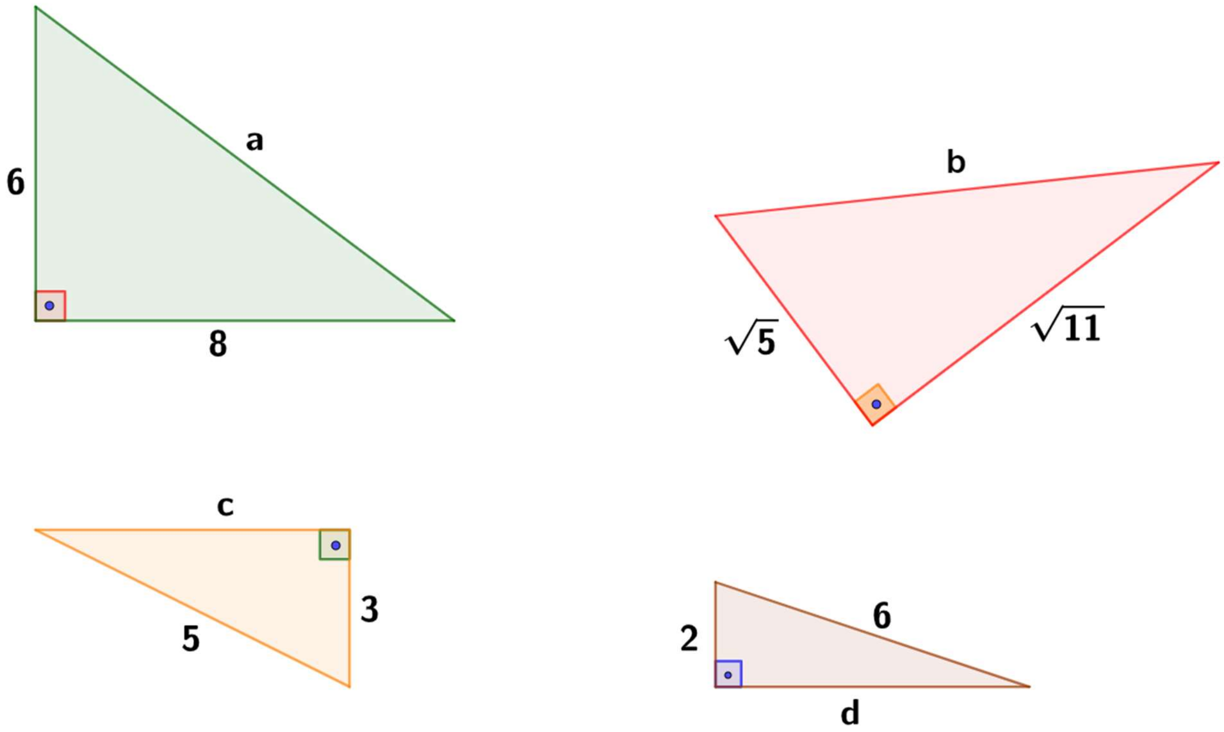
(V) O cateto adjacente ao ângulo φ.

a) $h^2 = m \cdot n$
b) $b^2 = a \cdot n$
c) $c^2 = a \cdot m$

D2.C – Reconhecer as relações métricas envolvendo a altura, os catetos e suas projeções em um triângulo retângulo.

Professor (a), o objetivo das **atividades 6 e 7** é calcular medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo, utilizando o Teorema de Pitágoras. Estas atividades estão estritamente ligadas as atividades 3 e 4 lembra do comentário que posso manipular e escrever conforme minha necessidade a fórmula (equação) referente ao Teorema de Pitágoras.

6. Considere os triângulos retângulos a seguir.



Calcule as medidas indicadas por **a**, **b**, **c** e **d**.

Solução:

$a^2 = 6^2 + 8^2$
$a^2 = 36 + 64$
$a^2 = 100$
$\boldsymbol{a = 10}$

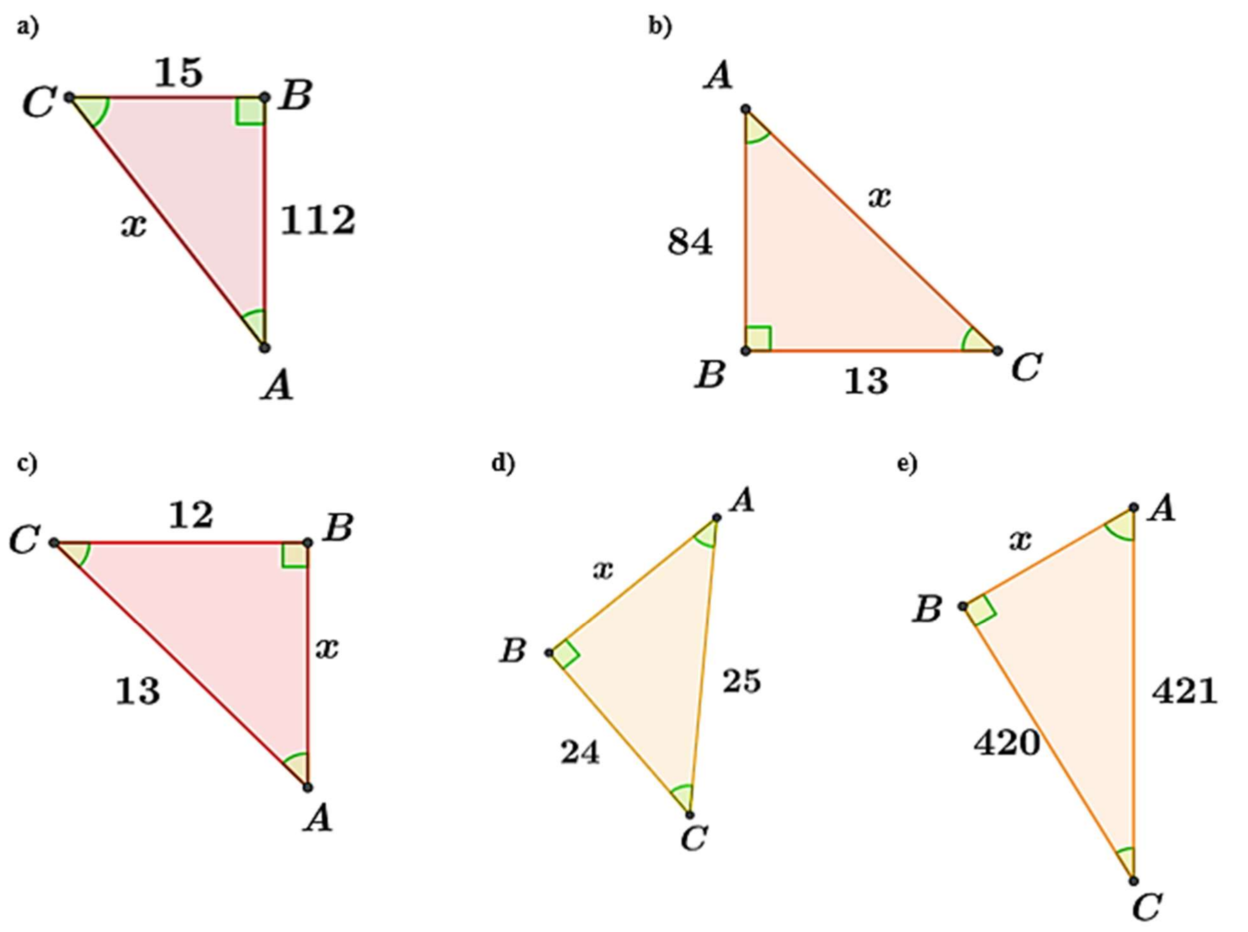
$b^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{11})^2$
$b^2 = 5 + 11$
$b^2 = 16$
$\boldsymbol{b = 4}$

$5^2 = c^2 + 3^2$
$25 = c^2 + 9$
$c^2 = 25 - 9$
$c^2 = 16$
$\boldsymbol{c = 4}$

$6^2 = 2^2 + d^2$
$36 = 4 + d^2$
$d^2 = 36 - 4$
$d^2 = 32$
$d = \sqrt{32}$
$d = \sqrt{2 \cdot 16}$
$\boldsymbol{d = 4\sqrt{2}}$

D2D - Calcular medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo, utilizando o Teorema de Pitágoras.

7. Utilize o Teorema de Pitágoras para encontrar o valor de $\boldsymbol{x}$ nos triângulos a seguir.



Resoluções

a) $x^2 = 112^2 + 15^2 \rightarrow x^2 = 12\,544 + 225 \rightarrow x^2 = 12\,769 \rightarrow x = \sqrt[2]{12\,769} \rightarrow x = 113$.

b) $x^2 = 13^2 + 84^2 \rightarrow x^2 = 169 + 7\,056 \rightarrow x^2 = 7\,225 \rightarrow x = \sqrt[2]{7\,225} \rightarrow x = 85$.

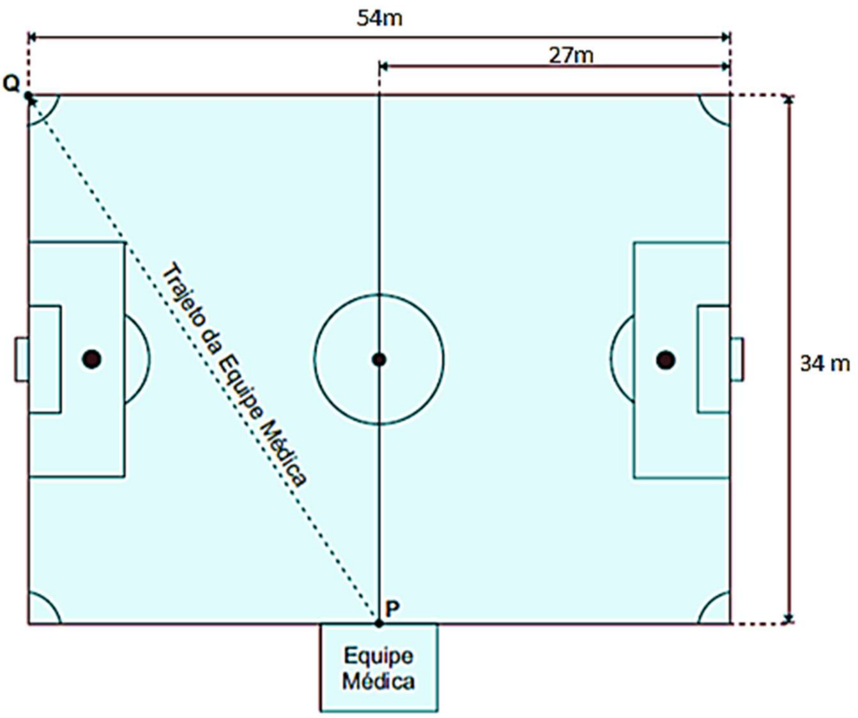
c) $13^2 = 12^2 + x^2 \rightarrow 169 = 144 + x^2 \rightarrow x^2 = 169 - 144 \rightarrow x = \sqrt[2]{25} \rightarrow x = 5$.

d) $25^2 = 24^2 + x^2 \rightarrow 625 = 576 + x^2 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \sqrt[2]{49} = 7$

e) $421^2 = 420^2 + x^2 \rightarrow 177\,241 = 176\,400 + x^2 \rightarrow x^2 = 177\,241 - 176\,400 \rightarrow x^2 = 841 \rightarrow x = \sqrt[2]{841} \rightarrow x = 29$

Professor (a), o objetivo das **atividades 8 e 9, é** resolver problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras, dessa forma converse com os estudantes dizendo que o Teorema de Pitágoras é bastante prático, isto quer dizer que várias situações que nos deparamos no dia a dia pode ser resolvida pelo Teorema de Pitágoras.

