

MARATONA REVISA

3^a série
Língua Portuguesa
e Matemática

Caderno do Professor



Setembro - 2023


Revisa Goiás

SEDUC
Secretaria de Estado
da Educação

GOVERNO DE
GOIÁS
O ESTADO QUE DÁ CERTO

MARATONA REVISA



Revisa Goiás

LÍNGUA PORTUGUESA SEMANA 1

SEMANA 1

O Maratona Revisa de Língua Portuguesa é um material que prioriza o trabalho com o desenvolvimento das habilidades/descriptores críticos (Saeb), como também aponta possíveis caminhos de leitura e interpretação das questões/enunciados do ENEM aos(às) estudantes por meio de diálogos. Para tanto, nas atividades deste material, são considerados os gêneros textuais que dialogam com as Habilidades/Objetivos do DCGO-EM e com a área de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias - ENEM.

Professor(a), as atividades da “Semana 1” priorizam o trabalho com os descritores: D6 - Identificar o tema de um texto. / D7- Identificar a tese de um texto. / D8 - Estabelecer relações entre a tese e os argumentos oferecidos para sustentá-la. / D2 - Estabelecer relações entre partes de um texto. Identificando repetições ou substituições que contribuem para a continuidade de um texto. / D15 - Estabelecer relação lógico-discursiva presente no texto, marcada por conjunções, advérbios etc./ D19 - Reconhecer o efeito de sentido decorrente da exploração de recursos ortográficos e/ou morfossintáticos. / D5 - Interpretar um texto com auxílio de material gráfico diverso (propaganda, quadrinhos, foto etc.) / D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros. / D20 - Reconhecer diferentes formas de tratar uma informação na comparação de textos que tratam do mesmo tema em função das condições em que eles foram produzidos e daquelas em que serão recebidos.

Nas questões do Enem, algumas Competências e Habilidades foram apresentadas relacionadas aos descritores trabalhados: Competência de área 1 - H1- Identificar as diferentes linguagens e seus recursos expressivos como elementos de caracterização dos sistemas de comunicação. / Competência de área 7- H22 - Relacionar, em diferentes textos, opiniões, temas, assuntos e recursos linguísticos. / Competência de área 4 - H12 - Reconhecer diferentes funções da arte, do trabalho da produção dos artistas em seus meios culturais.

Estudante, o seu protagonismo no desenvolvimento do ensino-aprendizagem da língua é a mola propulsora para que você continue avançando cada vez mais para alcançar os seus objetivos! Para tanto, é imprescindível ler com propriedade e interpretar os textos, considerando os aspectos analíticos apresentados na proposta de atividades deste material. Estamos juntos com você nesta caminhada de aprendizado e transformação!



Todo ponto de vista é a vista de um ponto

Leonardo Boff

+ PARA SABER MAIS

O **artigo de opinião** é um texto onde o autor expõe seu posicionamento sobre um determinado tema de interesse público. É um texto dissertativo que traz argumentos sobre o assunto abordado. O escritor, além de mostrar o seu **ponto de vista**, deve sustentá-lo com argumentos coerentes.

As ideias defendidas em um artigo de opinião são de responsabilidade do autor, e por isso, ele deve ter cuidado com a autenticidade dos elementos apresentados. [...]

Disponível em: [https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/lingua-portuguesa/artigo-de-opinia. Acesso em: 29 jun. 2023 \(adaptado\).](https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/lingua-portuguesa/artigo-de-opinia. Acesso em: 29 jun. 2023 (adaptado).)

Leia o texto.

A arte

"Se para São Tomás de Aquino a arte é o reto ordenamento da razão, para Pablo Picasso, a arte é a mentira que nos ajuda a ver a verdade"



A arte acompanha o ser humano desde sempre. Defini-la, contudo, é tarefa difícil. Sobre ela não existe um conceito universalmente pacífico. Os clássicos buscavam entendê-la. Aristóteles a conceitua como disposição permanente para produzir coisas de um modo racional. Platão, por sua vez, como capacidade de fazer por meio da inteligência, através de um aprendizado. A arte para ele tem na capacidade criadora do ser humano seu sentido geral.

O Renascimento proporcionou mudança na mentalidade conceitual da arte ao separá-la dos ofícios e das ciências. À época a poesia, por exemplo, passou a ser considerada arte ao invés de um tipo de filosofia ou mesmo profecia. A partir daí nota-se inclusive uma melhora na percepção e na situação social do artista, pois os nobres e os ricos europeus aguçaram seus interesses pela beleza. A arte consagra-se como um objeto de consumo estético da nobreza e das altas classes sociais.

O romantismo culminou no século 19 com a ideia de que a arte surge espontaneamente do indivíduo, pois a obra artística emerge do interior do artista e de sua própria linguagem natural. Valoriza-se a sensibilidade e a fantasia. Arhur Schopenhauer afirmou que a arte é uma via de escape do estado de infelicidade do próprio homem, já que a arte é a reconciliação entre a vontade e a consciência, entre o objeto e o sujeito, alcançando um estado de contemplação, de felicidade. Finalmente, a arte fala o idioma da intuição, não o da reflexão. É ela uma forma de liberar-se da vontade, de ir além do eu.

O esteticismo de finais do século 19 é uma reação ao materialismo advindo com a revolução industrial. Charles Baudelaire aponta vir a beleza da paixão e, como cada indivíduo tem sua própria paixão, também tem seu próprio conceito de beleza. Para ele o artista é o herói da modernidade, cuja qualidade principal é a melancolia, que é o anseio pela beleza ideal.

No Brasil, entre 11 e 18 de fevereiro de 1922, artistas propuseram uma nova visão de arte à luz de uma estética inovadora inspirada na vanguarda europeia, evento esse que, embora nascido em São Paulo, ficou nacionalmente conhecido como a Semana da Arte Moderna: uma manifestação artística cultural que reuniu apresentações de danças, esculturas, músicas, poesias e recitais. Uma ação que impactou e transformou a arte modernista brasileira. Tratou-se, não há dúvidas, de uma emancipação estética patrocinada por artistas, escritores, músicos e pintores.

Se para São Tomás de Aquino a arte é o reto ordenamento da razão, para Pablo Picasso, a arte é a mentira que nos ajuda a ver a verdade. Ambos estarão certos. Quiçá, por isso, se aceita o conceito de arte englobar todas as criações realizadas pelo ser humano para expressar sua visão mais sensível acerca do mundo, seja real ou imaginário. Através da arte o ser humano expressa ideias, emoções, percepções e sensações. Em consequência, a arte liberta e emancipa.

A arte engloba arquitetura, cinema, dança, desenho, escultura, fotografia, literatura, música, pintura, poesia. Hoje em dia, em pleno século 21, até mesmo a televisão, a moda, a publicidade e os videogames são por muitos considerados como manifestações artísticas. Segundo René Huyghe, a arte e o homem são indissociáveis. Não há arte sem homem, muito menos homem sem arte. O ser isolado ou a civilização que não chega à arte estão ameaçados por uma secreta asfixia espiritual, por uma turbacão moral. Para a Unesco, a arte é chave para formar gerações capazes de reinventar o mundo herdado. Ela reforça a vitalidade das identidades culturais e promove a relação com outras comunidades.

A arte é a capacidade humana de criação. É a expressão ou aplicação de habilidades criativas e a imaginação para criar obras que são apreciadas principalmente por sua beleza, intelecto ou poder emocional. Seus resultados são obtidos por distintos meios. A arte de cozinhar, de pintar quadros, de grafitar, as artes plásticas, a arte de compor (poemas e partituras musicais), a gravura, a impressão de livros e, até mesmo, atrelados a um conceito mais severo, meios hoje em dia causadores de grande repulsa social, como a caça e a guerra, podem ser considerados como arte. O ser humano e a arte estão rigorosamente conectados. A arte liberta. E, atualmente, a arte de viver cada vez mais se faz indispensável para a emancipação humana.

**Ph.D. em direito internacional e relações internacionais. Membro do Comitê de Direitos Econômicos, Sociais e Culturais da ONU.*

Disponível em: https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/opiniaao/2020/01/26/internas_opiniaao,823467/artigo-a-arte.shtml#google_vignette. Acesso em: 27 jun. 2023 (adaptado).

1. O autor desse texto faz uma contextualização sobre a “Arte” desde o período do “Renascimento”, apontando o modo conceitual de pensar a arte. Perpassa, também, pelo “romantismo” do século 19, ressaltando que a arte naquela época foi considerada algo espontâneo ao indivíduo e valorizava a “sensibilidade e a fantasia.” O autor ainda

passa pelo “esteticismo” do final do século 19, ressaltando a “reação ao materialismo advindo com a revolução industrial.” Lembra a Semana da Arte Moderna, manifestação que impactou e transformou a arte modernista brasileira para chegar ao século 21 e apontar que a “televisão, a moda, a publicidade e os videogames” são considerados, por muitos, manifestações artísticas. Assim, o articulista se vale dessas retomadas e de argumentos históricos, de autoridade, de comprovação consistentes e bem fundamentados, destacando áreas do conhecimento como História, Literatura, Filosofia entre outros aspectos para discutir uma temática e defender o seu ponto de vista. Com base no seu conhecimento de mundo e na leitura do texto, responda:

a) Qual é o tema desse texto?

Sugestão de resposta:

O tema desse texto é: Arte são todas as criações realizadas pelo ser humano que expressam uma visão de mundo.

D6 - Identificar o tema de um texto.

b) E qual é a tese defendida pelo autor do texto?

Sugestão de resposta:

A tese defendida pelo autor do texto é: “A arte é a capacidade humana de criação.”

D7 - Identificar a tese de um texto.

2. A defesa de um ponto de vista dentro de um texto dissertativo-argumentativo precisa aparecer desenvolvida/argumentada, afinal, esse tipo de texto tem como uma de suas características persuadir/convencer o leitor. Partindo dessa consideração transcreva, do texto em estudo, trechos do autor que retomem a “tese” (ponto de vista defendido pelo autor).

Sugestão de resposta:

“É ela uma forma de liberar-se da vontade, de ir além do eu.” / “Através da arte o ser humano expressa ideias, emoções, percepções e sensações. Em consequência, a arte liberta e emancipa.” / “Ela reforça a vitalidade das identidades culturais e promove a relação com outras comunidades.” / “É a expressão ou aplicação de habilidades criativas e a imaginação para criar obras que são apreciadas principalmente por sua beleza, intelecto ou poder emocional.” / “O ser humano e a arte estão rigorosamente conectados.” / “A arte liberta. E, atualmente, a arte de viver cada vez mais se faz indispensável para a emancipação humana.”

3. As classes gramaticais que compõem o título do texto são: um artigo “a” e um substantivo “Arte.” Qual é a função desse artigo antes do substantivo ‘Arte’?

Sugestão de resposta:

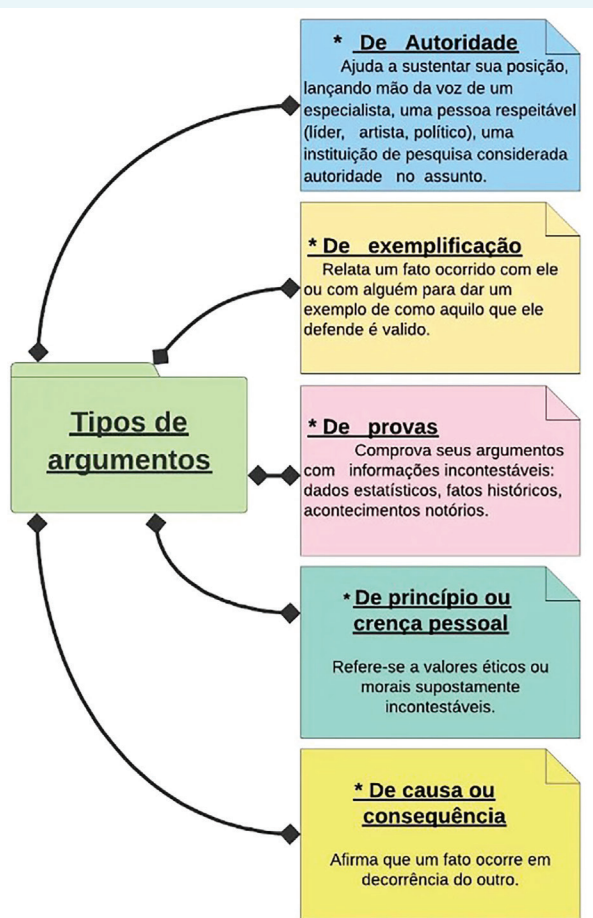
A função do artigo ‘a’ é definir/determinar/particularizar o nome ‘Arte’(substantivo).

4. O título sempre estabelece algum ponto/diálogo com o texto. Com base no tema do texto e na tese “A arte é a capacidade humana de criação”, construa um comentário sugerindo uma explicação para a escolha intencional do título: “A Arte.”

Sugestão de resposta:

Espera-se que o(a) estudante perceba que, no texto, o autor, com base nos argumentos, evidencia que definir “Arte” não é uma tarefa fácil, pois ela é ampla, global, pelo fato de se tratar de uma “capacidade humana de criação.” A escolha do título ‘A Arte’, provavelmente, quer mostrar esse aspecto geral da Arte.

+ PARA SABER MAIS



Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/639942570/MAPA-MENTAL-tipos-de-argumentos>. Acesso em: 30 jun. 2023 (adaptado).

5. O texto em estudo apresenta “o dizer bem dito”, isto é, faz da ação de dissertar/argumentar uma tarefa planejada, bem articulada com estratégias de argumentação e procedimentos com discurso claro, coeso, objetivo e persuasivo que imprime a marca pessoal e estilo de quem produz esse texto. O texto apresenta argumentos (consistentes e bem fundamentados), ou seja, aquilo que faz com que o leitor concorde com a defesa do ponto de vista do autor. O trecho: “Arthur Schopenhauer afirmou que a arte é uma via de escape do estado de infelicidade do próprio homem, já que a arte é a reconciliação entre a vontade e a consciência, entre o objeto e o sujeito, alcançando um estado de contemplação, de felicidade.”, é um exemplo de qual tipo de argumento?

Sugestão de resposta:

O trecho é um exemplo de um argumento de autoridade.

D8 - Estabelecer relações entre a tese e os argumentos oferecidos para sustentá-la.

6. O trecho em que predomina um argumento de autoridade é:

- (A) “O romantismo culminou no século 19 com a ideia de que a arte surge espontaneamente do indivíduo, pois a obra artística emerge do interior do artista e de sua própria linguagem natural.”
- (B) “A partir daí nota-se inclusive uma melhora na percepção e na situação social do artista, pois os nobres e os ricos europeus aguçaram seus interesses pela beleza.”
- (C) “Charles Baudelaire aponta vir a beleza da paixão e, como cada indivíduo tem sua própria paixão, também tem seu próprio conceito de beleza.”
- (D) “Hoje em dia, em pleno século 21, até mesmo a televisão, a moda, a publicidade e os videogames são por muitos considerados como manifestações artísticas.”
- (E) “A arte de cozinhar, de pintar quadros, de grafitar, as artes plásticas, a arte de compor (poemas e partituras musicais), a gravura, a impressão de livros ...”

Gabarito C.

D8 - Estabelecer relações entre a tese e os argumentos oferecidos para sustentá-la.

7. No trecho “Se para São Tomás de Aquino a arte é o reto ordenamento da razão, para Pablo Picasso, a arte é a mentira que nos ajuda a ver a verdade. Ambos estarão certos.” A palavra **‘Ambos’** faz referência a quais partes desse trecho?

Sugestão de resposta:

A palavras ‘Ambos’ faz referência a ‘São Tomás de Aquino’ e ‘Pablo Picasso.’

D2 - Estabelecer relações entre partes de um texto. Identificando repetições ou substituições que contribuem para a continuidade de um texto.

8. No trecho “Finalmente, a arte fala o idioma da intuição, não o da reflexão. É **ela** uma forma de liberar-se da vontade, de ir além do eu.” O termo destacado se refere a

- (A) arte.
- (B) reflexão.
- (C) intuição.
- (D) felicidade.
- (E) consciência.

Gabarito A.

D2 - Estabelecer relações entre partes de um texto. Identificando repetições ou substituições que contribuem para a continuidade de um texto.

9. No trecho “Segundo René Huyghe, a arte e o homem são indissociáveis.” Qual é a ideia estabelecida do elemento articulador **‘Segundo’**?
-

Sugestão de resposta:

A ideia estabelecida pelo articulador ‘Segundo’ é de conformidade.

10. No trecho “A partir daí nota-se inclusive uma melhora na percepção e na situação social do artista, pois os nobres e os ricos europeus aguçaram seus interesses pela beleza.” O termo **“pois”** pode ser substituído sem prejuízo de sentido por

- (A) se.
- (B) porém.
- (C) conforme.
- (D) uma vez que.
- (E) à medida que.

Gabarito D.

D15 - Estabelecer relação lógico-discursiva presente no texto, marcada por conjunções, advérbios etc.

11. No trecho “Não há arte sem homem, muito menos homem sem arte.” O autor utilizou como intensão discursiva específica as expressões: ‘arte sem homem’ / ‘homem sem arte’ para

- (A) minimizar o papel da arte na vida humana.
- (B) refrear o valor que a arte tem sobre o homem.
- (C) atenuar que a arte e o homem caminham juntas.
- (D) enfatizar que a arte e o homem são indissociáveis.
- (E) revelar que a arte e o homem são parte da fantasia.

Gabarito D.

D19 - Reconhecer o efeito de sentido decorrente da exploração de recursos ortográficos e/ou morfosintáticos.

Professor(a), a habilidade trabalhada com o D19 é muito necessária à aprendizagem do(a) estudante, principalmente por se tratar de “efeito de sentido” / recurso intencional por parte do autor. Os(as) estudantes, às vezes, têm dificuldade em saber que as escolhas que os autores fazem para a elaboração de um texto respondem às intenções discursivas específicas, sejam escolhas de palavras, sejam de estruturas morfológicas ou morfosintáticas. Dessa forma, um item relativo a essa habilidade deve, pois, conceder primazia aos efeitos discursivos produzidos pela escolha de determinada estrutura morfológica ou sintática. Incide, desse modo, sobre as razões de se conseguir alcançar certos “efeitos de sentido.” Ou seja, são os “efeitos de sentido” decorrentes das variações relativas aos padrões gramaticais da língua. Nesse viés, o ensino da “gramática pela gramática” não dá conta da habilidade descrita nesse descritor.

PARA SABER MAIS

A função do elemento articulador/conector é indicar qual tipo de raciocínio e estratégia argumentativa está sendo utilizado(a) pelo autor. Dessa forma, na hora de escolher um conectivo para indicar tais relações, é fundamental atentar-se ao sentido desejado. Esses elementos são responsáveis pela articulação (retomadas, referências, substituições) das partes do texto, conferindo a essas partes o propósito desejado pelo autor.



Imagem disponível em: <https://br.freepik.com>



De olho no Enem!

Os textos do **Enem** são longos e exigem atenção por parte do candidato, já que as **questões** são **interpretativas**, ou seja, **a resposta está no próprio texto do enunciado**.

Mesmo conhecido por ser cansativo, é possível **focar em uma leitura atenta** e conseguir ter um bom desempenho no exame.






Disponível em: <https://ead.ucs.br/blog/linguagem-codigos-e-suas-tecnologias>.
Acesso em: 6 jul. 2023 (adaptado).

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 12 (Enem), além de ler o **texto**, é necessário considerar o **enunciado**, bem como entender qual é o **gênero textual**, a linguagem **verbal e não verbal** na construção do texto, as palavras/expressões-chave **“as redes sociais estimulam diferentes comportamentos dos usuários”** e o **verbo “revelam”** no final do comando para saber qual é o **tema/assunto** do texto, afinal, é isso que o **enunciado** requer (em outras palavras).

12. (ENEM - 2019)

Os tipos cheios de si

O difícil é encontrar quem nunca cruzou com (ou se passou por) um desses on-line

 <p>O TURISTA EM TEMPO INTEGRAL Posta a ano inteiro fotos das férias (deste e de outros anos). Parece viver viajando.</p>	 <p>A ÚNICA BEM-AMADA Só ela tem o parceiro mais especial. Porque momentos a dois são mesmo para divulgar.</p>
 <p>O BALADEIRO VIDA LOUCA Quase dá para escutar o “Uhuuu!!!”, pelas fotos de bebidas e pistas de dança.</p>	 <p>O EXIBIDO HUMILDE Ele (acha que) disfarça ao dar dicas do próprio sucesso. Não engana ninguém.</p>
 <p>O BEM RELACIONADO DE OCASIÃO Descobriu quem é o “famoso” que aparece na foto naquela hora. Mas não deixa passar.</p>	 <p>O GOURMET DE APARÊNCIAS Por que ir a um restaurante se ninguém souber? É clique no prato.</p>
 <p>A MÃE ORGULHOSA DEMAIS Faz questão de contar todas as gracinhas. Até as que só têm graça para a mãe.</p>	 <p>O(A) LINDO(A) DEMAIS PARA NÃO MOSTRAR Acha que o dia de cabelo bom desculpa um autorretrato (<i>selfie</i>). Quem nunca, não é?</p>

Disponível em: <http://epoca.com> Acesso em: 20 mar. 2014.

De acordo com esse infográfico, as redes sociais estimulam diferentes comportamentos dos usuários que revelam

- (A) exposição exagerada dos indivíduos.
- (B) comicidade ingênua dos usuários.
- (C) engajamento social das pessoas.
- (D) disfarce do sujeito por meio de avatares.
- (E) autocrítica dos internautas.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/caderno_de_questoes_1_dia_caderno_1_azul_aplicacao_regulador.pdf. Acesso em: 2 jun. 2023.

Gabarito: A.

D5 - Interpretar um texto com auxílio de material gráfico diverso (propaganda, quadrinhos, foto etc.)

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

D6 - Identificar o tema de um texto.

(Enem) - Competência de área 1 - H1 - Identificar as diferentes linguagens e seus recursos expressivos como elementos de caracterização dos sistemas de comunicação.

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 13 (Enem) com segurança, além de **ler e interpretar os dois textos**, é necessário identificar o **tema** de cada **texto**. A sugestão é marcar palavras/expressões/ideias-chave. Outro aspecto é compreender o enunciado: **“Na comparação entre os textos, conclui-se que as regras do Estatuto do Idoso”** para comparar o texto I e o texto II e chegar à conclusão do que o enunciado requer. Veja que o comando é claro, você compara os **dois textos** visando chegar à **conclusão das regras do Estado do Idoso** (texto II), porém essa conclusão exige que você compreenda também o texto I, principalmente o trecho **“O Brasil está ficando para trás e é preciso levar em consideração que o País envelhece (tendência mundial) sem estar preparado para arcar com os desafios, como criar uma rede de proteção, preparar os serviços de saúde pública e dar suporte às famílias que precisam cuidar de seus idosos dependentes.”** Os textos podem ser vistos na relação de uns com os outros, ou seja, podem ser comparados, confrontados, com diferentes finalidades.

13. (ENEM - 2019)

TEXTO I

O Estatuto do Idoso completou 15 anos em 2018 e só no primeiro semestre o Disque 100 recebeu 16 mil denúncias de violação de direitos dos idosos em todo o País. Para especialistas da área, o aumento no número de denúncias pode ser consequência do encorajamento dos mais velhos na busca pelos direitos. Mas também pode refletir uma onda crescente de violência na sociedade e dentro das próprias famílias. Políticas públicas mais eficazes no atendimento ao idoso são o mínimo que um país deve estabelecer. O Brasil está ficando para trás e é preciso levar em consideração que o País envelhece (tendência mundial) sem estar preparado para arcar com os desafios, como criar uma rede de proteção, preparar os serviços de saúde pública e dar suporte às famílias que precisam cuidar de seus idosos dependentes.

Disponível em: www.folhadelondrina.com.br. Acesso em: 9 dez. 2018 (adaptado).

TEXTO II

DIREITO DOS IDOSOS

Estatuto do Idoso e a Constituição Federal asseguram:

- Atendimento preferencial no SUS
- Prioridade na tramitação de processos judiciais
- Vagas preferenciais em estacionamentos
- Meia-entrada em eventos culturais, esportivos e de lazer

Aos idosos de baixa renda também estão garantidos:

- Viagem gratuita em ônibus interestadual
- Assistência de um salário mínimo
- Acesso a mais de 20 programas sociais



Disponível em: www.brasil.gov.br. Acesso em: 9 dez. 2018.

Na comparação entre os textos, conclui-se que as regras do Estatuto do Idoso

- (A) apresentam vantagens em relação às de outros países.
- (B) são ignoradas pelas famílias responsáveis por idosos.
- (C) alteram a qualidade de vida das pessoas com mais de 60 anos.
- (D) precisam ser revistas em razão do envelhecimento da população.
- (E) contrastam com as condições de vida proporcionadas pelo País.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/2019_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 19 jun. 2023.

Gabarito E.

D20 - Reconhecer diferentes formas de tratar uma informação na comparação de textos que tratam do mesmo tema em função das condições em que eles foram produzidos e daquelas em que serão recebidos. (Enem) - Competência de área 7 - H22 - Relacionar, em diferentes textos, opiniões, temas, assuntos e recursos linguísticos.

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 14 (Enem), é necessário considerar a sua **leitura de mundo** e o **texto não verbal**. É fundamental interpretar o enunciado: **“Na obra Cabeça de touro, o material descartado torna-se objeto de arte por meio da mudança da funcionalidade pela integração dos objetos.”**, principalmente, a expressão **‘material descartado torna-se objeto de arte.’** A articulação **‘por meio da’** estabelece a relação apontada no comando, ideia de instrumento utilizado na execução da determinada ação. Veja que em: **‘mudança da funcionalidade pela integração dos objetos’**, isto é, partindo da junção dos objetos algo mudou de **“função”**, nesse contexto, há uma ideia implícita: A **reciclagem** resulta na **transformação** do objeto fonte. Na composição da obra de arte (visando uma transformação) para

formar a cabeça do touro foi utilizado um selim e um guidão de bicicleta (objetos comuns) que **foram afastados de sua funcionalidade para compor a arte.**

14. (ENEM - 2019)



PICASSO, P. Cabeça de touro. Bronze, 33,5 cm x 43,5 cm x 19 cm. Musée Picasso, Paris. França, 1945.