8. A figura a seguir representa um campo de futebol onde um jogador sofreu um acidente. A equipe médica que estava no ponto P percorreu uma trajetória retilínea até o ponto Q para socorrer o jogador acidentado. Observe o trajeto, em linha pontilhada que a esquipe médica percorreu para realizar o atendimento.



Fonte: https://drive.google.com/file/d/1KcabeSrkBZE1u5h5JEdFrTF3VljXkoiW/view. (Adaptado) Acesso em 29 de jan. de 2022.

Qual foi a distância aproximada percorrida pela equipe médica para atender esse jogador?

Sugestão de solução:
De acordo com o suporte (croqui) da situação problema, o trajeto da equipe médica corresponde à hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos medem 34 m e 54 – 27 = 27 m. Sendo assim, podemos calcular a medida dessa trajetória como sendo x e aplicar o teorema de Pitágoras:

$x^2 = 34^2 + 27^2$

$x^2 = 1156 + 729$

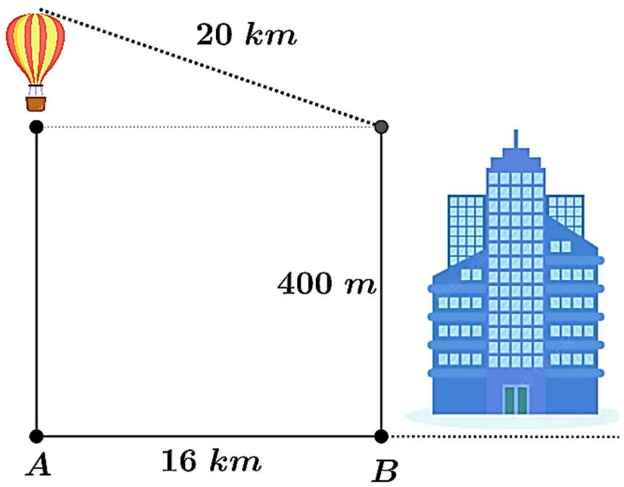
$x^2 = 1885$

$x \cong 43{,}41$

Logo, a distância percorrida pela equipe médica para atender o jogador foi de aproximadamente 43,41 metros.

D2E- Resolver problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras.

9. Observe a figura a seguir



Fonte: https://br.freepik.com/vetores/predio-azul e https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/3084997-balao-de-ar-quente. Acesso em 02 de fev. de 2023 - Adaptada.

Qual deve ser a altitude do balão para que sua distância ao topo do prédio seja de 20 km?

Sugestão de solução:

O balão está localizado na posição de um cateto, logo podemos utilizar o Teorema de Pitágoras para resolver esse problema. Observe que a altura do balão é também a altura do nosso triângulo retângulo formado entre o prédio e o balão. Assim:

$20^2 = 16^2 + h^2 \rightarrow 400 = 256 + h^2 \rightarrow h^2 = 400 - 256 \rightarrow h^2 = 144 \rightarrow h = \sqrt{144} \rightarrow h = 12$

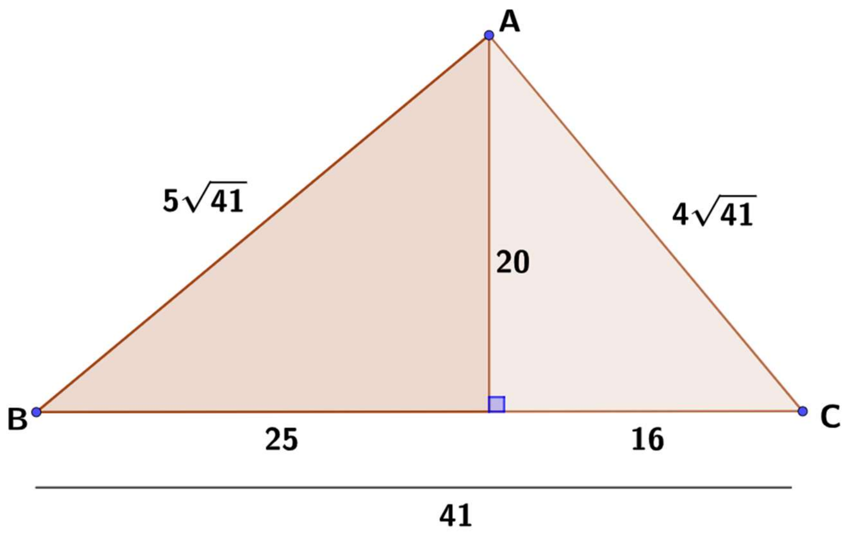
Logo, o balão precisa estar a uma altitude de 12 km para que sua distância do prédio seja de 20 km.

D2 E- Resolver problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras.

Professor (a), o objetivo das **atividades 10 e 11 é** calcular medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo utilizando as relações métricas envolvendo a altura e as projeções dos catetos etc. Lembre-se que as relações métricas são equações que relacionam as medidas dos lados e de alguns outros segmentos de um triângulo retângulo. Para definir essas relações, é importante conhecer esses segmentos, sendo assim estas atividades também objetivam que os estudantes reconheçam em segmentos: altura, catetos, hipotenusa, projeções, etc.

10. Utilizando as medidas do triângulo retângulo a seguir, valide cada uma das relações métricas.

Relações métricas
$\mathbf{a \cdot h = b \cdot c}$
$\mathbf{b^2 = a \cdot n}$
$\mathbf{c^2 = a \cdot m}$
$\mathbf{h^2 = m \cdot n}$
$\mathbf{a = m + n}$



Solução:

$a \cdot h = b \cdot c$
$41 \cdot 20 = 4\sqrt{41} \cdot 5\sqrt{41} \cdot c$
$820 = 820$

$c^2 = a \cdot m$
$(5\sqrt{41})^2 = 41 \cdot 25$
$1025 = 1025$

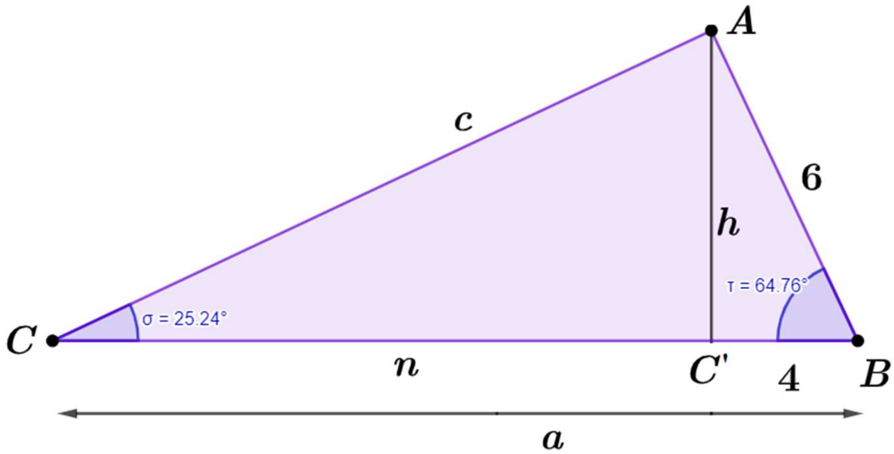
$b^2 = a \cdot n$
$(4\sqrt{41})^2 = 41 \cdot 16$
$656 = 656$

$h^2 = m \cdot n$
$(20^2) = 25 \cdot 16$
$400 = 400$

$a = m + n$
$41 = 25 + 16$

D2 F - Calcular medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo utilizando as relações métricas envolvendo a altura e as projeções dos catetos.

11. Observe o triangulo a seguir.



Valide as sentenças sobre o triângulo supracitado em (V) para afirmações verdadeiras ou (F) para afirmações falsas.

(   ) O triângulo não é retângulo e por esse motivo não é possível calcular as medidas de ***h, n* e *c*.**

(   ) Como o triângulo é retângulo, podemos encontrar o valor numérico de **h** utilizando <u>apenas</u> a relação métrica **h² =** ***m* · *n***, sem fazer uso de qualquer outra relação métrica.

(   ) O valor numérico do cateto oposto ao ângulo $\widehat{B}$ é $\sqrt[2]{20}$, enquanto o valor numérico do cateto oposto ao ângulo $\widehat{C}$ é $2\sqrt[2]{5}$.

(   ) A altura ***h*** do triangulo ABC é a mesma no triângulo ABC' e ACC', ou seja, os três possuem altura com valor numérico igual a $\sqrt[2]{20}$

(   ) O valor numérico da hipotenusa do triângulo ABC é 9 e da hipotenusa do triângulo ABC' é 6.

Gabarito:

(F) O triângulo não é retângulo e por esse motivo não é possível calcular as medidas de ***h, n* e *c*.**

(F) Como o triângulo é retângulo, podemos encontrar o valor numérico de **h** utilizando <u>apenas</u> a relação métrica **h² =** ***m* · *n***, sem fazer uso de qualquer outra relação métrica.

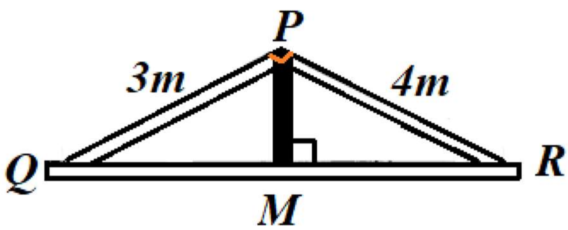
(V) O valor numérico do cateto oposto ao ângulo $\hat{B}$ é $\sqrt[2]{20}$, enquanto o valor numérico do cateto oposto ao ângulo $\hat{C}$ é $2\sqrt[2]{5}$.
(V) A altura ***h*** do triangulo ABC é a mesma no triângulo ABC' e ACC', ou seja, os três possuem altura com valor numérico igual a $\sqrt[2]{20}$
(V) O valor numérico da hipotenusa do triângulo ABC é 9 e da hipotenusa do triângulo ABC' é 6.

Resolução:
Para encontrarmos o valor de ***h***, devemos fazer uso da primeira relação métrica, ou seja, o Teorema de Pitágoras no triângulo ABC'.
Δ ABC' → $6^2 = 4^2 + h^2$ → $36 = 16 + h^2$ → $h^2 = 36 - 16$ → $\underline{h = \sqrt[2]{20}}$ ou se fatorarmos essa raiz, $h = 2\sqrt[2]{5}$
Aplicando o valor de ***h*** no Δ ABC podemos encontrar o valor ***n*** utilizando a relação métrica $h^2 = m \cdot n$
Δ ABC → $h^2 = m \cdot n$ → $(\sqrt[2]{20})^2 = n \cdot 4$ → $n = \frac{20}{4}$ → $\underline{n = 5}$.
Para encontramos o valor de **a**, basta utilizar a relação métrica $a = m + n$ → $a = 4 + 5$ → $\underline{a = 9}$.
Para encontrarmos o valor de **c** fazemos uso da primeira relação métrica, o Teorema de Pitágoras no triângulo ABC. Δ ABC → $9^2 = 6^2 + c^2$ → $81 = 36 + c^2$ → $c^2 = 81 - 36$ → $\underline{c = \sqrt[2]{45}}$.
Assim, podemos afirmar que as duas primeiras sentenças são falsas (F), pois
1º → O triângulo é retângulo, para isso basta fazer 25,24º + 64,76º = 90º, como a soma dos ângulos internos de todos os triângulos é 180º, o ângulo $\hat{A} = 90º$.
2º → Foram utilizadas mais de uma relação métrica para encontrarmos os valores numéricos de h, ***n*** **e** ***c***.

D2F - Calcular medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo utilizando as relações métricas envolvendo a altura e as projeções dos catetos.

Professor(a), o objetivo das **atividades 12 e 13** é resolver problemas utilizando as relações métricas envolvendo a altura, os catetos e suas projeções em um triângulo retângulo.

12. Para reforçar a estrutura do telhado de uma casa, foi colocada o suporte (trava) PM, como mostra a figura a seguir.



Qual a medida do comprimento da trava PM?