JANSON, H. W. Iniciação à história da arte. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

Na obra “Cabeça de touro”, o material descartado torna-se objeto de arte por meio da

- (A) reciclagem da matéria-prima original.
- (B) complexidade da combinação de formas abstratas.
- (C) perenidade dos elementos que constituem a escultura.
- (D) mudança da funcionalidade pela integração dos objetos.
- (E) fragmentação da imagem no uso de elementos diversificados.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/caderno_de_questoes_1_dia_caderno_1_azul_aplicacao_regular.pdf. Acesso em: 20 jun. 2023.

Gabarito: D.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

D5 - Interpretar um texto com auxílio de material gráfico diverso (propaganda, quadrinhos, foto etc.). (Enem) - Competência de área 4 - H12 - Reconhecer diferentes funções da arte, do trabalho da produção dos artistas em seus meios culturais.

SEMANA 2

Professor(a), as atividades da “Semana 2” priorizam o trabalho com os descritores: D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros. / D6 - Identificar o tema de um texto. / D10 - Identificar o conflito gerador do enredo e os elementos que constroem a narrativa. / D18 - Reconhecer o efeito de sentido decorrente da escolha de uma determinada palavra ou expressão. / D2 - Estabelecer relações entre partes de um texto. Identificando repetições ou substituições que contribuem para a continuidade de um texto. / D15 - Estabelecer relação lógico/discursiva presente no texto, marcada por conjunções, advérbios etc. / D14 - Distinguir um fato da opinião relativa a esse fato. / D20 - Reconhecer diferentes formas de tratar uma informação na comparação de textos que tratam do mesmo tema, em função das condições em que ele foi produzido e daquelas em que será recebido.

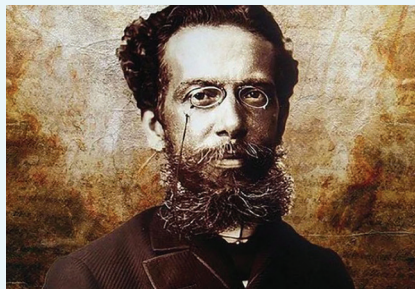
Nas questões do Enem algumas Competências e Habilidades foram apresentadas relacionadas aos descritores trabalhados: Competência de área 6 - H19 - Analisar a função da linguagem predominante nos textos em situações específicas de interlocução. / Competência de área 9 - H28 - Reconhecer a função e o impacto social das diferentes tecnologias da comunicação e informação. / H30 - Relacionar as tecnologias de comunicação e informação ao desenvolvimento das sociedades e ao conhecimento que elas produzem. / Competência de área 7- H22 - Relacionar, em diferentes textos, opiniões, temas, assuntos e recursos linguísticos. / Competência de área 7- H22 - Relacionar, em diferentes textos, opiniões, temas, assuntos e recursos linguísticos.

Você, professor(a), vai perceber que no desenvolvimento das aulas alguns descritores se repetem, esse aspecto é intencional e geralmente apresenta uma gradação, bem como uma certa complexidade no nível do texto, ou das atividades entre outros aspectos.



Disponível em: <https://shre.ink/IIGs>. Acesso em: 30 jun. 2023.

+ PARA SABER MAIS



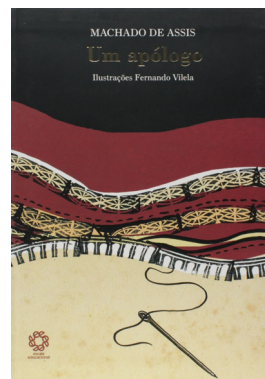
É impossível falar em literatura brasileira sem mencionar o nome do nosso maior autor: Machado de Assis (1839-1908). Considerado por muitos um gênio, Machado escreveu uma série de obras-primas literatura ocidental tendo sido o autor de clássicos como Dom Casmurro, O Alienista e Memórias Póstumas de Brás Cubas.

Disponível em: <https://www.culturagenial.com/machado-de-assis-vida-obra/>. Acesso em: 30 jun. 2023 (adaptado).

Leia o texto.

Um apólogo

Machado de Assis



Disponível em: <https://www.trabalhoscolares.net/um-apologo-machado-de-assis/>. Acesso em: 30 jun. 2023 (adaptado).

ERA UMA VEZ uma agulha, que disse a um novelo de linha:

— Por que está você com esse ar, toda cheia de si, toda enrolada, para fingir que vale alguma coisa neste mundo?

— Deixe-me, senhora.

— Que a deixe? Que a deixe, por quê? Porque lhe digo que está com um ar insuportável? Repito que sim, e falarei sempre que me der na cabeça.

— Que cabeça, senhora? A senhora não é alfinete, é agulha. Agulha não tem cabeça. Que lhe importa o meu ar? Cada qual tem o ar que Deus lhe deu. Importe-se com a sua vida e deixe a dos outros.

— Mas você é orgulhosa.

— Decerto que sou.
 — Mas por quê?
 — É boa! Porque coso. Então os vestidos e enfeites de nossa ama, quem é que os cose, senão eu?
 — Você? Esta agora é melhor. Você é que os cose? Você ignora que quem os cose sou eu, e muito eu?
 — Você fura o pano, nada mais; eu é que coso, prendo um pedaço ao outro, dou feição aos babados...
 — Sim, mas que vale isso? Eu é que furo o pano, vou adiante, puxando por você, que vem atrás, obedecendo ao que eu faço e mando...
 — Também os batedores vão adiante do imperador.
 — Você é imperador?
 — Não digo isso. Mas a verdade é que você faz um papel subalterno, indo adiante; vai só mostrando o caminho, vai fazendo o trabalho obscuro e ínfimo. Eu é que prendo, ligo, ajunto...

Estavam nisto, quando a costureira chegou à casa da baronesa. Não sei se disse que isto se passava em casa de uma baronesa, que tinha a modista ao pé de si, para não andar atrás dela. Chegou a costureira, pegou do pano, pegou da agulha, pegou da linha, enfiou a linha na agulha, e entrou a coser. Uma e outra iam andando orgulhosas, pelo pano adiante, que era a melhor das sedas, entre os dedos da costureira, ágeis como os galgos de Diana — para dar a isto uma cor poética. E dizia a agulha:

— Então, senhora linha, ainda teima no que dizia há pouco? Não repara que esta distinta costureira só se importa comigo; eu é que vou aqui entre os dedos dela, unidinha a eles, furando abaixo e acima.

A linha não respondia nada; ia andando. Buraco aberto pela agulha era logo enchido por ela, silenciosa e ativa como quem sabe o que faz, e não está para ouvir palavras loucas. A agulha vendo que ela não lhe dava resposta, calou-se também, e foi andando. E era tudo silêncio na saleta de costura; não se ouvia mais que o plic-plic plic-plic da agulha no pano. Caindo o sol, a costureira dobrou a costura, para o dia seguinte; continuou ainda nesse e no outro, até que no quarto acabou a obra, e ficou esperando o baile.

Veio a noite do baile, e a baronesa vestiu-se. A costureira, que a ajudou a vestir-se, levava a agulha espetada no corpinho, para dar algum ponto necessário. E quando compunha o vestido da bela dama, e puxava a um lado ou outro, arregaçava daqui ou dali, alisando, abotoando, acolchetando, a linha, para mofar da agulha, perguntou-lhe:

— Ora agora, diga-me quem é que vai ao baile, no corpo da baronesa, fazendo parte do vestido e da

elegância? Quem é que vai dançar com ministros e diplomatas, enquanto você volta para a caixinha da costureira, antes de ir para o balaio das mucamas? Vamos, diga lá.

Parece que a agulha não disse nada; mas um alfinete, de cabeça grande e não menor experiência, murmurou à pobre agulha:

— Anda, aprende, tola. Cansas-te em abrir caminho para ela e ela é que vai gozar da vida, enquanto aí ficas na caixinha de costura. Faz como eu, que não abro caminho para ninguém. Onde me espetam, fico.

Contei esta história a um professor de melancolia, que me disse, abanando a cabeça:

— Também eu tenho servido de agulha a muita linha ordinária!

Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/bv000269.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2023.

PARA SABER MAIS



O **Apólogo** é um gênero alegórico em que as personagens são animais, plantas, objetos ou até partes do corpo humano, trazendo um ensinamento de vida por meio de situações semelhantes às reais. Por meio da utilização de exemplos, o apólogo tem o objetivo de refletir sobre os conceitos humanos, visando modificá-los rumo a uma mudança de paradigma de ordem social e/ou moral.

A origem do apólogo, embora situada no oriente, está presente na literatura de todos os povos. Em termos semânticos, o termo advém do grego apólogos, que significa “narrativa detalhada”, junção de apo, “afastado, para fora”, com Logos, “palavra, discurso.”

Trata-se de um gênero bastante semelhante à **fábula**, embora, a diferença da última, se concentre em situações reais. Em relação à **parábola**, a diferença reside no fato de o **apólogo** tratar de todos os “tipos de lição” e não apenas questões religiosas e morais, como no caso da primeira.

Os apólogos são geralmente escritos em prosa, com enredos de considerável força imaginativa, buscando a evolução moral do leitor, por meio do autossacrifício, renúncia e abdicação de algo ou alguém por uma causa maior. Daí o caráter moral predominante.

Disponível em: <https://www.infoescola.com/generos-literarios/apologo/>. Acesso em: 3 jul. 2023 (adaptado).

Imagem disponível em: <https://br.freepik.com/vetores>.

Estudante, resumindo... Um **Apólogo** é uma narrativa que busca instruir lições de sabedoria ou ética, principalmente, por meio do uso de personagens inanimados com personalidades distintas.

Alegoria: é um modo de expressão ou interpretação que consiste em representar pensamentos, ideias, qualidades sob forma figurada.

15. O texto em estudo é um “**Apólogo**”, uma vez que é uma/um

- (A) narrativa curta que, em geral, apresenta apenas um conflito.
- (B) texto literário escrito em versos, que são distribuídos em estrofes.
- (C) gênero textual muito presente em jornais, revistas, portais de internet e blogs.
- (D) artigo de opinião por ser um texto dissertativo-argumentativo no qual o autor apresenta seu ponto de vista sobre determinado tema.
- (E) gênero alegórico no qual as personagens, principalmente as inanimadas, mostram um ensinamento de vida por meio de situações semelhantes às reais.

Gabarito E.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

16. Esse texto de Machado de Assis conta uma história que mostra uma agulha e uma linha em uma discussão acalorada na qual ambas as personagens procuram provar sua superioridade em relação à outra. Marque as alternativas que apontam palavras-chave que contribuem para completar a ideia desse tema do texto.

- () O orgulho.
- () O egoísmo.
- () A vaidade.

- () A modéstia.
- () A bondade.
- () A humildade.
- () A prepotência.
- () A simplicidade.

Respostas: O orgulho. / O egoísmo. / A vaidade. / A prepotência.

D6 - Identificar o tema de um texto.

17. O Apólogo de Machado de Assis quanto ao gênero literário e elementos que compõem a narrativa, em sua forma alegórica, além de apresentar uma “lição de moral”, evidencia uma disputa entre a agulha e um novelo de linha, cada um explicando seu devido valor na costura e desejando o destaque reconhecido pelo outro conforme as funções que desempenham na sala de costura. Desse tipo de texto também se deduz um ensinamento de vida, por meio de situações semelhantes às reais. Sendo assim, o Apólogo tem o objetivo de quê?

Sugestão de resposta:

Espera-se que o(a) estudante compreenda que o apólogo tem o objetivo de possibilitar a reflexão ao ser humano, levando-o à mudança em suas atitudes e comportamentos de ordem social e moral.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

18. Quais são os elementos da narrativa que caracterizam o texto?

Sugestão de resposta:

Os elementos da narrativa que caracterizam o texto são: personagens, tempo, espaço, tipo de narrador e o enredo.

D10 - Identificar o conflito gerador do enredo e os elementos que constroem a narrativa.

19. No texto em estudo, quem são as personagens principais?

Sugestão de resposta:

As personagens principais são: o novelo de linha e a agulha.

D10 - Identificar o conflito gerador do enredo e os elementos que constroem a narrativa.

20. E quem são as personagens secundárias?

Sugestão de resposta:

As personagens secundárias são: o alfinete, o professor de melancolia, a costureira, a baronesa e a modista.

D10 - Identificar o conflito gerador do enredo e os elementos que constroem a narrativa.

21. No texto em estudo, há um **tempo cronológico** que delimita um período temporal, em que a história se passa em torno de quatro a cinco dias. No foco narrativo, o destaque é dado a uma **voz narrativa em 3ª pessoa** (discursiva), bem característico do **narrador onisciente**, que é aquele tipo de narrador que sabe de quê?

Sugestão de resposta:

Esse é um tipo de narrador que sabe sobre o passado, o presente e o futuro de cada personagem da narrativa, bem como seus pensamentos e estados emocionais, portanto, o narrador onisciente sabe o que as personagens sentem e pensam (mesmo não participando como personagem da história).