Resolução:
$(QR)^2 = (QP)^2 + (PR)^2$
$(QR)^2 = 3^2 + 4^2$
$(QR)^2 = 25$
$QR = 5$
$(QR) \cdot (PM) = (QP) \cdot (PR)$
$5(PM) = 3 \cdot 4$

$PM = \frac{12}{5}$

$PM = 2{,}4$

Logo o suporte colocado neste telhado foi de aproximadamente 2,4 metros.

D2G-Resolver problemas utilizando as relações métricas envolvendo a altura, os catetos e suas projeções em um triângulo retângulo.

13. Seu José estava buscando água no poço quando avistou uma “vaca parida” que procurava seu bezerro. Como ele já sabia que neste estado a vaca fica arisca, pulou a cerca que separa sua fazenda do poço e correu pra fechar a porteia de sua *rocinha*. Observe a seguir a situação.

Fonte: encurtador.com.br/oGKZ8, encurtador.com.br/drwFJ, encurtador.com.br/zAGHX, encurtador.com.br/cdHQ5, https://br.freepik.com/vetores/arvores, https://pt.vecteezy.com/vetor-gratis/casa. Acesso em 02 de fev. de 2023 - Adaptada.

Sabe-se que a *rocinha* de seu José possui formato de um triângulo retângulo, que a distância do bezerro à cabrinha é de 50 metros e que a distância de seu José ao bezerro é de 40 metros.
Sabendo disso, responda

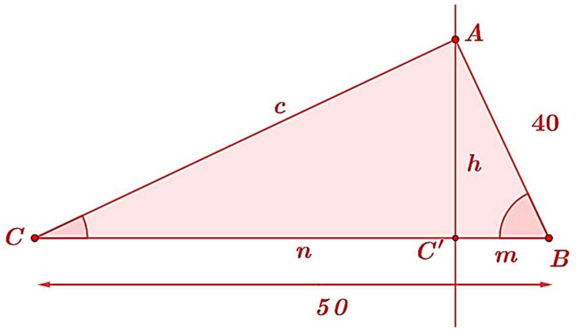
a) Qual é a distância de seu José até a cabrinha?

b) Qual a distância da cabrinha a porteira?

c) Qual a distância do bezerro a porteira?

d) Qual será a distância que seu José deverá percorrer até chegar a porteira para fechá-la??

Sugestão de solução:
O triângulo retângulo descrito na situação pode ser reescrito da seguinte forma.



Assim, ficará mais visível os passos necessários para a resolução deste.

a) $50^2 = 40^2 + c^2 \rightarrow 2500 = 1600 + c^2 \rightarrow c^2 = 2500 - 1600 \rightarrow c^2 = 900 \rightarrow c = 30$
A distância de seu José até a cabrinha é de 30 metros.

b) Utilizamos a relação métrica $b^2 = a \cdot n$ para encontrar a distância da cabrinha a porteira. Observe que
$40^2 = 50 \cdot n \rightarrow \boldsymbol{n} = \frac{1600}{50} = 32$
Logo a distância da cabrinha a porteira é de 32 metros.

c) Neste caso, como descobrimos o valor de c, utilizamos a relação métrica $c^2 = 40 \cdot m$. Observe
$30^2 = 50 \cdot n \rightarrow \boldsymbol{n} = \frac{900}{50} = 18.$
Logo a distância do bezerro a porteira é de 18 metros.

d) Para descobrir a distância que seu José irá percorrer do poço até a porteira, devemos utilizar a relação métrica $h^2 = m \cdot n$. Observe.
$h^2 = 18^2 \cdot 32^2 \rightarrow h^2 = 324 \cdot 1024 \rightarrow h^2 = 331\ 776 \rightarrow h = \underline{\sqrt[2]{331\ 776}} \rightarrow h = 576.$

Professor(a), o tendo em vista que a **atividade 14** é a culminância dos subdescritores trabalhados nesta aula, ela tem como objetivo reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.

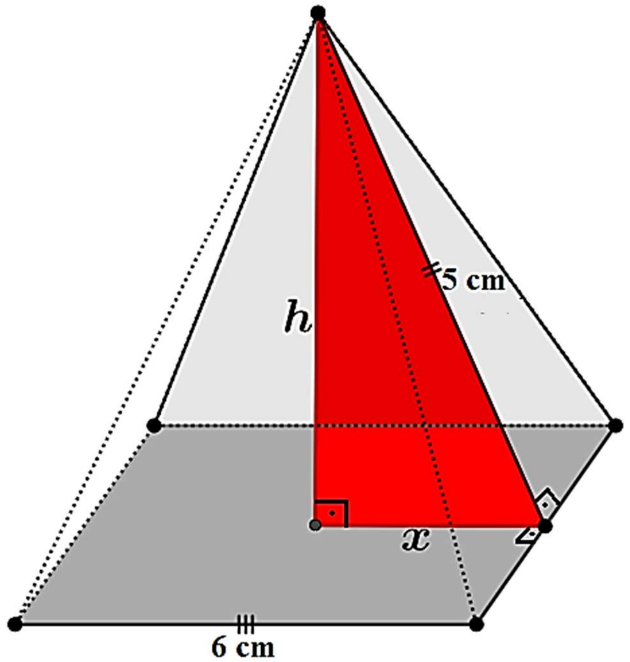
Neste sentido, ela busca trabalhar a aplicação do Teorema de Pitágoras em figuras espaciais, no intuito de que os alunos percebam que esse tipo de aplicação. Comece tentando fazer com que os alunos visualizem que o triângulo formado na figura é um triângulo retângulo, posteriormente descobrir quais lados sãos os catetos e qual é a hipotenusa e por fim descobrir o valor de cada um deles.

14. Uma empresa de perfumes decidiu inovar em suas fragrâncias e embalagens. Observe a embalagem do novo perfume que a marca está lançando.

Fonte: encurtador.com.br/kGKN3. Acesso em 20 de jan. de 2023

Visando uma fragrância amadeirada mais suave, ela dividiu a capacidade do frasco de maneira que a área da diagonal dessa pirâmide fosse a quantidade em *ml* usada em essência de carvalho e a do restante desse sólido, fosse dividida em: metade essência de cedro, metade solvente.

Para facilitar os cálculos, os designes e perfumistas, elaboram a seguinte figura com as respectivas medidas do frasco.



Desprezando a espessura do vidro e do borrifador, a quantidade de cedro aplicado nessa fragrância, em ***ml*** foi de

A) 6 ml
B) 21 ml.
C) 42 ml.
D) 48 ml.
E) 144 ml.

Gabarito: B

Sugestão de solução:

Como a pirâmide é de base quadrada temos que x = 3 cm

Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos que $6^2 = 3^2 + h^2 \rightarrow 36 = 9 + h^2 \rightarrow h^2 = 16 \rightarrow h = 4$.

A área do triângulo que representa a diagonal desse sólido é calculada com $\frac{b \cdot h}{2}$, como temos todos os dados necessários, basta fazer $\rightarrow \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

Logo, a quantidade de carvalho utilizada nessa fragrância é de 6ml.

Para encintramos a quantidade de cedro utilizada, deve-se encontrar a área da pirâmide que é calculada utilizando a fórmula $\frac{Ab \cdot h}{3}$.

Assim, $\frac{6^2 \cdot 4}{3} \rightarrow \frac{36 \cdot 4}{3} \rightarrow 48$.

Logo, para descobrir a quantidade de cedro utilizada nessa fragrância, fazemos $\frac{48-6}{3}$ (pois 48 é a capacidade total do frasco e já temos 6ml de carvalho e metade deste, lotado com solvente).

Assim, a quantidade de Cedro deste perfume é de 21 ml.

D2 - Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.

AULA 2 –PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS.

Descritor SAEB: Resolver problema, envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

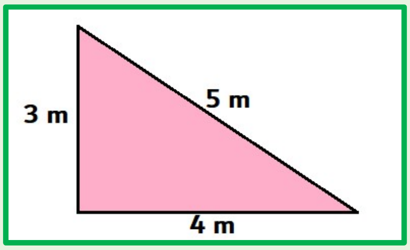
- Grandezas e medidas
- Perímetros de figuras planas
- Comprimento da circunferência
- Composição e decomposição de figuras planas.

Relembrando

Perímetro é a medida do contorno das figuras geométricas planas. Nas figuras formadas apenas por segmentos de reta, o perímetro é calculado a partir da soma das medidas de todos os lados.

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1:

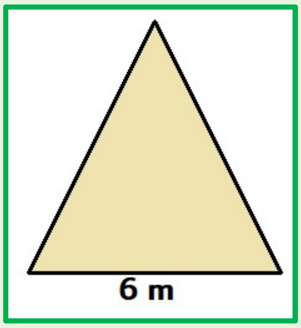


Nesse caso, o perímetro (que representamos por 2P) será a soma das medidas dos três lados:

$$2P = 5 + 3 + 4$$
$$2P = 12\ metros$$

No caso dos polígonos regulares, nos quais os todos os lados são congruentes, basta multiplicarmos a medida de dos lados pelo número de lados.

Exemplo 2:



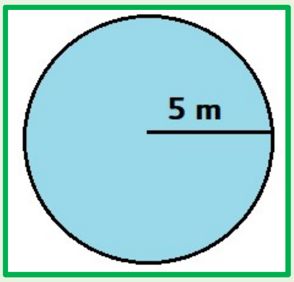
$$2P = 3 \cdot 6$$

No caso das circunferências ou dos círculos, vamos aplicar a seguinte fórmula para o perímetro (ou comprimento):

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r,$$

onde C representa a medida do perímetro, r representa a medida do raio da circunferência (ou círculo) e $\pi \cong 3{,}14$.

Exemplo 3:



$$C = 2 \cdot \pi \cdot r,$$
$$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5,$$
$$C = 31{,}4\ metros,$$

Nessa aula, será muito importante relembrarmos também, as unidades de medida de comprimento, pois em alguns problemas envolvendo perímetros, as medidas podem aparecer com unidades de medida diferentes. Vamos recordar?

A medida base no Sistema Internacional de Medidas (SI) é o metro. O metro possui múltiplos, que correspondem a grandes distâncias e submúltiplos, que por sua vez correspondem a pequenas distâncias.

Assim, são múltiplos do metro: quilômetro (km), hectômetro (hm) e decâmetro (dam).

Enquanto são submúltiplos do metro: decímetro (dm), centímetro (cm) e milímetro (mm).

Vejamos de forma resumida, na tabela a seguir:

Múltiplos			Metro	Submúltiplos		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Observe que cada unidade de medida de comprimento, é dez vezes a unidade de medida imediatamente inferior. Essa informação nos ajudará a realizar as conversões quando necessário, pois no momento em que formos adicionar as medidas, elas precisam estar na mesma unidade de medida.

Professor(a), a **atividade 1** requer que o estudante relacione, através da leitura e interpretação de cada situação problema, qual grandeza está associada a tal situação descrita. É preciso que o estudante, antes de saber como calcular um perímetro, saiba identificar em quais situações poderá fazer uso dessa ferramenta matemática. Aproveite esta atividade para relembrar outros tipos de grandeza, assim como as unidades de medida de cada uma delas.

1. Entre as situações a seguir, identifique com um (X). aquelas em que seja necessário o cálculo de um perímetro.

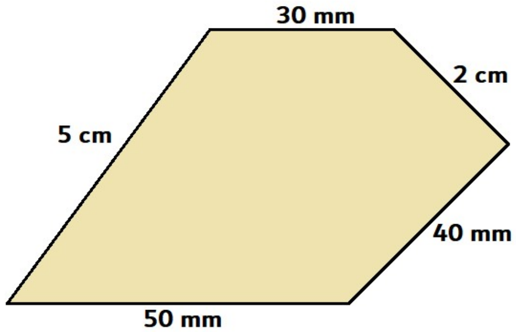
A) ( ) Alan pretende pintar uma das paredes de seu quarto de outra cor.
B) ( ) Alex pretende cercar parte de um terreno para formar uma horta.
C) ( ) Ednalva pretende encher um reservatório de água de sua casa.
D) ( ) Fernanda pretende embrulhar uma caixa de presente.
E) ( ) Katiuscia pretende colocar fita dupla face em todo o contorno de um quadro para pendura-lo em sua sala.