D10 - Identificar o conflito gerador do enredo e os elementos que constroem a narrativa.

22. No texto, “Um apólogo” de Machado de Assis, além da presença do narrador em 3ª pessoa (narrador onisciente), identifica-se um outro tipo de narrador, em **1ª pessoa do discurso**. Especialmente, nesse texto, esse narrador

- (A) participa da história não como personagem protagonista, mas como um coadjuvante que vê o que narra, mas sem ser o centro do enredo.
- (B) participa como personagem protagonista e todas as ações que compõem a história giram apenas em torno dele, não dando lugar para nenhuma outra voz.
- (C) narra apenas em 3ª pessoa e conta apenas o que vê, observando a sua volta sem se preocupar com o que as personagens pensam.
- (D) narra de modo neutro conhecendo intimamente todas as personagens e desse modo expõe todos os fatos mantendo um certo distanciamento.
- (E) narra de maneira intrusa expondo os sentimentos e atitudes das personagens, emitindo opinião apenas sobre os sentimentos.

Gabarito A

D10 - Identificar o conflito gerador do enredo e os elementos que constroem a narrativa.

Estudante, vamos refletir um pouco? ... No texto “Um apólogo” de Machado de Assis, o autor cria a sua **alegoria** em prosa por meio dos **objetos inanimados** evidenciando a condição precária do ser humano: **egoísta, vaidoso, orgulhoso, prepotente**. A **moral desse texto é que**: em diversas profissões sempre tem alguém que se acha superior ao outro (função) e que muitas vezes tira proveito disso menosprezando o trabalho do outro por se achar melhor em tudo o que faz. Infelizmente, há pessoas que se aproveitam do trabalho alheio e, claro, ficam com todos os créditos. Quantos não se veem desse modo em muitas áreas na atualidade? Esse texto deixa evidente que é preciso educar as pessoas para que elas tenham atitudes éticas.



De olho no Enem!

+ PARA SABER MAIS



São seis as funções da linguagem, sempre inseridas em nossos atos comunicativos: **Referencial / Emotiva (Expressiva) / Conativa (Apelativa) / Poética / Fática / Metalinguística**.

1. Função Referencial: tem o objetivo de informar o interlocutor por meio de uma linguagem clara, objetiva que aceita apenas uma interpretação. (geralmente, com o discurso em 3ª pessoa sem evidenciar opinião do emissor da mensagem).

2. Função Emotiva (Expressiva): nos textos os quais essa função é predominante, observa-se que o discurso é construído na primeira pessoa, ressaltando, assim, a subjetividade da linguagem. A finalidade é conquistar a adesão do interlocutor por

meio de uma mensagem que contempla também, em muitos casos, o ponto de vista.

3. Função Conativa (Apelativa): tem foco no receptor da mensagem com a intenção de convencer, persuadir o leitor. Geralmente, há a presença de verbos no modo imperativo, que têm a intenção de indicar a forma como o outro deve agir.

4. Função Poética: nos textos nos quais predominam essa função, a linguagem é mais trabalhada apresentando mais literariedade (figuras de linguagem, poesia, estilo, linguagem mais interpretativa, inclusive pode ter “sentimentalismo e subjetividade – o que causa dúvidas entre função “poética e emotiva” – nesse caso e nos outros, considera-se a predominância de uma determinada função para fazer a definição).

5. Função Fática: é aquela que apresenta uma intencionalidade centrada no ato comunicativo, isto é, o locutor busca estratégias para manter a interação, o canal aberto de comunicação com o receptor.

6. Função Metalinguística: é identificada quando uma mensagem faz uso do próprio código para falar dele mesmo, isso é, é a língua falando da língua.

Disponível em: <https://shre.ink/9qgD>. Acesso em: 5 jul. 2023 (adaptado).

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 23 (Enem), é importante considerar, além da leitura do texto, a linguagem, **a função predominante da linguagem**, para tanto, sugerimos a leitura do quadro “Para saber mais!!” – “**Funções da linguagem.**” No “enunciado” da questão, é preciso considerar uma retomada nos “**elementos da comunicação**” e as “**funções da linguagem.**” É necessário lembrar que um texto pode ter mais de uma “**função da linguagem**” e que, para saber qual é a resposta, é necessário olhar para aquela que aparece mais, isto é, que é **predominante**.

23. (ENEM - 2020)

Vou-me embora p’ra Pasárgada foi o poema de mais longa gestação em toda a minha obra. Vi pela primeira vez esse nome Pasárgada quando tinha os meus dezesseis anos e foi num autor grego. [...] Esse nome de Pasárgada, que significa “campo dos persas” ou “tesouro dos persas”, suscitou na minha imaginação uma paisagem fabulosa, um país de delícias, como o de L’invitation au Voyage, de Baudelaire. Mais de vinte anos depois, quando eu morava só na minha casa da Rua do Curvelo, num momento

de fundo desânimo, da mais aguda sensação de tudo o que eu não tinha feito em minha vida por motivo da doença, saltou-me de súbito do subconsciente este grito estapafúrdio: “Vou-me embora p’ra Pasárgada!” Senti na redondilha a primeira célula de um poema, e tentei realizá-lo, mas fracassei. Alguns anos depois, em idênticas circunstâncias de desalento e tédio, me ocorreu o mesmo desabafo de evasão da “vida besta”. Desta vez o poema saiu sem esforço como se já estivesse pronto dentro de mim. Gosto desse poema porque vejo nele, em escorço, toda a minha vida; [...] Não sou arquiteto, como meu pai desejava, não fiz nenhuma casa, mas reconstruí e “não de uma forma imperfeita neste mundo de aparências”, uma cidade ilustre, que hoje não é mais a Pasárgada de Ciro, e sim a “minha” Pasárgada.

BANDEIRA, M. *Itinerário de Pasárgada. Rio de Janeiro: Nova Fronteira; Brasília: INL, 1984*

Os processos de interação comunicativa preveem a presença ativa de múltiplos elementos da comunicação, entre os quais se destacam as funções da linguagem. Nesse fragmento, a função da linguagem predominante é a

- (A) emotiva, porque o poeta expõe os sentimentos de angústia que o levaram à criação poética.
- (B) referencial, porque o texto informa sobre a origem do nome empregado em um famoso poema de Bandeira.
- (C) metalinguística, porque o poeta tece comentários sobre a gênese e o processo de escrita de um de seus poemas.
- (D) poética, porque o texto aborda os elementos estéticos de um dos poemas mais conhecidos de Bandeira.
- (E) apelativa, porque o poeta tenta convencer os leitores sobre sua dificuldade de compor um poema.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2020_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 28 jun. 2023.

Gabarito C.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

(Enem) - Competência de área 6 - H19 - Analisar a função da linguagem predominante nos textos em situações específicas de interlocução.

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 24 (Enem), é preciso, além da leitura analítica, atentar-se para o **"enunciado"**, que aponta com clareza o que deve ser feito para interpretar a questão e chegar ao gabarito. Percebe-se que o comando requer que o(a) estudante compreenda qual é a **finalidade desses aplicativos** de acordo com o texto, esse aspecto é evidenciado no uso do elemento articulador **"para."** Assim, como ter essa certeza? A busca passa pela **compreensão do tema**, entendimento da palavra do "enunciado" (**"inter-relação"**) entre tecnologia e sociedade" (inter-relação=relação recíproca/correspondência mútua) e retomada em partes do texto, como: **"é difícil encontrar grupos" / "aplicativos que reúnem times" / "usa como ferramenta de gestão do grupo."** Atenção para a **ideia/palavra-chave** que se repete nessas partes.

24. (ENEM - 2020)

Deu vontade de jogar, mas não sabe como reunir os amigos...

Muitas vezes é difícil encontrar grupos para bater uma bola. Em função disso, estão sendo disponibilizados aplicativos que reúnem times e reservam espaços para os adeptos da paixão nacional. Num exemplo dessas iniciativas, é possível organizar uma partida de futebol, se inscrever para participar de um jogo, alugar campos e quadras, convidar jogadores. O aplicativo tem dois tipos de usuários: um que o usa como ferramenta de gestão do grupo, convidando amigos para jogar, vendo quem confirmou e avaliando os jogos. Outro usuário é o que busca partidas perto de onde ele está, caso de pessoas que estão de passagem numa cidade.

BENEDICTO, M.; MARLI, M. Bola na rede. Retratos: a revista do IBGE, n. 2, 2017 (adaptado).

A inter-relação entre tecnologia e sociedade tem estimulado a criação de aplicativos. Nesse texto, isso é percebido pelo desenvolvimento de aplicativos para

- (A) organização de eventos de competições esportivas.
- (B) agendamento de viagens para eventos de esporte amador.
- (C) mapeamento dos interesses dos praticantes acerca dos esportes.
- (D) identificação da escassez de espaços para a vivência dos esportes.
- (E) formação de grupos em comunidades virtuais para a prática esportiva.

Gabarito E.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

(Enem) - Competência de área 9 - H28 - Reconhecer a função e o impacto social das diferentes tecnologias da comunicação e informação.

H30 - Relacionar as tecnologias de comunicação e informação ao desenvolvimento das sociedades e ao conhecimento que elas produzem.

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 25 (Enem), é fundamental uma leitura analítica, especialmente para perceber que o **"texto é de opinião"** (informação importante do **"enunciado"**), porém apresenta uma linguagem **"distensa"**, com **"pouca formalidade"**, isto é, **uma linguagem ampliada, mais extensa, mais intensa, mais desenvolvida**. O **'enunciado'** está muito claro, porém, de alguma forma, apresenta **implicitamente** que é necessário olhar para a **"construção do texto"**, por isso, no **'enunciado'**, o enfoque na expressão: **"marcas linguísticas revelam"**, ou seja, considerando o **"texto e o enunciado"** que **'marcas'** são essas que **'revelam' "uma situação distensa e de pouca formalidade"** e que está nesse **'texto de opinião'** da questão? Ora!!! Se o texto é de **'opinião'** e essa ideia foi **"retomada no enunciado (comando)"**, a **'opinião'** deve ser considerada. Para responder, é necessário saber também o que são **'marcas linguísticas'** (são termos/palavras/expressões/intencionalidades/pontuação entre outras **'marcas'**). Compreendendo melhor: as **'marcas linguísticas'** apontam / **'revelam'** alguma coisa que vai ser mostrada (no texto) que faz parte da **"língua dos textos/enunciados."**

25. (ENEM - 2022)

Urgência emocional

Se tudo é para ontem, se a vida engata uma primeira e sai em disparada, se não há mais tempo para paradas estratégicas, caímos fatalmente no vício de querer que os amores sejam igualmente resolvidos num átimo de segundo. Temos pressa para ouvir "eu te amo". Não vemos a hora de que fiquem estabelecidas as regras de convívio: somos namorados, ficantes, casados, amantes? Urgência emocional. Uma cilada. Associamos diversas palavras ao AMOR: paixão, romance, sexo, adrenalina, palpitação. Esquecemos, no entanto, da palavra que viabiliza esse sentimento: "paciência". Amor sem paciência não vinga. Amor não pode ser mastigado e engolido com

emergência, com fome desesperada. É uma refeição que pode durar uma vida.

MEDEIROS, M. Disponível em: <http://porumavidasimples.blogspot.com.br>. Acesso em: 20 ago. 2017 (adaptado).

Nesse texto de opinião, as marcas linguísticas revelam uma situação distensa e de pouca formalidade, o que se evidencia pelo(a)

- (A) impessoalização ao longo do texto, como em: “se não há mais tempo”.
- (B) construção de uma atmosfera de urgência, em palavras como: “pressa”.
- (C) repetição de uma determinada estrutura sintática, como em: “Se tudo é para ontem”.
- (D) ênfase no emprego da hipérbole, como em: “uma refeição que pode durar uma vida”.
- (E) emprego de metáforas, como em: “a vida engata uma primeira e sai em disparada”.

Gabarito E.

D18 - Reconhecer o efeito de sentido decorrente da escolha de uma determinada palavra ou expressão. (Enem) - Competência de área 7- H22 - Relacionar, em diferentes textos, opiniões, temas, assuntos e recursos linguísticos.

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 26 (Enem), é necessária uma leitura analítica, principalmente para perceber que o **“texto é narrativo”** e por isso é preciso considerar os **“elementos que compõem a narrativa”**: **“narrador”, “personagens”** dentre outros. É muito importante olhar para o **“enunciado”** e compreender o que ele requer. Veja que não basta fazer uma leitura geral, é preciso atentar-se para os **“detalhes”** postos no **‘enunciado’** da questão: **“Incorporando o devaneio da personagem, o narrador compõe uma alegoria que representa o anseio de”** (retomar, no texto, personagem e narrador). Considerar palavras-chave do **‘enunciado’**, como **“devaneio”**, ou seja, utopia/sonho/aquilo que se deseja realizar e **“alegoria”**, ou seja, modo de expressar algo, interpretação que consiste em representar **“pensamentos, ideias, qualidades (de modo figurado/interpretativo/literário).**

Atenção!!! Nem sempre daremos conta de todos os **“significados das palavras/expressões”** (isso é humanamente, impossível), mas a(s) palavra(s) / expressões que vier/vierem no texto e no **‘enunciado’** deve(m) ser considerada(s) dentro desse texto (levando em conta o contexto, o tema do texto, ideias-chave etc. , assim, conseguimos compreender o que ela(s) significa(m) dentro daquilo que o texto diz (na visão do autor).