Gabarito:
a) ( ) Alan pretende pintar uma das paredes de seu quarto de outra cor. (Nesse caso, Alan precisará saber a área da parede do quarto).
b) (X) Alex pretende cercar parte de um terreno para formar uma horta. (Nesse caso, Alex precisará saber o perímetro da cerca em torno da horta).
c) ( ) Ednalva pretende encher um reservatório de água de sua casa. (Nesse caso, Ednalva precisará saber a capacidade do reservatório).
d) ( ) Fernanda pretende embrulhar uma caixa de presente. (Nesse caso, Fernanda precisará saber a área da superfície da caixa).
e) (X) Katiuscia pretende colocar uma fita dupla face em todo o contorno de um quadro para pendurar na parede da sala de sua casa. (Nesse caso, Katiuscia precisará saber o perímetro do quadro.).
D11 A – Ler e interpretar problema, envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.

Professor(a), a **atividade 2** tem como objetivo fazer com que o estudante identifique unidades de medidas diferentes e faça as conversões necessárias para que todas as medidas estejam na mesma unidade.

Nesta atividade, os estudantes irão trabalhar com centímetros e milímetros. Relembre com eles que cada unidade de comprimento é dez vezes maior que a unidade imediatamente inferior. Sendo assim, 1 centímetro são 10 milímetros ou 1 milímetro é igual a 0,1 centímetro. A atividade requer os resultados nas duas unidades. Aproveite para revisar as outras unidades de medida de comprimento e suas relações e respectivas conversões.

2. Considere a região delimitada pelo pentágono irregular a seguir.



a) Calcule o perímetro dessa região em centímetros.

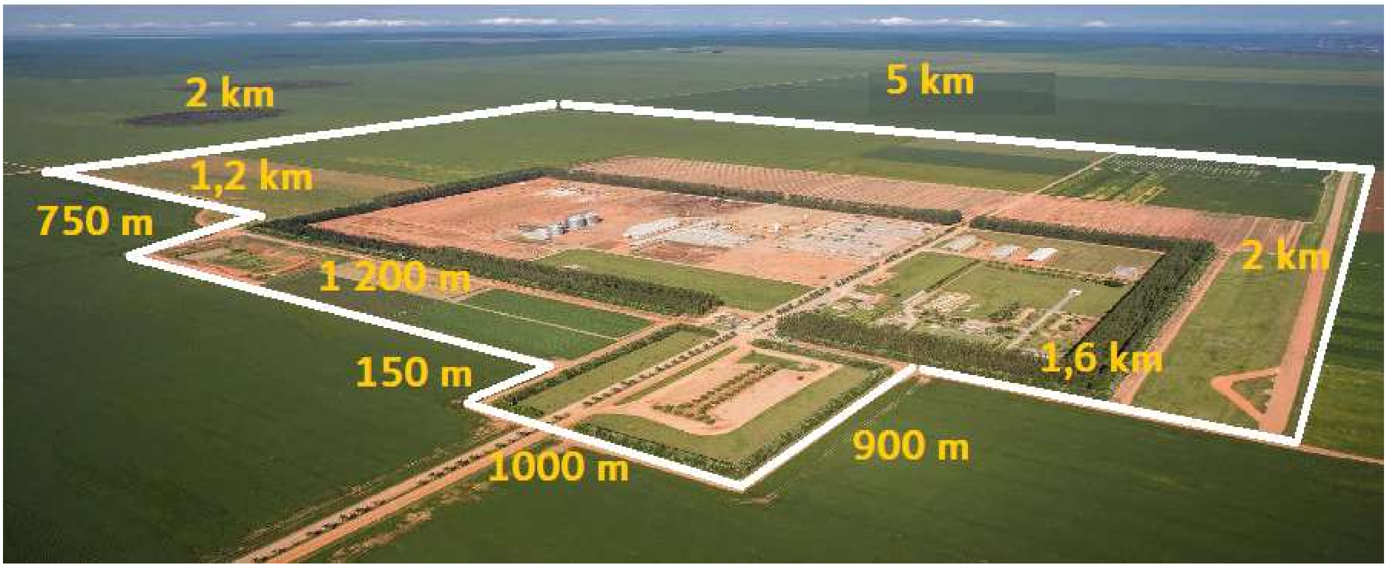
b) Calcule o perímetro dessa região em milímetros.

Sugestão de resolução:
a) Primeiramente, transformamos as medidas que estão em milímetros para centímetros, dividindo cada uma delas por 10:
50 mm = 5 cm
40 mm = 4 cm
30 mm = 3 cm
Em seguida, calculamos o perímetro, que aqui representaremos por 2P:
2P = 5 + 3 + 2 + 4 + 5 = 19 cm.
b) Primeiramente, transformamos as medidas que estão em centímetros para milímetros, multiplicando cada uma delas por 10:
5 cm = 50 mm
2 cm = 20 mm
Em seguida, calculamos o perímetro, que aqui representaremos por 2P:
2P = 50 + 30 + 20 + 40 + 50 = 190 mm.

D11 B – Identificar a(s) unidades de medida de comprimento e fazer as conversões de unidade de medida quando necessário.

Professor(a), a **atividade 3** leva o estudante a calcular o perímetro de um polígono irregular, e com unidades de medidas diferentes. Nesta atividade, aplicamos o objeto de conhecimento trabalhado em uma situação contextualizada, que pode ser conversada em sala de aula: o trabalho de um topógrafo, por exemplo. É importante salientar que a foto da imagem está em perspectiva, o que pode gerar dúvida em relação às medidas. Nesta atividade, aproveite novamente para revisar as conversões das unidades de medida.

3. Calcule, em quilômetros, o perímetro da fazenda representada na imagem a seguir.



Fonte: www.slcagricola.com.br (Adaptada) / Acesso em 26/01/2023.

Sugestão de resolução:
Primeiramente, transformamos as medidas que estão em metros para quilômetros, dividindo cada uma delas por 1000:
900 m = 0,9 km
1 000 m = 1 km
150 m = 0,15 km
1 200 m = 1,2 km

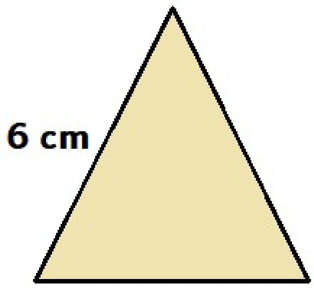
750 m = 0,75 km
Em seguida, calculamos o perímetro, que aqui representaremos por 2P:
$2P = 2 + 5 + 2 + 1{,}6 + 0{,}9 + 1 + 0{,}15 + 1{,}2 + 0{,}75 + 1{,}2 = 15{,}8\ km.$

D11 C – Calcular o perímetro de polígonos irregulares.

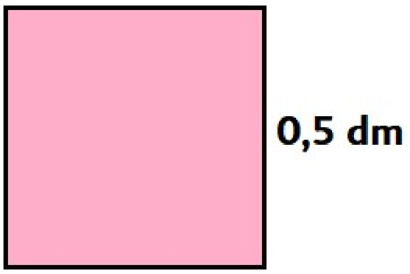
Professor(a), a atividade **4** propõe aos estudantes calcular o perímetro de polígonos regulares. Aproveite para relembrar o conceito de polígonos regulares, que são polígonos formados por lados congruentes (medidas iguais) e ângulos internos também congruentes. Ajude os estudantes a perceberem que algumas dessas regiões poligonais regulares, são utilizadas em ladrilhamentos, e existe um motivo para isso. Nesse caso, pode-se revisar sobre ângulos internos de um polígono regular.

4. Calcule o perímetro de cada polígono **regular** a seguir.

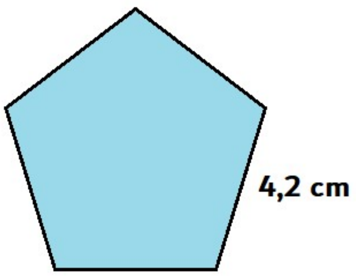
a)



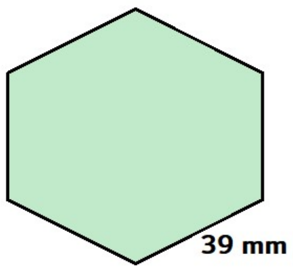
b)



c)



d)



Sugestão de resolução:

Em todos os itens, os polígonos são regulares, ou seja, possuem lados e ângulos internos congruentes. Sendo assim, para cálculo do perímetro, basta multiplicarmos a medida do lado pelo número de lados em cada caso. Denotaremos o perímetro por 2P.

a) $2P = 3 \cdot 6$
$2P = 18\ cm$

b) $2P = 4 \cdot 0{,}5$
$2P = 2\ dm$

c) $2P = 5 \cdot 4{,}2$
$2P = 21\ cm$

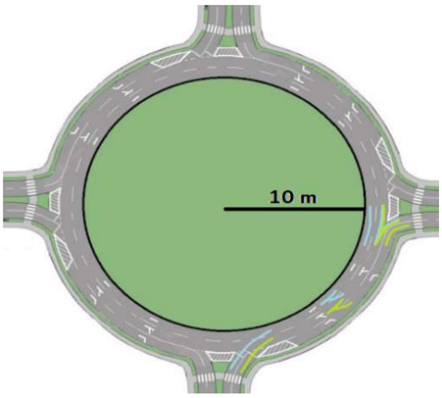
d) $2P = 6 \cdot 39$
$2P = 234\ mm$

D11 D – Calcular o perímetro de polígonos regulares.

Professor(a), a **atividade 5** requer dos estudantes que eles saibam calcular o perímetro (comprimento) de uma circunferência (ou círculo). Aproveite este momento para relembrar que o número π é um número irracional, e que ele é a razão entre a medida do comprimento e do diâmetro de qualquer circunferência. Estabelecer essa razão é importante, tendo em vista que a fórmula utilizada é proveniente dessa razão.

Relembre também a relação entre diâmetro e raio, já que em algumas situações os estudantes terão acesso a medida do raio, e em outras, a medida do diâmetro.

5. Uma praça foi projetada para ter um raio de 10 m. Dessa forma, qual o perímetro que a praça deve ter? (Considere $\pi = 3{,}14$)



Fonte: mrerdek1.blogspot.com / Acesso em 26/01/2023

Sugestão de resolução:

Denotando o perímetro (comprimento) da circunferência por C, teremos:

$C = 2 \cdot \pi \cdot r$
$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10$
$C = 6{,}28 \cdot 10$
$C = 62{,}8\ m$

D11 E – Calcular o perímetro de uma circunferência.

Professor(a), a **atividade 6** exige dos estudantes a capacidade de calcular o perímetro de figuras compostas por duas ou mais figuras planas. Nesta atividade, a figura é formada por uma região retangular, e duas metades de um círculo. Saliente que as medidas utilizadas não serão todas as medidas da região retangular, apenas as medidas dos dois segmentos horizontais de 400 metros e que as duas semicircunferências, formam uma circunferência de comprimento $2\pi r$. Aproveite a atividade e tente fazer com que os alunos identifiquem regiões formadas por outras composições.

6. A figura a seguir, representa uma pista de atletismo que contorna uma região composta por uma região retangular, de dimensões 200 metros e 400 metros, e dois semicírculos de diâmetro medindo 200 metros.