26. (ENEM - 2019)

Ela nasceu lesma, vivia no meio das lesmas, mas não estava satisfeita com sua condição. Não passamos de criaturas desprezadas, queixava-se. Só somos conhecidas por nossa lentidão. O rastro que deixaremos na História será tão desprezível quanto a gosma que marca nossa passagem pelos pavimentos.

A esta frustração correspondia um sonho: a lesma queria ser como aquele parente distante, o escargot. O simples nome já a deixava fascinada: um termo francês, elegante, sofisticado, um termo que as pessoas pronunciavam com respeito e até com admiração. Mas, lembravam as outras lesmas, os escargots são comidos, enquanto nós pelo menos temos chance de sobreviver. Este argumento não convencia a insatisfeita lesma, ao contrário: preferiria exatamente terminar sua vida desta maneira, numa mesa de toalha adamacada, entre talheres de prata e cálices de cristal. Assim como o mar é o único túmulo digno de um almirante batavo, respondia, a travessa de porcelana é a única lápide digna dos meus sonhos.

SCLIAR, M. *Sonho de lesma*. In: ABREU, C. F. et al. *A prosa do mundo*. São Paulo: Global, 2009.

Incorporando o devaneio da personagem, o narrador compõe uma alegoria que representa o anseio de

- (A) rejeitar metas de superação de desafios.
- (B) restaurar o estado de felicidade pregressa.
- (C) materializar expectativas de natureza utópica.
- (D) rivalizar com indivíduos de condição privilegiada.
- (E) valorizar as experiências hedonistas do presente.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/2019_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 28 jun. 2023.

Gabarito C.

D10 - Identificar o conflito gerador do enredo e os elementos que constroem a narrativa. (Enem) - Competência de área 5 - H16 - Relacionar informações sobre concepções artísticas e procedimentos de construção do texto literário.

SEMANA 3

Professor(a), as atividades da “Semana 3” priorizam o trabalho com os descritores: D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros. / D6 - Identificar o tema de um texto. / D2 - Estabelecer relações entre partes de um texto. Identificando repetições ou substituições que contribuem para a continuidade de um texto. / D15 - Estabelecer relação lógico/discursiva presente no texto, marcada por conjunções, advérbios etc. / D14 - Distinguir um fato da opinião relativa a esse fato. / D20 - Reconhecer diferentes formas de tratar uma informação na comparação de textos que tratam do mesmo tema, em função das condições em que ele foi produzido e daquelas em que será recebido.

Nas questões do Enem, algumas Competências e Habilidades foram apresentadas relacionadas aos descritores trabalhados: Competência de área 7 - H22 - Relacionar, em diferentes textos, opiniões, temas, assuntos e recursos linguísticos./ Competência de área - H23 - Inferir em um texto quais são os objetivos de seu produtor e quem é seu público alvo, pela análise dos procedimentos argumentativos utilizados./ H24 - Reconhecer no texto estratégias argumentativas empregadas para o convencimento do público, tais como a intimidação, sedução, comoção, chantagem, entre outras./ Competência de área 6 - H18 - Identificar os elementos que concorrem para a progressão temática e para a organização e estruturação de textos de diferentes gêneros e tipos.

Você vai perceber que no desenvolvimento das aulas alguns descritores se repetem, esse aspecto é intencional e geralmente apresenta uma gradação, bem como uma certa complexidade no nível do texto, ou das atividades entre outros aspectos.



Disponível em: <https://shre.ink/9Rge>. Acesso em: 3 jul. 2023.

+ PARA SABER MAIS

A notícia é um gênero textual que pertence ao domínio jornalístico e **tem como finalidade o relato de fatos** e acontecimentos tendo como referencial a realidade. Ela tem como suporte os veículos de comunicação impresso (jornais e revistas) e as mídias digitais (redes sociais, websites e blogs).

Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/redacao/noticia.htm>. Acesso em: 7 jul. 2023.

Leia os textos.

TEXTO I

Um mundo inexplorado: como é a vida nas profundezas do oceano?

As regiões mais profundas dos oceanos são pouco exploradas — e há dificuldades técnicas para acessá-las. A pressão extrema no fundo do mar, a falta de luz e as baixas temperaturas tornam as expedições desafiadoras.

A alta pressão nas profundezas, inclusive, está entre as hipóteses para o colapso do submersível que fazia uma expedição turística aos destroços do Titanic. O acidente ocorreu a 3.200 metros da superfície, na chamada zona de escuridão, uma área inóspita, onde apenas algumas espécies marinhas sobrevivem.

Peixes que alcançam as zonas mais profundas têm adaptações para resistir à pressão — na área onde estão os destroços do Titanic, por exemplo, ela é equivalente ao peso de 35 elefantes sobre os ombros — e à falta de luz.

Disponível em: <https://noticias.uol.com.br/meio-ambiente/ultimas-noticias/redacao/2023/06/24/como-e-viver-nas-profundezas-do-oceano.htm>. Acesso em: 3 jul. 2023.

TEXTO II

Por que animais sobrevivem no fundo do mar e nós não aguentamos



Peixe-caracol foi filmado e capturado perto do Japão em abril, a mais de 8 mil metros de profundidade

A região onde estão os destroços do Titanic — em que o submersível Titan se perdeu — é permanentemente escura e tem pressão de 200 vezes a do interior de um pneu. Segundo a Guarda Costeira dos EUA, foi justamente a pressão excessiva que fez com que o veículo implodisse, matando as cinco pessoas a bordo. O ambiente é inóspito para humanos, mas há outros seres vivos que conseguem sobreviver até em águas mais profundas.

Disponível em: <https://noticias.uol.com.br/meio-ambiente/ultimas-noticias/redacao/2023/06/22/como-peixes-sobrevivem-oceano-profundo.htm>. Acesso em: 3 jul. 2023.

27. Considerando o estudo dos gêneros textuais, qual é o objetivo geral de uma notícia?

O objetivo geral de uma notícia é informar sobre um acontecimento real, cuja linguagem é clara e formal.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

28. Qual é o objetivo/finalidade do texto 1 e do texto 2?

Sugestão de resposta:

O objetivo do texto 1 é informar como acontece a vida nas regiões poucas exploradas e mais profundas dos oceanos.

E o objetivo do texto 2 é informar que no fundo do mar alguns animais sobrevivem, mas os humanos não conseguem sobreviver.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

29. Qual é o tema do texto 1 e do texto 2?

Sugestão de resposta:

O tema do texto 1 é: O desafio de viver no fundo do mar devido às profundezas dos oceanos. Já o tema do texto 2 é: Alguns animais conseguem sobreviver em um ambiente inóspito nas profundezas dos oceanos, já as pessoas, não.

D6 - Identificar o tema de um texto.

Estudante, os **articuladores textuais**, ou **marcadores discursivos**, são expressões linguísticas, provenientes das classes de conjunções, advérbios, preposições, envolvidas na **construção do sentido do texto**. Esses articuladores relacionam segmentos textuais

de qualquer extensão (parágrafos, períodos, sequências textuais ou porções maiores do texto) e contribuem para a interpretação do enunciado, com três funções relevantes: cognitiva, por guiarem o interlocutor durante o **percurso interpretativo do texto**; enunciativa, por remeterem ao próprio evento da enunciação; argumentativa, por mostrarem a **orientação argumentativa do texto**.

30. No trecho: “As regiões mais profundas dos oceanos são pouco exploradas — e há dificuldades técnicas para acessá-las.” O termo ‘las’ retoma qual palavra?

O termo ‘las’ retoma a palavra “regiões.”

D2 - Estabelecer relações entre partes de um texto. Identificando repetições ou substituições que contribuem para a continuidade de um texto.

31. No trecho: “Peixes que alcançam as zonas mais profundas têm adaptações para resistir à pressão...” O termo ‘que’ pode ser substituído por:

- (A) cujos.
- (B) em cujos.
- (C) em que.
- (D) os quais.
- (E) nos quais.

Gabarito D.

D2 - Estabelecer relações entre partes de um texto. Identificando repetições ou substituições que contribuem para a continuidade de um texto.

32. Qual é o elemento articulador que apresenta uma ideia de “**conformidade**” e que pode substituir a palavra ‘**Segundo**’, no trecho a seguir:

“**Segundo** a Guarda Costeira dos EUA, foi justamente a pressão excessiva que fez com que o veículo implodisse, matando as cinco pessoas a bordo.”

- (A) Se.
- (B) Assim.
- (C) Ademais.
- (D) Consoante.
- (E) Consequentemente.

Gabarito D.

D15 - Estabelecer relação lógico/discursiva presente no texto, marcada por conjunções, advérbios etc.

33. No trecho: “O ambiente é inóspito para humanos, mas há outros seres vivos que conseguem sobreviver até em águas mais profundas.” O articulador **‘mas’** estabelece uma ideia de

- (A) causa.
- (B) adição.
- (C) oposição.
- (D) conclusão.
- (E) proporção.

Gabarito C.

D15 - Estabelecer relação lógico/discursiva presente no texto, marcada por conjunções, advérbios etc.

Estudante, é muito importante saber identificar no percurso do texto o que é “fato” e “opinião”. Sendo assim, vamos retomar esse conhecimento?

Fato: algo cuja existência é inquestionável, real, verdadeiro, concreto.

Opinião: é a subjetividade, isto é, o modo de pensar e julgar do locutor/emissor da mensagem.

Obs.: Nos textos, o **“fato”** pode aparecer junto com a **“opinião”**, afinal, nada pode ser visto no texto “separado/solto/aleatório.” Nesse caso, para definir o que é o **“fato”** e o que é a **“opinião”** relativa a esse “fato”, basta considerar a **“predominância”**, ou seja, o que mais aparece de modo insistente e ressaltado, define se é **(fato ou opinião)**.

34. Identifique nos trechos a seguir **“fato”** e **“opinião”** e comente justificando a sua resposta.

“As regiões mais profundas dos oceanos são pouco exploradas — e há dificuldades técnicas para acessá-las.”

“A pressão extrema no fundo do mar, a falta de luz e as baixas temperaturas tornam as expedições desafiadoras.”

“O acidente ocorreu a 3.200 metros da superfície, na chamada zona de escuridão, uma área inóspita, onde apenas algumas espécies marinhas sobrevivem.”

Sugestão de resposta:

As opiniões são: ‘As regiões mais profundas dos oceanos são pouco exploradas — e há dificuldades técnicas para acessá-las.’ / ‘A pressão extrema no fundo do mar, a falta de luz e as baixas temperaturas tornam as expedições desafiadoras.’

O fato é: ‘O acidente ocorreu a 3.200 metros da superfície, na chamada zona de escuridão, uma área inóspita, onde apenas algumas espécies marinhas sobrevivem.’

As opiniões são os julgamentos, o juízo de valor que são apresentados especialmente sobre as regiões mais profundas dos oceanos e acerca das expedições que, segundo a opinião, são ‘desafiadoras.’

D14 - Distinguir um fato da opinião relativa a esse fato.

35. Comparando o texto 1 e o texto 2 quanto ao assunto, percebe-se que ambos os textos são

- (A) divergentes.
- (B) excludentes.
- (C) incoerentes.
- (D) inconsistentes.
- (E) complementares.

Gabarito E.

D20 - Reconhecer diferentes formas de tratar uma informação na comparação de textos que tratam do mesmo tema, em função das condições em que ele foi produzido e daquelas em que será recebido.



De olho no Enem!

Estudante, para responder à questão 36 (Enem), é necessário, além da leitura analítica, reconhecer que o Texto I e o Texto II falam sobre **“criatividade”**; porém, o texto II apresenta um aspecto particular “13 de maio – Dia das Mães.” O uso dessa particularidade faz pensar nas muitas possibilidades de significado da palavra **“criação”** e, assim, suscita outras interpretações. Considerando o contexto, o **‘Dia das Mães’** dentre outros aspectos, **‘criação’** também pode significar **criação de filhos**. Desse modo, é fundamental buscar no conhecimento ao longo de sua formação a compreensão e o conceito de **“polissemia”**, isto é, o fenômeno linguístico no qual uma mesma palavra tem mais de um significado dependendo do contexto empregado. Veja que o **“enunciado”** deixa claro, a necessidade de olhar para ambos os textos, mas focaliza o Texto II e o **“conceito” de criatividade** (Texto I).

36. (ENEM – 2017)

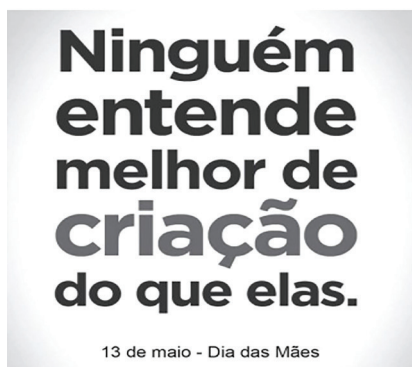
TEXTO I

Criatividade em publicidade: teorias e reflexões

Resumo: O presente artigo aborda uma questão primordial na publicidade: a criatividade. Apesar de aclamada pelos departamentos de criação das agências, devemos ter a consciência de que nem todo anúncio é, de fato, criativo. A partir do resgate teórico, no qual os conceitos são tratados à luz da publicidade, busca-se estabelecer a compreensão dos temas. Para elucidar tais questões, é analisada uma campanha impressa da marca XXXX. As reflexões apontam que a publicidade criativa é essencialmente simples e apresenta uma releitura do cotidiano.

DEPEXE, S. D. *Travessias: Pesquisas em Educação, Cultura, Linguagem e Artes*, n. 2, 2008.

TEXTO II



Homenagem ao Dia das Mães 2012. Disponível em: www.comunicacao.com.br. Acesso em: 3 ago. 2012 (adaptado).

Os dois textos apresentados versam sobre o tema criatividade. O Texto I é um resumo de caráter científico e o Texto II, uma homenagem promovida por um site de publicidade. De que maneira o Texto II exemplifica o conceito de criatividade em publicidade apresentado no Texto I?

- (A) Fazendo menção ao difícil trabalho das mães em criar seus filhos.
- (B) Promovendo uma leitura simplista do papel materno em seu trabalho de criar os filhos.
- (C) Explorando a polissemia do termo “criação”.
- (D) Recorrendo a uma estrutura linguística simples.
- (E) Utilizando recursos gráficos diversificados.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/ásica_o_basica/enem/provas/2017/2017_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 11 jul. 2023.

Gabarito C.

D20 - Reconhecer diferentes formas de tratar uma informação na comparação de textos que tratam

do mesmo tema em função das condições em que eles foram produzidos e daquelas em que serão recebidos.

(Enem) - Competência de área 7 - H22 - Relacionar, em diferentes textos, opiniões, temas, assuntos e recursos linguísticos.

Estudante, para chegar à resposta da questão 37 (Enem), é importante que, além de ler e interpretar o texto de maneira efetiva, perceber as palavras-chave do **“enunciado”** que direcionam à resposta: **“as estratégias argumentativas e o uso da linguagem na produção da propaganda.”**, outro ponto é considerar algumas expressões-chave do texto, como: **“refletem apenas o pensamento de uma minoria” / “convencer o ouvinte ou o leitor de que, em termos de opinião / “aderir às teses que lhes são apresentadas” / “conformismo induzido por pressões do grupo sobre o indivíduo isolado.”**

37. (ENEM – 2017)

PROPAGANDA — O exame dos textos e mensagens de Propaganda revela que ela apresenta posições parciais, que refletem apenas o pensamento de uma minoria, como se exprimissem, em vez disso, a convicção de uma população; trata-se, no fundo, de convencer o ouvinte ou o leitor de que, em termos de opinião, está fora do caminho certo, e de induzi-lo a aderir às teses que lhes são apresentadas, por um mecanismo bem conhecido da psicologia social, o do conformismo induzido por pressões do grupo sobre o indivíduo isolado.

BOBBIO, N.; MATTEUCCI, N.; PASQUINO, G. *Dicionário de política*. Brasília: UnB, 1998

(adaptado)

De acordo com o texto, as estratégias argumentativas e o uso da linguagem na produção da propaganda favorecem a

- (A) reflexão da sociedade sobre os produtos anunciados.
- (B) difusão do pensamento e das preferências das grandes massas.
- (C) imposição das ideias e posições de grupos específicos.
- (D) decisão consciente do consumidor a respeito de sua compra.
- (E) identificação dos interesses do responsável pelo produto divulgado.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/ásica_o_basica/enem/provas/2017/2017_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 11 jul. 2023.

Gabarito C.

D12- Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

(Enem) - Competência de área - H23 - Inferir em um texto quais são os objetivos de seu produtor e quem é seu público-alvo, pela análise dos procedimentos argumentativos utilizados.

H24 - Reconhecer no texto estratégias argumentativas empregadas para o convencimento do público, tais como a intimidação, sedução, comoção, chantagem, entre outras.

Estudante, para chegar à resposta da questão 38 (Enem), é necessário considerar que o texto é literário, por isso, tem uma linguagem carregada de literariedade e plurissignificação. Além de **identificar o tema do texto**, você precisa interpretar no **"enunciado"** aspectos-chave para alcançar a opção-resposta. Para tanto, considere no **'enunciado': "recursos linguísticos" / "os textos mobilizam estratégias para introduzir e retomar ideias" / "progressão do tema" / "um novo aspecto do tema" / "para introduzir e retomar ideias."**

Retome conhecimentos já estudados como: **'recursos linguísticos'**, ou seja, formas de expressar algo (pode ser a escolha de uma determinada palavra/expressão, pode ser o uso intencional de um elemento articulador/conector, uma retomada de ideias no texto, entre outros aspectos da língua. / **'estratégia'**, isto é, processo, procedimento, movimento dentro do texto com uma intenção. / **'Progressão do tema'**, ou seja, um procedimento utilizado para dar sequência aos textos escritos, para retomar algo que foi dito antes, apontamento de informações que contribuam para que o texto avance no desenvolvimento do tema (no caso da questão em análise).

38. (ENEM – 2017)

Essas moças tinham o vezo de afirmar o contrário do que desejavam. Notei a singularidade quando principiaram a elogiar o meu paletó cor de macaco. Examinavam-no sérias, achavam o pano e os aviamentos de qualidade superior, o feitio admirável. Envaideci-me: nunca havia reparado em tais vantagens. Mas os gabos se prolongaram, trouxeram-me desconfiança. Percebi afinal que elas zombavam e não me susceptibilizei. Longe disso: achei curiosa aquela maneira de falar pelo avesso, diferente das grosserias a que me habituara. Em geral me diziam com franqueza que a roupa não me assentava no corpo, sobrava nos sovacos.

RAMOS, G. *Infância*. Rio de Janeiro: Record, 1994

Por meio de recursos linguísticos, os textos mobilizam estratégias para introduzir e retomar ideias, promovendo a progressão do tema. No fragmento transcrito, um novo aspecto do tema é introduzido pela expressão

- (A) "a singularidade"
- (B) "tais vantagens".
- (C) "os gabos".
- (D) "Longe disso".
- (E) "Em geral".

Disponível em: https://download.inep.gov.br/ásica_o_basica/enem/provas/2017/2017_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 11 jul. 2023.

Gabarito D.

D2- Estabelecer relações entre partes de um texto. Identificando repetições ou substituições que contribuam para a continuidade de um texto.

(Enem) - Competência de área 6 - H18 - Identificar os elementos que concorrem para a progressão temática e para a organização e estruturação de textos de diferentes gêneros e tipos.

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 39 (Enem), além da leitura analítica é necessário compreender o que o **"enunciado"** requer. Para tanto, veja esta expressão do **'enunciado': "A linguagem cumpre diferentes funções no processo de comunicação"**, esse conhecimento recobra o entendimento das **seis funções da linguagem** apresentadas neste material na "Semana 2". Outro aspecto do **'enunciado'** é: **"A função que predomina nos textos I e II"**, veja que o comando faz com que você, estudante, busque em sua formação as seis funções da linguagem e escolha a que **'predomina'** nos dois textos (vale lembrar que um texto pode ter mais de uma **"função da linguagem"**, porém sempre uma será **predominante**).

39. (ENEM – 2017)

TEXTO I

Fundamentam-se as regras da Gramática Normativa nas obras dos grandes escritores, em cuja linguagem as classes ilustradas põem o seu ideal de perfeição, porque nela é que se espelha o que o uso idiomático estabilizou e consagrou.

LIMA, C. H. R. *Gramática normativa da língua portuguesa*. Rio de Janeiro: José Olympio, 1989

TEXTO II

Gosto de dizer. Direi melhor: gosto de palavravar. As palavras são para mim corpos tocáveis, sereias visíveis, sensualidades incorporadas. Talvez porque a sensualidade real não tem para mim interesse de nenhuma espécie — nem sequer mental ou de sonho —, transmudou-se-me o desejo para aquilo que em mim cria ritmos verbais, ou os escuta de outros. Estremeço se dizem bem. Tal página de Fialho, tal página de Chateaubriand, fazem formigar toda a minha vida em todas as veias, fazem-me raivar tremulamente quieto de um prazer inatingível que estou tendo. Tal página, até, de Vieira, na sua fria perfeição de engenharia sintáctica, me faz tremer como um ramo ao vento, num delírio passivo de coisa movida.

PESSOA, F. *O livro do desassossego*. São Paulo: Brasiliense, 1986.

A linguagem cumpre diferentes funções no processo de comunicação. A função que predomina nos textos I e II

- (A) destaca o “como” se elabora a mensagem, considerando-se a seleção, combinação e sonoridade do texto.
- (A) coloca o foco no “com o quê” se constrói a mensagem, sendo o código utilizado o seu próprio objeto.
- (B) focaliza o “quem” produz a mensagem, mostrando seu posicionamento e suas impressões pessoais.
- (C) orienta-se no “para quem” se dirige a mensagem, estimulando a mudança de seu comportamento.
- (D) enfatiza sobre “o quê” versa a mensagem, apresentada com palavras precisas e objetivas.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/ásica_o_basica/enem/provas/2017/2017_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 11 jul. 2023.

Gabarito B.

D12 - identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

D20 - Reconhecer diferentes formas de tratar uma informação na comparação de textos que tratam do mesmo tema em função das condições em que eles foram produzidos e daquelas em que serão recebidos. (Enem) - Competência de área 6 - H19 - Analisar a função da linguagem predominante nos textos em situações específicas de interlocução.

SEMANA 4

Professor(a), as atividades da “Semana 4” priorizam o trabalho com os descritores: D6 - Identificar o tema de um texto. / D7 - Identificar a tese de um texto. / D14 - Distinguir um fato da opinião relativa a esse fato. / D8 - Estabelecer relações entre a tese e os argumentos oferecidos para sustentá-la. / D9 - Diferenciar as partes principais das secundárias em um texto. / D15 - Estabelecer relação lógico/discursiva presente no texto, marcada por conjunções, advérbios etc./ D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros. / D5 - Interpretar um texto com auxílio de material gráfico diverso (propaganda, quadrinhos, foto etc.). / D13 - Identificar as marcas linguísticas que evidenciam o locutor e o interlocutor de um texto.

Nas questões do Enem, algumas Competências e Habilidades foram apresentadas relacionadas aos descritores trabalhados: Competência de área 7 - H21 - Reconhecer em textos de diferentes gêneros, recursos verbais e não verbais utilizados com a finalidade de criar e mudar comportamentos e hábitos. / Competência de área 7 - H24 - Reconhecer no texto estratégias argumentativas empregadas para o convencimento do público, tais como a intimidação, sedução, comoção, chantagem, entre outras. / Competência de área 8 - H26 -Relacionar as variedades linguísticas a situações específicas de uso social.

Você vai perceber que, no desenvolvimento das aulas, alguns descritores se repetem, esse aspecto é intencional e geralmente apresenta uma gradação, bem como uma certa complexidade no nível do texto, ou das atividades entre outros aspectos.

PARA SABER MAIS

Retomando o gênero: Artigo de Opinião

O **artigo de opinião** é um gênero textual **pertencente ao tipo argumentativo** e tem como intencionalidade apresentar o ponto de vista do(a) articulista — locutor(a) do texto — acerca de algum assunto relevante socialmente. Circula, em especial, em jornais, revistas e sites da internet, e pode tratar de **temas polêmicos**, em que são apresentados fatos, dados estatísticos e discursos de autoridade para fundamentar a tese apresentada.

A ideia é a de que, por meio da linguagem verbal **escrita**, as pessoas possam intervir social-

mente para contribuírem com os debates que estão em voga, oferecendo subsídios para que outros também se posicionem a respeito de questões importantes, que vão desde aquelas relacionadas à política, à educação, ao meio ambiente, até àquelas de âmbito internacional, ou voltadas aos valores sociais e à ética. Nesse sentido, **qualquer assunto pode ser trabalhado em um artigo de opinião.**

Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/redacao/artigo-opiniao.htm>.
Acesso em: 12 jul. 2023 (adaptado).

Leia o texto a seguir.

Além da saúde mental, a saúde existencial

Promover a saúde existencial é se comprometer com a promoção da pessoa, algo que repercute positivamente na saúde social e econômica das empresas.



A ideia de estarmos vivendo uma verdadeira epidemia de transtornos psíquicos, conforme afirmei em um artigo publicado na coluna Responsabilidade Humanística, no site da DINHEIRO, provocou muitas manifestações de aprovação. Parece que acabei por tocar num tema especialmente sensível não só para o âmbito corporativo, mas para toda a nossa realidade social: o de que a saúde mental se apresenta atualmente como o maior desafio a ser enfrentado no campo das empresas, das escolas e da própria vida familiar. É do ambiente corporativo, entretanto, que provêm muitas demandas e pedidos de esclarecimento, sobretudo em relação ao conceito que propus no referido artigo: o de saúde existencial. Qual o significado por trás dessa ideia e em que sentido ela se distingue da noção, mais familiar, de saúde mental?