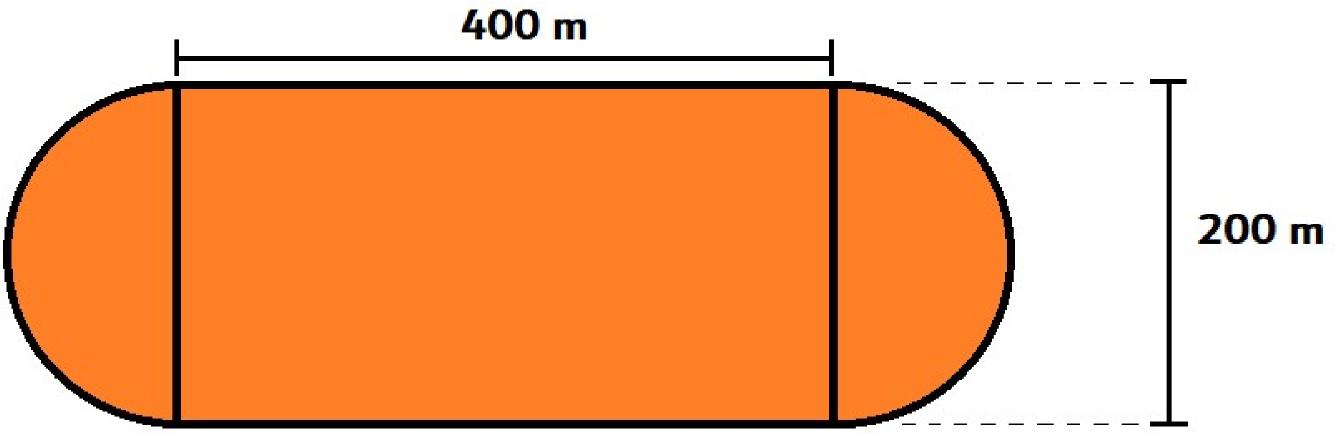


Figura elaborada pelo autor

Nessas condições, calcule a distância percorrida por um atleta que corre 5 voltas nessa pista.
(Considere $\pi = 3{,}14$)

Sugestão de resolução:

Primeiramente, calculamos a distância que o atleta percorre em uma volta, que corresponde aos dois segmentos de 400 metros e uma volta completa em um círculo de 100 metros de raio (metade do diâmetro de 200 metros). Assim teremos:

$400 + 400 + 2 \cdot \pi \cdot 100 =$

$400 + 400 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 100 =$

$400 + 400 + 6{,}28 \cdot 100 =$

$400 + 400 + 628 =$

$1\,428\ metros$

Em cinco voltas:

$5 \cdot 1\,428 = 7\,140\ metros$

D11 F – Calcular o perímetro de figuras compostas por duas ou mais figuras planas.

Professor(a), a **atividade 7** já traz a medida do perímetro, porém não traz as medidas dos lados da região retangular. Nesta atividade, espera-se que o estudante tenha a capacidade de validar e analisar a solução de um problema, envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.

Incentive o estudante a utilizar uma equação do 1º grau afim de resumir a resolução, mas promova um tempo em que eles possam testar cada afirmação. Apesar do objeto de conhecimento da atividade não ser a equação do 1º grau, este é um rico momento para demostrar como esta pode ser uma ferramenta que resume a solução de um problema.

7. Uma região retangular foi totalmente cercada por tela. Sabe-se que o lado maior é 4 metros maior que o lado menor, e para cercar totalmente essa região foram utilizados 48 m de tela. Nessas condições, analise se cada afirmação a seguir é verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

A) O lado maior mede 12 metros.
B) O lado menor mede 8 metros.
C) O lado maior mede 14 metros.
D) O lado menor mede 12 metros.

Sugestão de resolução:
A) Falsa, pois assim, o lado menor teria 8 metros e o perímetro dessa região seria de 40 metros.

B) Falsa, pois assim, o lado maior teria 12 metros e o perímetro dessa região seria de 40 metros.

C) Verdadeira, pois assim, o lado menor teria 10 metros e o perímetro dessa região seria de 48 metros.

D) Falsa, pois assim, o lado maior teria 16 metros e o perímetro dessa região seria de 56 metros.

D11 G **– Validar e analisar a solução de um problema, envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.**

Professor(a), a **atividade 8** exige do estudante a habilidade de resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas. Incentive o aluno a primeiramente utilizar um sistema de equações, depois que o fizer, proponha que tente resolver o mesmo problema utilizando apenas uma equação do 1º grau. Espera -se aqui, que o aluno perceba a importância de se escolher a melhor ferramenta em cada caso, e que esta atividade permita essa experiência.

8. A respeito de um terreno retangular, sabe-se que seu perímetro é igual a 64 metros e que a diferença entre as medidas do maior e do menor lados é 2 metros.
Sendo assim, as medidas do menor e do maior lado desse terreno, em metros, são iguais a

(A) 11 e 13.
(B) 13 e 15.
(C) 15 e 17.
(D) 17 e 19.
(E) 19 e 21.

Gabarito: D
Sugestões de resolução:
Denotando os lados por x e y, teremos:
$\begin{cases} 2x + 2y = 64 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 32 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow$ Aplicando o método da adição $\rightarrow 2x = 34 \rightarrow x = 17$
Substituindo $x = 17$ em qualquer uma das equações, teremos: $17 + y = 32 \rightarrow y = 32 - 17 \rightarrow y = 15$
Ou
Denotando por x a medida do menor lado, teremos:
$x + x + x + 2 + x + 2 += 64$
$4x + 4 = 64$
$4x = 64 - 4$
$4x = 60$
$x = 15$ (Menor lado) $\rightarrow x + 2 = 17$ (Maior lado)

D11 – Resolver problema, envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.

AULA 3 – EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Descritor SAEB: D17 - Resolver problema, envolvendo equação do 2º grau.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Equação do 2º grau;
- Expressão numérica;
- Expressão algébrica;
- Polinômios;
- Quatro operações.

Relembrando

EQUAÇÃO DE 2º GRAU

DEFINIÇÃO:

Chama-se de equação do 2º grau com uma incógnita, toda equação que assume a forma:

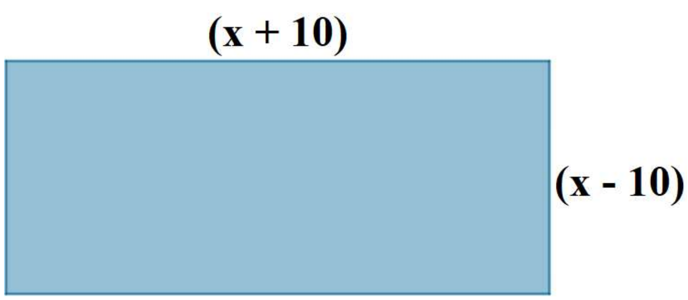
$$\underline{\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}}$$

Onde:

- x é a incógnita.
- a, b e c são números reais, com $a \neq 0$.
- a é coeficiente do termo em x^2.
- b é coeficiente do termo em x.
- c é o coeficiente do termo independente de x.

Professor(a), a **atividade 1** não cobra a resolução da equação do segundo grau. A ideia aqui é que o estudante saiba da importância da leitura e interpretação de problemas envolvendo equação do 2º grau. O fundamental neste momento é ampliar as estratégias para resolver problemas sobre equações.

1. A região retangular a seguir representa um terreno cujas dimensões são descritas em metros.



Qual o valor de x sabendo que a área dessa região é igual a 4800 m²?

Interpretando:

A) Identifique como está representado a largura.

B) Identifique como está representado o comprimento.

C) Qual a área dessa figura?

D) Escreva a expressão para calcular a área dessa figura.

E) Escreva a equação para calcular o valor de x.

F) Escreva a equação da alternativa anterior simplificada.

Sugestão de solução
A) $x - 10$
B) $x + 10$
C) 4800 m²
D) $(x - 10) \cdot (x + 10)$
E) $(x - 10) \cdot (x + 10) = 4800$
F) $x^2 - 4900 = 0$

D17A – Ler e interpretar problema, envolvendo equação do 2º grau.

Professor(a), a **atividade 2** apresenta a definição do termo incógnita para a matemática. Para ajudar aos estudantes preencherem as lacunas peça que os mesmos pesquisem no dicionário o significado deste termo, a leitura coletiva colabora com a resolução desta atividade.

2. Complete as lacunas do texto abaixo.

Conhecendo uma equação

Uma ________ é uma sentença que relaciona números __________ e ________ conhecidos por meio de uma __________. Geralmente, os _________ ____________ são representados por _______ e, na maioria dos casos, essa letra é ____. Esses números desconhecidos são chamados de ___________. Em outras palavras, uma **equação** é uma _________ que contém, pelo menos, uma ___________.

Por exemplo:

$$2x^2 = 18$$

A _________ neste caso é o x, e por curiosidade o valor dessa incógnita pode ser 3, pois:

$$2 \cdot 3^2$$

$$\_\_ \cdot \_\_$$

$$\_\_$$

Observe que o 3 deixa a igualdade verdadeira. Se observar bem o valor -3 também deixa a igualdade verdadeira, observe:

$$\_\_ \cdot (\_\_)^2$$

$$\_\_ \cdot \_\_$$

$$\_\_$$

Logo, uma equação do 2º grau possui dois valores que tornam a igualdade verdadeira, neste caso ___ e ___.

Sugestão de solução:

Uma **equação** é uma sentença que relaciona números **desconhecidos** e números **conhecidos** por meio de uma **igualdade**. Geralmente, os **números desconhecidos** são representados por **letras** e, na maioria dos casos, essa letra é **x**. Esses números desconhecidos são chamados de **incógnitas**. Em outras palavras, uma equação é uma **igualdade** que contém, pelo menos, uma **incógnita**.

Por exemplo:

$$2x^2 = 18$$

A **incógnita** neste caso é o x, e por curiosidade o valor dessa incógnita pode ser 3, pois:

$$2 \cdot 3^2$$
$$2 \cdot 9$$
$$18$$

Observe que o 3 deixa a igualdade verdadeira. Se observar bem o valor -3 também deixa a igualdade verdadeira, observe:

$$2 \cdot (-3)^2$$
$$2 \cdot 9$$
$$18$$

Logo, uma equação do 2º grau possui dois valores que tornam a igualdade verdadeira, neste caso **3** e $\mathbf{-3}$,

D17B – Reconhecer a incógnita (valor desconhecido) que se deve descobrir para resolver um problema.

Professor(a), as atividades 3 e 4 são uma ampliação da atividade 2 e amplia ainda mais o conhecimento por parte dos estudantes de que o termo incógnita tem aplicações em outras áreas do conhecimento, como por exemplo no componente física.

3. Reconheça as incógnitas das equações abaixo:

A) Equação do 2° grau: $x^2 + 5x - 6 = 0$

B) Velocidade média: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

C) Função horária da posição para o movimento uniforme: $S = S_0 + v \cdot t$

D) Equação de Torricelli: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$

E) Velocidade de propagação das ondas: $v = \lambda \cdot f$

F) 1ª lei de Ohm: $U = R \cdot i$

G) Potência elétrica: $P = U \cdot i$

H) Transformação entre escalas termométricas: $\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_k - 2}{5}$

I) Calor sensível: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

J) Dilatação linear: $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$

Sugestão de solução

A) Equação do 2° grau: $x^2 + 5x - 6 = 0$

incógnita: x

B) Velocidade média: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

incógnitas:

v: velocidade média

Δs: espaço percorrido

Δt: Intervalo de tempo

C) Função horária da posição para o movimento uniforme: $S = S_0 + v \cdot t$

incógnitas:
S: posição final ocupada pelo móvel
S_0: posição inicial ocupada pelo móvel
v: velocidade do móvel
t: instante de tempo considerado
D) Equação de Torricelli: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$
incógnitas:
v: velocidade final
v_0: velocidade inicial
a: aceleração do móvel
Δs: espaço percorrido
E) Velocidade de propagação das ondas: $v = \lambda \cdot f$
incógnitas:
v: velocidade da onda
λ: comprimento de onda
f: frequência da onda
F) 1ª lei de Ohm: $U = R \cdot i$
incógnitas:
U: diferença de potencial (ddp)
R: resistência elétrica
i: corrente elétrica
G) Potência elétrica: $P = U \cdot i$
incógnitas:
P: potência elétrica
U: diferença de potencial (DDP)
i: corrente elétrica
H) Transformação entre escalas termométricas: $\frac{T_c}{5} = \frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_k - 273}{5}$
incógnitas:
T_C: temperatura em Celsius (ºC)
T_F: temperatura em Fahrenheit (ºF)
T_K: temperatura em Kelvin (K)
I) Calor sensível: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$
incógnitas:
Q: quantidade de calor
m: massa da substância
c: calor específico da substância
ΔT: variação de temperatura
J) Dilatação linear: $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$
incógnitas:
ΔL: aumento sofrido pelo material
L_0: tamanho inicial do material
α: coeficiente de dilatação linear
ΔT: variação de temperatura

D17B – Reconhecer a incógnita (valor desconhecido) que se deve descobrir para resolver um problema.