No primeiro capítulo do meu livro *É Próprio do Humano: Uma Odisseia do Autoconhecimento e da Autorrealização* em 12 Lições (Record), intitulado *É Próprio do Humano Ter de Sair*, resgato a etimologia da palavra existir (do latim *ex-sistere*, literalmente sair para ficar de pé), descrevendo o gesto daquele que saía de sua tenda e se endireitava para caminhar. Para existir é preciso sair. E sair, no sentido existencial, é partir para a nossa jornada, para a

nossa odisseia de autoconhecimento e autorrealização, seguindo aquelas duas demandas clássicas do humanismo grego: conhece-te a ti mesmo e torna-te o que és. Saúde existencial tem a ver, portanto, com esse movimento inevitável de sair para existir; sair para se conhecer, se testar, se provar, ao mesmo tempo em que se conhece o mundo, os outros, o universo. Mesmo sabendo que viver é perigoso e que carece de ter coragem, aquele que decide sair para a vida, enfrentando seus perigos e desafios, disposto a conhecer e a se conhecer, está, ainda que de forma inconsciente, promovendo e garantindo a sua saúde existencial.

Resultado da decisão livre de ser, de existir, a saúde existencial antecede e abarca todas as outras dimensões da nossa existência: física, mental, espiritual. Ao promover a saúde existencial estou, conseqüentemente, promovendo todas as outras dimensões da saúde humana, e não apenas no âmbito individual, mas também no social, universal. A promoção da saúde existencial é o comprometimento mais radical com a sustentabilidade em sua acepção mais abrangente. E isso porque ela envolve a integralidade do humano: não somente sua dimensão intelectual, mas também a dos afetos e da vontade.

A eclosão de enfermidades psicossomáticas despertou a atenção dos gestores para a urgência de recursos que garantam a segurança psíquica e mental dentro do ambiente corporativo. Entretanto, pouco ou praticamente nada se tem feito para promover a saúde existencial das pessoas — aquela que, efetivamente, pode garantir a manutenção de todas as outras instâncias do existir. Ações de saúde mental são importantes e necessárias. Porém, como abrangem apenas uma dimensão parcial do ser — a mente — acabam gerando resultados parciais e temporários. Esse tipo de ação se restringe, geralmente, à dimensão comportamental e visa, quase sempre, ‘ajustar’ o indivíduo às condições disfuncionais do ambiente externo, com o fim de recuperar seu potencial produtivo.

Tal perspectiva utilitarista pode até gerar certo resultado no curto prazo, porém, no médio e no longo prazo, acaba por comprometer não só a saúde do indivíduo como também a da própria empresa, ao pretender ‘curar’ os doentes adaptando-os à doença. Promover a saúde existencial além da saúde física e mental é uma tarefa indispensável para garantir uma existência saudável duradoura e progressiva, a única forma real e efetiva de contribuir para a feli-

cidade — aquela que se identifica com a autorrealização, e não com a noção superficial de bem-estar.

Promover a saúde existencial no ambiente corporativo constitui-se, portanto, em fomentar o processo de autoconhecimento e autorrealização de líderes e colaboradores não com a finalidade simples e utilitária de ‘adequá-los’ à tarefa produtiva, restrita ao resultado, mas com o propósito de propiciar uma existência mais plena, mais saudável. Promover a saúde existencial é se comprometer com a promoção da pessoa humana, algo que repercute positivamente na saúde mental dos indivíduos e na saúde social e econômica das empresas.

** Dante Gallian é doutor em História pela USP, coordenador do Laboratório de Leitura da Escola Paulista de Medicina e autor de Responsabilidade humanística — uma proposta para a agenda ESG (Poligrafia Editora).*

Disponível em: <https://istoedinheiro.com.br/alem-da-saude-mental-a-saude-existencial/>. Acesso em: 12 jul. 2023 (adaptado).

40. No primeiro parágrafo, o autor inicia o texto com uma contextualização especialmente para justificar a necessidade de escrever sobre o assunto/problema que, segundo ele, não afeta apenas o mundo corporativo, mas toda a realidade social. Com base nessa afirmação, qual é o tema do texto em estudo?

Sugestão de resposta:

O tema é: A saúde mental e a existencial é um desafio a ser enfrentado na atualidade.

D6 - Identificar o tema de um texto.

41. Encontrar o “tema” nos textos não é uma tarefa fácil como pensamos. Para tanto, é necessário ler e interpretar o texto retomando palavras/ideias-chave para ter a certeza de que o tema/assunto foi identificado no texto. Um aspecto bem interessante é, além de considerar os elementos que compõem o texto, reconhecer que o “tema” também aparece justificado, comprovado e argumentado no texto em vários momentos (o tema é retomado na tese, nos argumentos e na conclusão). Transcreva do texto palavras/expressões/trechos que retomam, reforçam o tema do texto em estudo.

Sugestão de resposta:

As expressões e trechos são: “estarmos vivendo uma verdadeira epidemia de transtornos psíquicos” / “perigos e desafios” / “promovendo e garantindo a sua saúde existencial” / “promoção da saúde existencial” / “ela envolve a integralidade do humano: não somente sua dimensão intelectual, mas também a dos afetos e da vontade” / “Ações de saúde mental são importantes e necessárias” / “Promover a saúde existencial no ambiente corporativo” / “Promover a saúde existencial é se comprometer com a promoção da pessoa humana.”

42. O título do texto não foi construído de maneira aleatória, ele foi justificado dentro do texto, estabelecendo uma relação com parte do tema e da tese. Transcreva do texto duas palavras/expressões-chave que podem justificar o título: **“Além da saúde mental, a saúde existencial.”**

Sugestão de resposta:

As expressões que têm relação com o tema e tese e podem justificar o título no texto são: “saúde mental” / “Promover a saúde existencial.”

43. Na construção do jogo argumentativo, é necessário construir de forma objetiva a polêmica e sustentá-la com argumentos firmes que defendam um determinado ponto de vista/tese. Sendo assim, a questão polêmica no gênero artigo de opinião é aquela que gera opiniões contrárias sobre o fato/tema discutido. Transcreva, do texto em estudo, a “questão polêmica.”

Resposta:

“Qual o significado por trás dessa ideia e em que sentido ela se distingue da noção, mais familiar, de saúde mental?”

44. Qual é a tese defendida pelo autor do texto “Além da saúde mental, a saúde existencial”?

Resposta:

“Promover a saúde existencial é se comprometer com a promoção da pessoa, algo que repercute positivamente na saúde social e econômica das empresas.”

D7- Identificar a tese de um texto.

Estudante, a **progressão temática** é um procedimento utilizado pelos enunciadores para dar sequência a seus textos, orais ou escritos. Ela consiste em fazer o texto **avançar/progredir** apresentando informações novas sobre aquilo de que se fala, que é o **tema** e sobre aquilo que está sendo defendido, a **tese**.

45. A tese é um elemento importante no gênero “artigo de opinião”, ela deve ser sustentada no texto com argumentos bem fundamentados, persuasivos e consistentes. Aspectos dessa tese precisam ser retomados ao longo do texto, uma vez que ela passa por uma “progressão temática.” Sendo assim, transcreva, do texto em estudo, os principais trechos que retomam a tese reforçando essa defesa do autor (articulista).

Os principais trechos são:

“Ao promover a saúde existencial estou, consequentemente, promovendo todas as outras dimensões da saúde humana, e não apenas no âmbito individual, mas também no social, universal.”

“Promover a saúde existencial além da saúde física e mental é uma tarefa indispensável para garantir uma existência saudável duradoura e progressiva, a única forma real e efetiva de contribuir para a felicidade.”

D7- Identificar a tese de um texto.

46. Em qual fragmento do texto há a predominância de um fato?

- (A) “Parece que acabei por tocar num tema especialmente sensível não só para o âmbito corporativo...”
- (B) “É do ambiente corporativo, entretanto, que provêm muitas demandas e pedidos de esclarecimento...”
- (C) “Saúde existencial tem a ver, portanto, com

esse movimento inevitável de sair para existir; sair para se conhecer...”

- (D) “Resultado da decisão livre de ser, de existir, a saúde existencial antecede e abarca todas as outras dimensões da nossa existência...”
- (E) “A eclosão de enfermidades psicossomáticas despertou a atenção dos gestores para a urgência de recursos que garantam a segurança psíquica e mental dentro do ambiente corporativo.”

Gabarito E.

D14 - Distinguir um fato da opinião relativa a esse fato.

47. No trecho: “No primeiro capítulo do meu livro *É Próprio do Humano: Uma Odisseia do Autoconhecimento e da Autorrealização* em 12 Lições (Record), intitulado *É Próprio do Humano Ter de Sair*, resgato a etimologia da palavra existir (do latim *ex-sistere*, literalmente sair para ficar de pé), descrevendo o gesto daquele que saía de sua tenda e se endireitava para caminhar.”, predomina qual tipo de argumento?

- (A) Autoridade.
- (B) De princípio.
- (C) Exemplificação.
- (D) Analogia histórica.
- (E) Causa/consequência.

Gabarito A.

D8 - Estabelecer relações entre a tese e os argumentos oferecidos para sustentá-la.

48. No parágrafo: **“Resultado da decisão livre de ser, de existir, a saúde existencial antecede e abarca todas as outras dimensões da nossa existência: física, mental, espiritual.** Ao promover a saúde existencial estou, consequentemente, promovendo todas as outras dimensões da saúde humana, e não apenas no âmbito individual, mas também no social, universal. A promoção da saúde existencial é o comprometimento mais radical com a sustentabilidade em sua acepção mais abrangente. E isso porque ela envolve a integralidade do humano: não somente sua dimensão intelectual, mas também a dos afetos e da vontade.” O período destacado é a parte, isto é, a “informação principal.” Sendo assim, as demais informações do parágrafo são as secundárias. Justifique.

Sugestão de resposta:

Espera-se que o(a) estudante compreenda que o primeiro período do parágrafo é um tópico frasal que apresenta os principais aspectos que serão argumentados, justificados com explicações, consequências, retomadas e por tudo isso, as informações se tornam “secundárias”, uma vez que elas se voltam para a primeira (principal).

D9 - Diferenciar as partes principais das secundárias em um texto.

49. No trecho “E isso porque ela envolve a integridade do humano: não somente sua dimensão intelectual, **mas também** a dos afetos e da vontade.”, a expressão destacada pode ser substituída sem prejuízo de sentido por

- (A) portanto.
- (B) outrossim.
- (C) consoante.
- (D) dessa forma.
- (E) por tudo isso.

Gabarito B.

D15 - Estabelecer relação lógico/discursiva presente no texto, marcada por conjunções, advérbios etc.

Estudante, vamos retomar dois conceitos muito importantes na língua portuguesa que são muito cobrados na avaliação do Enem.

Intertextualidade: é a presença de um texto dentro de outro texto. Ela pode se manifestar de modo explícito, permitindo que o leitor identifique a presença de outros textos, ou de modo implícito, sendo identificada somente por quem já conhece a referência.

Interdiscursividade: um discurso dentro de outro, ou seja, é a relação entre discursos, cujo sentido de um discurso é produzido, retomado ou complementado por outro.

Releia o texto “Além da saúde mental, a saúde existencial.”

50. “E sair, no sentido existencial, é partir para a nossa jornada, para a nossa odisseia de autoconhecimento e autorrealização...” / “... com esse movimento inevitável de sair para existir; sair para se conhecer, se testar, se provar, ao mesmo tempo em que se conhece o mundo, os outros, o universo.” Nesses trechos predomina uma

- () intertextualidade.
- () interdiscursividade.

Resposta:

(x) interdiscursividade.

51. “...seguindo aquelas duas demandas clássicas do humanismo grego: **conhece-te a ti mesmo e torna-te o que és.**” A expressão destacada é uma

- () intertextualidade.
- () interdiscursividade.

Resposta:

(x) intertextualidade.



De olho no Enem!

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 52 (Enem), é preciso, além da leitura analítica do texto, considerar o gênero “**cartaz**” e a **finalidade** desse texto publicitário. Considere que o texto (verbal e não verbal) da questão tem por objetivo divulgar o gosto pela leitura, ou seja, estimular a criança a ler, isso pode ser compreendido considerando este trecho do texto: “**E tudo começa quando você abre um livro para ela.**” O “**enunciado**” deixa claro, que esses textos têm “**funções comunicativas**” / “**Os objetivos desse cartaz estão voltados para a conscientização dos brasileiros sobre a necessidade de**”, o próprio comando traz parte da resposta desse objetivo/finalidade. Perceba que o articulador ‘**para**’ já inicia os objetivos do “cartaz.”

52. (ENEM – 2017)



Epoca, n. 698, 3 out. 2011 (adaptado).

Os textos publicitários são produzidos para cumprir determinadas funções comunicativas. Os objetivos desse cartaz estão voltados para a conscientização dos brasileiros sobre a necessidade de

- (A) as crianças frequentarem a escola regularmente.
- (B) a formação leitora começar na infância.
- (C) a alfabetização acontecer na idade certa.
- (D) a literatura ter o seu mercado consumidor ampliado.
- (E) as escolas desenvolverem campanhas a favor da leitura.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/ásica_o_basica/enem/provas/2017/2017_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 11 jul. 2023.