4. Observe o seguinte problema:

O número de diagonais (d) de um polígono é dado pela fórmula:

$$d = \frac{n(n-2)}{2}$$

onde n representa o número de lados do polígono. Qual o número de lados de um polígono que tem 24 diagonais?

a) Qual equação devo calcular para responder esse problema?
b) Qual é a incógnita deste problema?
c) Escreva essa equação simplificada.

Sugestão de solução
a) $d = \frac{n(n-2)}{2} \rightarrow 24 = \frac{n(n-2)}{2}$
b) n que representa o número de lados.
c) $n^2 - 2n - 48 = 0$

D17B – Reconhecer a incógnita (valor desconhecido) que se deve descobrir para resolver um problema.

Professor(a), na **atividade 5** ainda não temos a preocupação da resolução de uma equação polinomial do 2º grau, neste momento a habilidade é modelar por inferência situações envolvendo equação do 2º grau. O estudante deve ler cada uma das situações e escrever a equação matemática que representa o problema.

- Afinal de contas o que é a interpretação de **problemas matemáticos**? Uma boa palavra para definir a interpretação é “tradução”. **Interpretar** é traduzir a linguagem da questão, que nesse caso é **matemática**, para o português. E vice-versa! Então, vamos lá!

5. Traduza matematicamente as seguintes situações a seguir:

a) O triplo do quadrado do número de gatos de Evandro é igual a 63 menos 12 vezes o número de gatos. Quantos gatos Evandro tem?

Sugestão de solução
Sendo x o número de gatos de Evandro, temos que:
- ✓ $3x^2$ equivale ao triplo do quadrado do número de gatos;
- ✓ 63 - 12x equivale a 63 menos 12 vezes o número de gatos.

Montando a sentença matemática obtemos:
$3x^2 = 63 - 12x$, que pode ser expressa como $3x^2 + 12x - 63 = 0$.

b) Foi construído um telão retangular com área de 21600 cm². Sabe-se que o comprimento desse telão é uma vez e meia a sua largura. Quais são as dimensões (comprimento e largura) deste telão?

Sugestão de solução
Se chamarmos de x a largura do telão, temos que:
- ✓ 1,5x será o seu comprimento.

- ✓ Sabemos que a área de uma figura geométrica retangular é calculada multiplicando-se a medida do seu comprimento, pela medida da sua largura.

Escrevendo o enunciado na forma de uma sentença matemática obtemos:

$$x \cdot 1{,}5x = 21600$$

A sentença matemática $x \cdot 1{,}5x = 21600$, também pode ser expressa como:

$$1{,}5x^2 - 21600 = 0$$

D17C – Inferir uma equação polinomial de 2º grau que modela um problema.

Professor(a), na **atividade 6** o estudante deve apenas identificar os coeficientes de uma equação do 2° grau, isto os ajudará no momento da resolução utilizando como procedimento a fórmula de Bháskara. Lembre-se de que a leitura coletiva auxilia o desenvolvimento desse processo.

6. Complete as lacunas do texto abaixo.

Equação do segundo grau

Para resolver uma _________________ grau existem alguns passos de extrema importância que ajudam e facilitam a organização dos cálculos para esse fim. Existem diversos modos de se **resolver uma equação do segundo grau**, neste momento discutiremos os passos necessários para utilizar a fórmula de ____________, que é o método resolutivo para equações do segundo grau mais popular entre os estudantes. Assim, o primeiro passo é identificar os valores dos coeficientes ___________, pois toda equação do segundo grau pode ser escrita na forma:

$$\_\_\boldsymbol{x^2} + \_\_\boldsymbol{x} + \_\_\_ = \mathbf{0}$$

Desse modo, o coeficiente "*a*" é o número que multiplica ____. O coeficiente "*b*" é o número que multiplica ___ e o coeficiente "*c*" é um número real independente. Portanto, dada uma equação do segundo grau, escreva os valores de *a, b* e *c* de forma clara, objetiva e evidente para que eventuais consultas a esses valores sejam feitas rapidamente.

Como exemplos, vamos escrever os coeficientes das equações a seguir:

Equação	Coeficientes
$2x^2 + 8x - 24 = 0$	$a =$ ___, $b =$ ___ e $c =$ ____
$\_\_x^2 \_\_x + \_\_\_ = 0$	$a = -1$, $b = -3$ e $c = 4$
$\frac{x^2}{3} + x = 0$	$a =$ ____, $b =$ ___ e $c =$ ___
$-50 + 2x^2 = 0$	$a =$ ___, $b = 0$ e $c =$ ____

Sugestão de solução

Para resolver uma **equação do segundo** grau existem alguns passos de extrema importância que ajudam e facilitam a organização dos cálculos para esse fim. Existem diversos modos de se **resolver uma equação do segundo grau**, neste momento discutiremos os passos necessários para utilizar a fórmula de **Bháskara**, que é o método resolutivo para equações do segundo grau mais popular entre os estudantes. Assim, o primeiro passo é identificar os valores dos coeficientes **a, b e c**, pois toda equação do segundo grau pode ser escrita na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Desse modo, o coeficiente "*a*" é o número que multiplica x^2. O coeficiente "*b*" é o número que multiplica x e o coeficiente "*c*" é um número real independente. Portanto, dada uma equação do segundo grau, escreva os valores de *a, b* e *c* de forma clara, objetiva e evidente para que eventuais consultas a esses valores sejam feitas rapidamente.

Como exemplos, vamos escrever os coeficientes das equações a seguir:

Equação	Coeficientes
$2x^2 + 8x - 24 = 0$	$a = 2, \ b = 8$ e $c = -24$
$-x^2 - 3x + 4 = 0$	$a = -1, \ b = -3$ e $c = 4$
$\frac{x^2}{3} + x = 0$	$a = \frac{1}{3}, \ b = 1$ e $c = 0$
$-50 + 2x^2 = 0$	$a = 2, \ b = 0$ e $c = -50$

D17D – Identificar os coeficientes de uma equação polinomial do 2º grau.

Relembrando

EQUAÇÃO POLINOMIAL DE 2º GRAU

Para determinarmos as raizes dessa equação, caso existam, utilizaremos a fórmula resolutiva (Fórmula de Bháskara) de uma equação do 2º grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Onde: $b^2 - 4.a.c$, é chamado de discriminante da equação e representado pela letra grega delta Δ.

Assim:

se $\Delta > 0$ (positivo), a equação do 2º grau terá duas raizes reais e diferentes: $x' \neq x''$.

se $\Delta = 0$ (nulo), a equação terá duas raizes reais e iguais: $x' = x''$.

se $\Delta < 0$ (negativo), a equação não terá raizes reais.

Professor(a), nas **atividades 7 e 8** vamos aplicar a fórmula resolutiva (Fórmula de Bháskara) e resolver uma equação do segundo grau. Primeiro vamos relembrar como identificar os coeficientes da equação e, logo em seguida, aplicar a fórmula (Bháskara) para encontrar as raízes de cada equação. Observe que tem o passo a passo para utilizar a fórmula.

7. Observe as equações polinomiais do 2º grau e escreva os coeficientes: *a*, *b e c* e assinale se a equação é completa ou incompleta.

a) $x^2 + x - 2 = 0$

$a =$ $b =$ $c =$

Completa: ( ), pois

a ______ 0, b ______ 0,

c ______ 0

Incompleta: ( ), pois

a ______ 0, b ______ 0,

c ______ 0.

b) $2x^2 - 6 = 0$

$a =$ $b =$ $c =$

Completa: ( ), pois

a ______ 0, b ______ 0,

c ______ 0

Incompleta: ( ), pois

a ______ 0, b ______ 0,

c ______ 0.

c) $-3x^2 - 2x = 0$

$a =$ $b =$ $c =$

Completa: ( ), pois

a ______ 0, b ______ 0,

c ______0

Incompleta: ( ), pois

a ______ 0, b ______ 0,

c ______ 0.

Sugestão de solução

$x^2 + x - 2 = 0$ $a = 1$ $b = 1$ $c = -2$

Completa: (X), pois $a \neq 0$, b ≠ 0, c ≠ 0.

$2x^2 - 6 = 0$ $a = 2$ $b = 0$ $c = -6$

Incompleta: (X), pois b = 0

$-3x^2 - 2x = 0$ $a = -3$ $b = -2$ $c = 0$

Incompleta: (X), pois c = 0

D17E - Aplicar a fórmula de Bháskara.

8. Substitua os coeficientes a, b e c na fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para cada uma das alternativas anteriores.

a)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_^2 - 4 \cdot \_\_\_ \cdot \_\_\_}}{2 \cdot \_\_\_}$$

$$x = \frac{\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_ \quad \_\_\_}}{\_\_\_}$$

$$x = \frac{\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_}}{\_\_\_}$$

$$x_1 = \frac{\_\_\_ + \sqrt{\_\_\_}}{\_\_\_} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{\_\_\_ - \sqrt{\_\_\_}}{\_\_\_}$$

$$x_1 = \_\_\_ \quad \text{ou} \quad x_2 = \_\_\_$$

b)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-\_\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_\_^2 - 4 \cdot \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_}}{2 \cdot \_\_\_\_}$$

$$x = \frac{\_\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_\_ \quad \_\_\_\_}}{\_\_\_\_}$$

$$x = \frac{\_\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_\_}}{\_\_\_\_}$$

$$x_1 = \frac{\_\_\_\_ + \sqrt{\_\_\_\_}}{\_\_\_\_} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{\_\_\_\_ - \sqrt{\_\_\_\_}}{\_\_\_\_}$$

$$x_1 = \_\_\_\_ \quad \text{ou} \quad x_2 = \_\_\_\_$$

c)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-\_\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_\_^2 - 4 \cdot \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_}}{2 \cdot \_\_\_\_}$$

$$x = \frac{\_\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_\_ \quad \_\_\_\_}}{\_\_\_\_}$$

$$x = \frac{\_\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_\_}}{\_\_\_\_}$$

$$x_1 = \frac{\_\_\_\_ + \sqrt{\_\_\_\_}}{\_\_\_\_} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{\_\_\_\_ - \sqrt{\_\_\_\_}}{\_\_\_\_}$$

$$x_1 = \_\_\_\_ \quad \text{ou} \quad x_2 = \_\_\_\_$$

Sugestão de solução

a)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-1 - 3}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

b)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0 + 48}}{4}$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{48}}{4}$$

$$x_1 = \frac{0 + \sqrt{48}}{4} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{0 - \sqrt{48}}{4}$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \frac{-4\sqrt{3}}{4} = -\sqrt{3}$$

c)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 0}}{2 \cdot (-3)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 0}}{-6}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4}}{-6}$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{4}}{-6} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{4}}{-6}$$

$$x_1 = \frac{2 + 2}{-6} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{2 - 2}{-6} = \frac{0}{-6} = 0$$

d) Quais são as raízes ou zeros das equações das alternativas anteriores?

Sugestão de solução
As raízes da equação: $x^2 + x - 2 = 0$ são: 1 e -2
As raízes da equação: $2x^2 - 6 = 0$ são: $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$
As raízes da equação: $-3x^2 + 2x = 0$ são: $-\frac{2}{3}$ e 0

D17F - Resolver equação polinomial do 2º grau completa ou incompleta, aplicando a fórmula de Bháskara.

9. Leia o texto abaixo e responda em seguida as perguntas referentes a ele.

A equação do 2º tem várias aplicações dentre elas na Física ela possui um papel importante na análise dos movimentos uniformemente variados (MUV), pois em razão da aceleração, os corpos variam a velocidade e o espaço em função do tempo.

Na Física a expressão que relaciona o espaço em função do tempo é dada pela expressão:

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Onde, a: aceleração, S: espaço, S_0: espaço inicial, V_0: velocidade inicial e t: tempo.

Um exemplo de um móvel realizando um MUV é dado pela função: $S = 2t^2 - 18t + 36$, sendo s medido em metros e t em segundos.

a) Reescreva a função: $S = 2t^2 - 18t + 36$ utilizando y e x.
b) A função reescrita muda de significado?
c) Quais as raízes (zeros) da equação: $2t^2 - 18t + 36 = 0$
d) Quais as raízes (zeros) da equação: $2x^2 - 18x + 36 = 0$
e) Qual o significado das raízes da equação da alternativa c?
Sugestão de solução
a) $y = 2x^2 - 18x + 36$
b) Resposta pessoal, mas espera que o estudante perceba as funções reescrita utilizando y e x tem o mesmo comportamento. A única coisa que muda é o significado físico.
c) $t_1 = 3$ e $t_2 = 6$
d) $x_1 = 3$ e $x_2 = 6$
e) O instante que um móvel está na origem dos espaços.

D17G – Analisar a solução de um problema envolvendo equação do 2º grau.

10. O professor escreveu a seguinte equação no quadro e pediu para seus alunos calculassem as suas raízes.

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

Pedro calculou: 2 e 3
Evandro calculou: 1 e 6
Luiz calculou: 0 e 3
Carlos calculou: -2 e -3

Pergunta-se:
a) Algum aluno acertou?
b) Quem acertou?
c) Porque acertou?

Sugestão de solução
a) Sim apenas um
b) Carlos
c)
Verificando para o valor: -2

$$x^2 + 5x + 6$$
$$(-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 6$$
$$4 - 10 + 6$$
$$-10 + 10 = 0$$

Verificando para o valor: -3

$$x^2 + 5x + 6$$
$$(-3)^2 + 5 \cdot (-3) + 6$$
$$9 - 15 + 6$$
$$-15 + 15 = 0$$

D17 H – Verificar a solução de um problema envolvendo equação do 2º grau.

11. Carlos fez um experimento físico e observou que um objeto de metal esquentou obedecendo a seguinte função $E(t) = t^2 + 2t - 24, t \geq 0$, onde E representa a temperatura em ºC e t o tempo em segundos. Em quantos segundos a placa atingiu a temperatura de 0 ºC?

A) 0
B) 2
C) 3
D) 4
E) 6

Gabarito: D

Sugestão de solução:
$E(t) = t^2 + 2t - 24$
$0 = t^2 + 2t - 24,$
$0 = at^2 + bt + c$

$a = 1$

b = 2
c = - 24

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 2^2 - 4.1.(-24)$
$\Delta = 4 + 96$
$\Delta = 100$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{2.1}$$

$$t = \frac{-2 \pm 10}{2}$$

$$t' = \frac{-2 + 10}{2} = \frac{8}{2} = 4\ segundos$$

$$t" = \frac{-2 - 10}{2} = \frac{-12}{2} = -8\ (não\ serve)$$

D17 - Resolver problema, envolvendo equação do 2º grau.

AULA 4 – REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DE UMA FUNÇÃO POLINOMIAL DE 1º E 2º GRAU

Descritor SAEB: Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Sequências numéricas;
- Sistemas de equações;
- Função polinomial do 1º grau;
- Função polinomial do 2º grau.

Relembrando

O objetivo dessa aula é tratar das expressões algébricas que representam uma função a partir de uma tabela. Nesta aula vamos trabalhar com as funções polinomiais do 1º e 2º grau. Esperamos que ao final seja possível identificar a expressão algébrica que representa a função que relaciona os dados indicados em uma tabela dada.

Antes disso, vamos relembrar um pouco sobre as funções polinomiais do 1º e 2º grau:

Função polinomial do 1º grau (Função Afim)

A função polinomial do 1º grau, ou função afim, é qualquer função f de IR em IR dada por uma lei de formação da forma $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais dados, e $a \neq 0$.

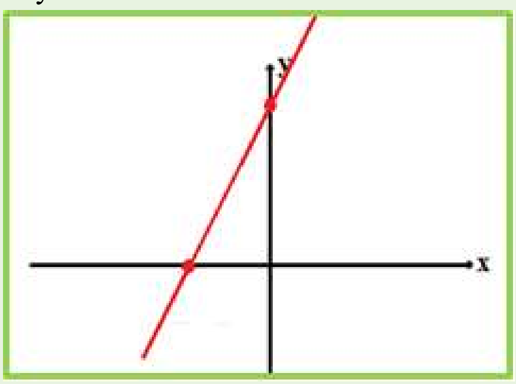
Na função $f(x) = ax + b$, $\boldsymbol{a}$ é chamado de coeficiente angular, e o $\boldsymbol{b}$ é chamado de termo coeficiente linear.

Veja alguns exemplos de funções polinomiais do 1º grau:

- $f(x) = 3x + 2$, onde $a = 3$ e $b = 2$
- $f(x) = -2x + 5$, onde $a = -2$ e $b = 5$
- $f(x) = 5x$, onde $a = 5$ e $b = 0$

Observação: $f(x)$ é uma representação de y, pois y depende de x. Sendo assim, a função $f(x) = 3x + 2$ pode ser representada por $y = 3x + 2$

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau, $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma reta oblíqua aos eixos Ox e Oy.



Outros detalhes sobre a construção do gráfico de uma função afim, revisaremos em aulas posteriores.

Função polinomial do 2º grau (Função Quadrática)

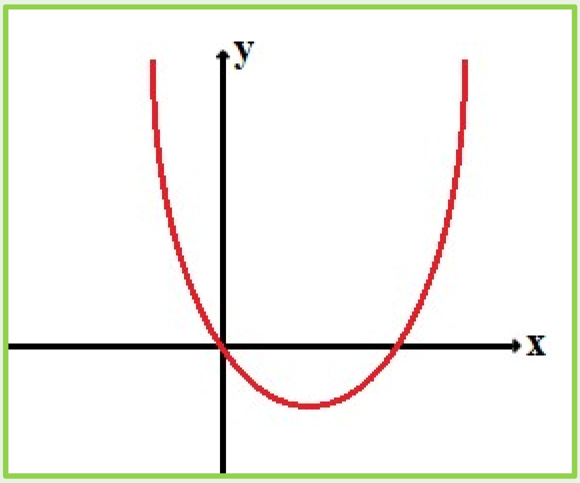
A função polinomial do 2º grau, ou função quadrática, é qualquer função *f* de IR em IR dada por uma lei de formação da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais, e $a \neq 0$.

Veja alguns exemplos de funções polinomiais do 2º grau:

- $f(x) = x^2 - 6x + 8$, onde $a = 1, b = -6$ e $c = 8$
- $f(x) = x^2 + 5x$, onde $a = 1, b = 5$ e $c = 0$
- $f(x) = -x^2 + 9$, onde $a = -1, b = 0$ e $c = 9$

Obs: assim como na função afim, $f(x)$ é uma representação de y, pois y depende de x. Sendo assim, a função $f(x) = x^2 - 6x + 8$ pode ser representada por $y = x^2 - 6x + 8$

O gráfico de uma função polinomial do 2º grau, $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é uma parábola.



Outros detalhes sobre a construção do gráfico de uma função quadrática, revisaremos em aulas posteriores.

Professor(a), a **atividade 1** tem como objetivo, que o estudante possa identificar o padrão ou a regularidade em uma sequência de números. Nesta sequência, a relação é entre cada um de seus termos e suas respectivas ordens (posições).

Em seguida, o estudante deve representar uma generalização dessa relação na forma algébrica, compreendendo assim a ideia de variável, representada por uma letra. A relação explorada nesta atividade é uma função polinomial do 1º grau. Procure encaminhar os estudantes a perceber que essa função é uma relação linear.

1. Considere a sequência de números naturais a seguir.

5; 10; 15; 20; 25; 30; ...

Nessa sequência, cada termo pode ser determinado a partir de sua posição (ordem). Representando um termo qualquer dessa sequência por y e a sua posição por x, escreva uma sentença matemática que representa essa relação.

Sugestão de resolução:

Observamos que a sequência é formada pelos múltiplos de 5:

$5 \cdot 1 = 5$
$5 \cdot 2 = 10$
$5 \cdot 3 = 15$
$5 \cdot 4 = 20$
$5 \cdot 5 = 25$
$5 \cdot 6 = 30$

Generalizando, teremos:

$5 \cdot x = y$ ou $y = 5x$, onde y representa qualquer temo dessa sequência e x a ordem (posição) desse termo na sequência.

D18 A – Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar uma sentença algébrica que representa uma função de 1° grau.

D18 B – Identificar o padrão ou regularidade numa sequência de números que representa uma função de 1° grau.

Professor(a), a **atividade 2** tem também como objetivo, levar o estudante a identificar o padrão ou a regularidade em uma sequência de números. Nesta sequência, a relação é entre cada um de seus termos e suas respectivas ordens (posições).

Em seguida, o estudante deve identificar uma generalização dessa relação na forma algébrica, compreendendo assim a ideia de variável, representada por uma letra. A relação explorada nesta atividade é uma função polinomial do 1º grau.

Em seguida, o estudante deverá gerar outras sequências a partir das generalizações algébricas, que são as leis de formação de cada função apresentada no item b.

2. Considere a sequência de números naturais a seguir.

5; 9; 13; 17; 21; 25; ...

Qualquer termo dessa sequência pode ser determinado pela sentença $y = 4x + 1$ onde y representa o termo e x a posição desse termo na sequência.

Considere a sequência de números inteiros a seguir:

5; 8; 11; 14; 17; 20; ....

a) Assinale entre as sentenças a seguir, aquela que relaciona qualquer termo dessa sequência com sua ordem (posição):

A) $y = 5x$
B) $y = 2x + 3$
C) $y = 6x - 1$
D) $y = 3x + 2$
E) $y = 7x - 2$

b) Escreva, pelo menos, os seis primeiros termos das sequências descritas pelas outras sentenças que você não marcou.

( ) _________________ : ____

( ) _________________ : ____

( ) _________________ : ____

( ) _________________ : ____

Resolução:
a) D)
Sugestão de resolução:
Para $x = 1$: $y = 3 \cdot 1 + 2 \rightarrow y = 3 + 2 \rightarrow y = 5$.
Para $x = 2$: $y = 3 \cdot 2 + 2 \rightarrow y = 6 + 2 \rightarrow y = 8$.
Para $x = 3$: $y = 3 \cdot 3 + 2 \rightarrow y = 9 + 2 \rightarrow y = 11$.
Para $x = 4$: $y = 3 \cdot 4 + 2 \rightarrow y = 12 + 2 \rightarrow y = 14$.
Para $x = 5$: $y = 3 \cdot 5 + 2 \rightarrow y = 15 + 2 \rightarrow y = 17$.
Para $x = 6$: $y = 3 \cdot 6 + 2 \rightarrow y = 18 + 2 \rightarrow y = 20$.
b)
A) $y = 5x \rightarrow 5;\ 10;\ 15;\ 20;\ 25;\ 30;\ldots$
B) $y = 2x + 3 \rightarrow 5;\ 7;\ 9;\ 11;\ 13;\ldots$
C) $y = 6x - 1 \rightarrow 5;\ 11;\ 17;\ 23;\ 29;\ 35;\ldots$
E) $y = 7x - 2 \rightarrow 5;\ 12;\ 19;\ 26;\ 33;\ 40;\ldots$

D18 C – Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em uma sequência de números que representa uma função de 1° grau.

Professor(a), a **atividade 3** requer que o estudante determine os valores de uma tabela (*pares ordenados*) a partir da lei de formação de uma função polinomial do 1º grau (*função afim*).

Aproveite essa atividade para relembrar a definição de função: dados dois conjuntos A e B, e uma relação entre eles, dizemos que essa relação é uma função de A em B se e somente se, para todo $x \in A$ existe um único $y \in B$ de modo que x se relacione com y.

3. Considere a função quadrática cuja lei de formação é igual a $y = 3x + 2$. Complete a tabela a seguir com os pares ordenados que satisfazem essa função.

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

Sugestão de resolução:

Para $x = -3$, teremos $y = 3x + 2 \rightarrow y = 3 \cdot (-3) + 2 \rightarrow y = -9 + 2 \rightarrow y = -7$
Para $x = -2$, teremos $y = 3x + 2 \rightarrow y = 3 \cdot (-2) + 2 \rightarrow y = -6 + 2 \rightarrow y = -4$
Para $x = -1$, teremos $y = 3x + 2 \rightarrow y = 3 \cdot (-1) + 2 \rightarrow y = -3 + 2 \rightarrow y = -1$
Para $x = 0$, teremos $y = 3x + 2 \rightarrow y = 3 \cdot (0) + 2 \rightarrow y = 0 + 2 \rightarrow y = 2$
Para $x = 1$, teremos $y = 3x + 2 \rightarrow y = 3 \cdot (1) + 2 \rightarrow y = 3 + 2 \rightarrow y = 5$
Para $x = 2$, teremos $y = 3x + 2 \rightarrow y = 3 \cdot (2) + 2 \rightarrow y = 6 + 2 \rightarrow y = 8$
Para $x = 3$, teremos $y = 3x + 2 \rightarrow y = 3 \cdot (3) + 2 \rightarrow y = 9 + 2 \rightarrow y = 11$

x	y
-3	-7
-2	-4
-1	-1
0	2
1	5
2	8
3	11

D18 D – Relacionar uma tabela a uma expressão algébrica que representa uma função polinomial de 1° grau.

Professor(a), a **atividade 4** tem como objetivo, levar o estudante a identificar o padrão na relação entre valores de uma tabela, em uma situação contextualizada. Nesta sequência, a relação é entre o número de picolés comprados e o custo para cada quantidade comprada. Leve o estudante a reconhecer a relação, e a partir daí representar de forma algébrica, compreendendo assim a ideia de variável, representada por uma letra. A relação explorada nesta atividade é uma função polinomial do 1º grau. Leve os estudantes a perceber que essa função é uma relação linear.

4. Observe a tabela abaixo:

Número de picolés	**Custo final**
1	R$ 2,50
2	R$ 5,00
3	
4	
	R$ 12,50

a) Qual o preço a ser pago por 3 picolés?

b) Qual o preço a ser pago por 4 picolés?

c) Se o preço total foi de R$ 12,50, então quantos picolés foram consumidos?

d) Qual o preço a ser pago por 7 picolés?

e) Se o preço total foi de R$ 30,00, então quantos foram consumidos?

f) Determine uma fórmula matemática que mostre o valor pago em função do número de picolés consumidos.

Sugestão de resolução:
a) $3 \cdot 2{,}50 = 7{,}50$
O preço a ser pago por 3 picolés é igual a R$ 7,50.

b) $4 \cdot 2{,}50 = 10{,}00$
O preço a ser pago por 4 picolés é igual a R$ 10,00.

c) $12{,}50 \div 2{,}50 = 5$
Com R$12,50 foram consumidos 5 picolés.

d) $7 \cdot 2{,}50 = 17{,}50$
O preço a ser pago por 7 picolés é igual a R$ 17,50.

e) $30{,}00 \div 2{,}50 = 8$
Com R$30,00 foram consumidos 8 picolés.

f) Denotando por y o valor a ser pago em reais (R$) e por x o número de picolés consumidos, podemos representar essa relação por $y = 2{,}50 \cdot x$.

D18 E – Relacionar uma expressão algébrica que representa uma função polinomial de 1° grau a uma tabela.

Professor(a), a **atividade 5 requer** que o estudante determine os valores de uma tabela (pares ordenados) a partir da lei de formação de uma função polinomial do 2º grau (função quadrática). Aproveite essa atividade para relembrar a definição de função: dados dois conjuntos A e B, e uma relação entre eles, dizemos que essa relação é uma função de A em B se e somente se, para todo $x \in A$ existe um único $y \in B$ de modo que x se relacione com y.

5. Considere a função quadrática cuja lei de formação é igual a $y = x^2 - 6x + 8$. Complete a tabela a seguir com os pares ordenados que satisfazem essa função.

x	y
0	
	3
2	
	-1
	0
5	
6	8

Sugestão de resolução:

Para $x = 0$, teremos $y = x^2 - 6x + 8 \rightarrow y = 0^2 - 6 \cdot 0 + 8 \rightarrow y = 0 - 0 + 8 \rightarrow y = 8$
(Completamos a 1ª linha)

Para $y = 3$, teremos $3 = x^2 - 6x + 8 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow x' = 1$ ou $x'' = 5$
(Completamos as 2ª e 6ª linhas)

Para $x = 2$, teremos $y = x^2 - 6x + 8 \rightarrow y = 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 \rightarrow y = 4 - 12 + 8 \rightarrow y = 0$
(Completamos a 3ª linha)

Para $y = 0$, teremos $0 = x^2 - 6x + 8 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \rightarrow x' = 2$ ou $x'' = 4$
(Completamos as 3ª e 5ª linhas)

x	y
0	8
1	3
2	0
3	-1
4	0
5	3
6	8

D18 F – Relacionar uma tabela a uma expressão algébrica que representa uma função polinomial de 2° grau.

Professor(a), a **atividade 6** tem como objetivo, levar o estudante a identificar o padrão na relação entre valores de uma tabela. Nesta tabela, a relação é entre valores de x e de y. Conduza o estudante a reconhecer a relação, e a partir daí identificar a representação algébrica dessa função.

A relação explorada nesta atividade é uma função polinomial do 2º grau, e pode ser realizada por tentativa (testando os valores da tabela em cada lei de formação) ou utilizando um sistema de equações, que é o processo mais indicado, pois permite o estudante a relembrar outro objeto de conhecimento.

6. A tabela a seguir, apresenta alguns pares ordenados que satisfazem uma função quadrática.

x	**y**
0	8
2	0
3	-1
4	0
6	8

Destaque a seguir, a lei de formação dessa função quadrática:

$\mathbf{y = x^2 + 6x - 8}$ $\mathbf{y = x^2 + 8x - 6}$

$\mathbf{y = x^2 + 6x + 8}$ $\mathbf{y = x^2 - 6x + 8}$

$\mathbf{y = x^2 - 8x + 6}$ $\mathbf{y = x^2 - 8x - 6}$

Gabarito:

$y = x^2 + 6x - 8$ $y = x^2 + 8x - 6$

$y = x^2 + 6x + 8$ $y = x^2 - 6x + 8$

$y = x^2 - 8x + 6$ $y = x^2 - 8x - 6$

Sugestão de resolução:

Sendo uma função quadrática, sai lei de formação deve ser do tipo $y = ax^2 + bx + c$. Como se tem alguns pares ordenados dessa função, pode-se através de um sistema, determinar os coeficientes a, b e c dessa lei de formação. Vejamos:

Para $x = 0$ e $y = 8$, teremos: $8 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$ que implica em $c = 8$ (Equação 1)

Para $x = 2$ e $y = 0$, teremos: $0 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$ que implica em $4a + 2b + c = 0$ (Equação 2)

Para $x = 4$ e $y = 0$, teremos: $0 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c$ que implica em $16a + 4b + c = 0$ (Equação 3)

A equação 1 determinou o valor do coeficiente c, que será substituído nas equações 2 e 3, obtendo o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 4a + 2b + 8 = 0 \\ 16a + 4b + 8 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a + b + 4 = 0 \\ 4a + b + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2a - b - 4 = 0 \\ 4a + b + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow 2a - 2 = 0 \rightarrow 2a = 2 \rightarrow a = 1$$

Substituindo $a = 1$ em qualquer uma das equações, determinamos b:

$4a + 2b + 8 = 0 \rightarrow 4 \cdot 1 + 2b + 8 = 0 \rightarrow 4 + 2b + 8 = 0 \rightarrow 2b + 12 = 0 \rightarrow 2b = -12 \rightarrow b = -6$
Assim, tem-se que $y = x^2 - 6x + 8$

D18 G – Relacionar uma expressão algébrica que representa uma função polinomial de 2° grau a uma tabela.

Professor(a), a **atividade 7** tem como objetivo, levar o estudante a identificar o padrão na relação entre valores de uma tabela, em uma situação contextualizada. Nesta sequência, a relação é entre a distância percorrida em quilômetros comum carro alugado e o custo da locação desse carro em função dessa distância percorrida.

Busque levar o estudante a reconhecer a relação, e a partir daí representar de forma algébrica essa função. A relação explorada nesta atividade é uma função polinomial do 1º grau. Que possibilita o estudante perceber que essa função é uma relação linear, e também, pode ser realizada por tentativa (testando os valores da tabela em cada lei de formação) ou utilizando um sistema de equações, que é o processo mais indicado, pois permite o estudante a relembrar outro objeto de conhecimento.

7. Para alugar um carro, uma locadora cobra uma taxa básica fixa acrescida de uma taxa que varia de acordo com o número de quilômetros rodados. A tabela abaixo mostra o custo (y) do aluguel, em reais, em função do número de quilômetros rodados (x).

Quilômetros rodados (x)	**Custo (R$)**
10	45,00
15	47,50
20	50,00
25	52,50
30	55,00

Essa relação entre o custo em reais e a distância percorrida, em quilômetros, pode ser representa por

A) $y = 4{,}50x$.
B) $y = 0{,}50x + 4{,}50$.
C) $y = 10x + 35$.
D) $y = 0{,}50x + 40$.
E) $y = 45x$.

Gabarito: D
Sugestões de resolução:
Pela descrição temos que a relação é uma função polinomial do 1º grau, que pode ser representada por uma lei de formação do tipo $y = ax + b$. Escolhendo dois pares ordenados quaisquer na tabela, e substituindo – os em $y = ax = b$, obtemos duas equações do 1º grau com duas incógnitas: a e b.

Vamos escolher, por exemplo, os pares ordenados (10; 45) e (20; 50).

Substituindo em $y = ax + b$, teremos:

$$\begin{cases} 45 = 10 \cdot a + b \\ 50 = 20 \cdot a + b \end{cases}$$

$\begin{cases} 10a + b = 45 \\ 20a + b = 50 \end{cases}$ → multiplicando os dois membros da 1ª equação por (-1), obtemos:

$\begin{cases} -10a - b = -45 \\ \quad 20a + b = 50 \end{cases}$ → aplicando o método da adição, obtemos:

$10a = 5 \;\rightarrow a = 0{,}50\;$ → substituindo em uma das equações, obtemos o valor de b:

$45 = 10 \cdot a + b \;\rightarrow 45 = 10 \cdot 0{,}50 + b \;\rightarrow 45 = 5 + b \rightarrow 45 - 5 = b \;\rightarrow b = 40$

Portanto, essa relação pode ser representada por $y = 0{,}50x + 40$.

D18 – Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.