Gabarito B.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

D5 - Interpretar um texto com auxílio de material gráfico diverso (propaganda, quadrinhos, foto etc.).

(Enem) - Competência de área 7 - H21- Reconhecer em textos de diferentes gêneros, recursos verbais e não verbais utilizados com a finalidade de criar e mudar comportamentos e hábitos.

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 53 (Enem), além da leitura analítica do texto e do **"enunciado"**, bem como das cinco opções, é necessário atentar-se para alguns pontos do **'enunciado'**, como **"estratégias argumentativas"**, isto é, formas de apresentação dos argumentos no texto, outro aspecto do 'enunciado', **"recursos linguístico-discursivos"**, isto é, elementos importantes na construção de um texto para deixá-lo claro, objetivo, para envolver o leitor de modo persuasivo/convincente dentre outros aspectos. Esses recursos podem ser coesivos, elementos enfáticos, retóricos etc., veja que o **'enunciado'** deixa muito claro que essa **'estratégia'** foi utilizada para **envolver o interlocutor**.

53. (ENEM – 2017)

Aí pelas três da tarde

Nesta sala atulhada de mesas, máquinas e papéis, onde invejáveis escreventes dividiram entre si o bom senso do mundo, aplicando-se em ideias claras apesar do ruído e do mormaço, seguros ao se pronunciarem sobre problemas que afligem o homem moderno (espécie da qual você, milenarmente can-

sado, talvez se sinta um tanto excluído), largue tudo de repente sob os olhares a sua volta, componha uma cara de louco quieto e perigoso, faça os gestos mais calmos quanto os tais escribas mais severos, dê um largo "ciao" ao trabalho do dia, assim como quem se despede da vida, e surpreenda pouco mais tarde, com sua presença em hora tão insólita, os que estiveram em casa ocupados na limpeza dos armários, que você não sabia antes como era conduzida. Convém não responder aos olhares interrogativos, deixando crescer, por instantes, a intensa expectativa que se instala. Mas não exagere na medida e suba sem demora ao quarto, libertando aí os pés das meias e dos sapatos, tirando a roupa do corpo como se retirasse a importância das coisas, pondo-se enfim em vestes mínimas, quem sabe até em pelo, mas sem ferir o decoro (o seu decoro, está claro), e aceitando ao mesmo tempo, como boa verdade provisória, toda mudança de comportamento.

NASSAR, R. *Menina a caminho*. São Paulo: Cia. das Letras, 1997.

Em textos de diferentes gêneros, algumas estratégias argumentativas referem-se a recursos linguístico-discursivos mobilizados para envolver o leitor. No texto, caracteriza-se como estratégia de envolvimento a

- (A) prescrição de comportamentos, como em: "[...] largue tudo de repente sob os olhares a sua volta [...]"
- (B) apresentação de contraposição, como em: "Mas não exagere na medida e suba sem demora ao quarto [...]"
- (C) explicitação do interlocutor, como em: "[...] (espécie da qual você, milenarmente cansado, talvez se sinta um tanto excluído) [...]"
- (D) descrição do espaço, como em: "Nesta sala atulhada de mesas, máquinas e papéis, onde invejáveis escreventes dividiram entre si o bom-senso do mundo [...]"
- (E) construção de comparações, como em: "[...] libertando aí os pés das meias e dos sapatos, tirando a roupa do corpo como se retirasse a importância das coisas [...]"

Disponível em: https://download.inep.gov.br/ásica_o_basica/enem/provas/2017/2017_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 11 jul. 2023.

Gabarito C.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

(Enem) - Competência de área 7 - H24 - Reconhecer no texto estratégias argumentativas empregadas para o convencimento do público, tais como a intimidação, sedução, comoção, chantagem, entre outras.

Estudante, para responder à questão 54 (Enem), é fundamental, além de fazer uma leitura analítica, observar que se trata de um **texto narrativo com a predominância de uma linguagem literária**, cheia de plurissignificação. Atente-se para o fato de ser uma **narrativa fruto da memória e o narrador-personagem recriar com clareza o cenário pelo qual andou no passado**. É preciso perceber as palavras/expressões-chave do “enunciado”, uma vez que elas direcionam para chegar à resposta. Veja: **“A variedade linguística da narrativa é adequada à descrição dos fatos”**, isto é, a **variedade linguística** está relacionada à diferença que uma língua apresenta dependendo da região, das condições culturais, ou sociais, do contexto etc. É preciso considerar que toda **variedade linguística é adequada para atender às necessidades comunicativas e cognitivas do falante**. Outro ponto importante no ‘enunciado’, **“a escolha de determinadas palavras e expressões usadas no texto está a serviço da”**, há uma **intenção comunicativa** a utilizar determinadas expressões no texto.

54. (ENEM – 2017)

Naquela manhã de céu limpo e ar leve, devido à chuva torrencial da noite anterior, saí a caminhar com o sol ainda escondido para tomar tenência dos primeiros movimentos da vida na roça. Num demorou nem um tiquinho e o cheiro intenso do café passado por Dona Linda me invadiu as narinas e fez a fome se acordar daquela rema letárgica derivada da longa noite de sono. Levei as mãos até a água que corria pela bica feita de bambu e o contato gelado foi de arrepiar. Mas fui em frente e levei as mãos em concha até o rosto. Com o impacto, recuei e me faltou o fôlego por alguns instantes, mas o despertar foi imediato. Já aceso, entrei na cozinha na buscação de derrubar a fome e me acercar do aconchego do calor do fogão à lenha. Foi quando dei reparo da figura esguia e discreta de uma senhora acompanhada de um garoto aparentando uns cinco anos de idade já aboletada na ponta da mesa em proseio íntimo com a dona da casa. Depois de um vigoroso “Bom dia!”, de um vaporoso aperto de mãos nas apresentações de praxe, fiquei sabendo que Dona Flor de Maio levava

o filho Adão para tratamento das feridas que pipocavam por seu corpo, provocando pequenas pústulas de bordas avermelhadas.

GUIÃO, M. Disponível em: www.revistaecologico.com.br. Acesso em: 10 mar. 2014 (adaptado).

A variedade linguística da narrativa é adequada à descrição dos fatos. Por isso, a escolha de determinadas palavras e expressões usadas no texto está a serviço da

- (A) localização dos eventos de fala no tempo ficcional.
- (B) composição da verossimilhança do ambiente retratado.
- (C) restrição do papel do narrador à observação das cenas relatadas.
- (D) construção mística das personagens femininas pelo autor do texto.
- (E) caracterização das preferências linguísticas da personagem masculina.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/ásica_o_basica/enem/provas/2017/2017_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 11 jul. 2023.

Gabarito B.

D13 - Identificar as marcas linguísticas que evidenciam o locutor e o interlocutor de um texto.

(Enem) - Competência de área 8 - H26 - Relacionar as variedades linguísticas a situações específicas de uso social.

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 55 (Enem) é necessário, além da leitura analítica, identificar o **tema do texto**, o **gênero crônica e seus elementos constitutivos**. É preciso também atentar-se para o que requer o enunciado: **a repetição do trecho “Você pode não acreditar: mas houve um tempo em que...”**, considere que toda **“repetição”** tem uma **“intenção comunicativa”**. O **“enunciado”** ainda reforça que tal aspecto no texto foi utilizado como **“estratégia argumentativa”**, ou seja, como forma de apresentação das ideias argumentativas no texto para persuadir/convencer/**chegar ao leitor**.

55. (ENEM – 2016)

Você pode não acreditar

Você pode não acreditar: mas houve um tempo em que os leiteiros deixavam as garrafinhas de leite do lado de fora das casas, seja ao pé da porta, seja na janela.

A gente ia de uniforme azul e branco para o grupo, de manhãzinha, passava pelas casas e não ocorria que alguém pudesse roubar aquilo.

Você pode não acreditar: mas houve um tempo em que os padeiros deixavam o pão na soleira da porta ou na janela que dava para a rua. A gente passava e via aquilo como uma coisa normal.

Você pode não acreditar: mas houve um tempo em que você saía à noite para namorar e voltava andando pelas ruas da cidade, caminhando displicentemente, sentindo cheiro de jasmim e de alecrim, sem olhar para trás, sem temer as sombras.

Você pode não acreditar: houve um tempo em que as pessoas se visitavam airosoamente. Chegavam no meio da tarde ou à noite, contavam casos, tomavam café, falavam da saúde, tricotavam sobre a vida alheia e voltavam de bonde às suas casas.

Você pode não acreditar: mas houve um tempo em que o namorado primeiro ficava andando com a moça numa rua perto da casa dela, depois passava a namorar no portão, depois tinha ingresso na sala da família. Era sinal de que já estava praticamente noivo e seguro.

Houve um tempo em que havia tempo.

Houve um tempo.

SANT'ANNA, A. R. Estado de Minas, 5 maio 2013 (fragmento).

Nessa crônica, a repetição do trecho “Você pode não acreditar: mas houve um tempo em que...” configura-se como uma estratégia argumentativa que visa

- (A) surpreender o leitor com a descrição do que as pessoas faziam durante o seu tempo livre antigamente.
- (B) sensibilizar o leitor sobre o modo como as pessoas se relacionavam entre si num tempo mais aprazível.
- (C) advertir o leitor mais jovem sobre o mau uso que se faz do tempo nos dias atuais.
- (D) incentivar o leitor a organizar melhor o seu tempo sem deixar de ser nostálgico.
- (E) convencer o leitor sobre a veracidade de fatos relativos à vida no passado.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/2016_PV_impresso_D2_CD6.pdf. Acesso em: 11 jul. 2023.

Gabarito B.

D12 - Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

(Enem) - Competência de área 7 - H24 - Reconhecer no texto estratégias argumentativas empregadas para o convencimento do público, tais como a intimidação, sedução, comoção, chantagem, entre outras.

Estudante, para chegar à opção-resposta da questão 56 (Enem), além da leitura analítica, é preciso considerar o gênero **“artigo de opinião”** e seus elementos constitutivos. É fundamental retomar o que é **“estratégia argumentativa”**, ou seja, forma de apresentação dos argumentos no texto para persuadir/convencer/sensibilizar o leitor, bem como observar os ditos apontados no **“enunciado”**: “a apresentação da letra da canção Sinal Fechado é uma estratégia argumentativa que visa sensibilizar o leitor porque”. O comando da questão já deixa claro que a **letra da canção** utilizada é uma **‘estratégia de argumentação’**. Nesse contexto, houve uma intenção ao utilizar a letra da canção como **‘estratégia’** para **‘sensibilizar o leitor’**, assim, atente-se para as palavras/expressões-chave, pois elas dizem muito nesse direcionamento para chegar à opção-resposta. Não olhe para o uso dessa **‘estratégia de argumentação’** sem considerar o gênero **‘artigo de opinião’** e sem alguns aspectos importantes desse gênero, como o **“fato”**, considere que só existe **fato** em uma **situação concreta** (esse aspecto foi abordado anteriormente neste material, portanto você pode retomar). Com base nessa reflexão analise bem como as pessoas estão vivendo retomando este trecho do texto da questão: “Afobados e voltados para o próprio umbigo, operamos, automatizados, falas robóticas e silêncios glaciais. Ilustra bem esse estado de espírito a música Sinal Fechado (1969), de Paulinho de Viola...”

56. (ENEM – 2021)

Devagar, devagarinho

Desacelerar é preciso. Acelerar não é preciso. Afobados e voltados para o próprio umbigo, operamos, automatizados, falas robóticas e silêncios glaciais. Ilustra bem esse estado de espírito a música Sinal Fechado (1969), de Paulinho de Viola. Trata-se da história de dois sujeitos que se encontram inesperadamente em um sinal de trânsito. A conversa entre ambos, porém, se deu rápida e rasteira. Logo, os personagens se despedem, com a promessa de se verem em outra oportunidade. Percebe-se um registro de comunicação vazia e superficial, cuja tônica foi o contato ligeiro e superficial construído pelos interlocutores: “Olá, como vai? / Estou indo, e você,

tudo bem? / Tudo bem, eu vou indo correndo, / pegar meu lugar no futuro. E você? / Quanto tempo... / Pois é, quanto tempo... / Me perdoe a pressa / é a alma dos nossos negócios... / Oh! Não tem de quê. / Eu também só ando a cem”.

O culto à velocidade, no contexto apresentado, se coloca como fruto de um imediatismo processual que celebra o alcance dos fins sem dimensionar a qualidade dos meios necessários para atingir determinado propósito. Tal conjuntura favorece a lei do menor esforço – a comodidade – e prejudica a lei do maior esforço – a dignidade.

Como modelo alternativo à cultura fast, temos o movimento slow life, cujo propósito, resumidamente, é conscientizar as pessoas de que a pressa é inimiga da perfeição e do prazer, buscando assim reeducar seus sentidos para desfrutar melhor os sabores da vida.

SILVA, M. F. L. Boletim UFMG, n. 1 749, set. 2011 (adaptado).

Nesse artigo de opinião, a apresentação da letra da canção Sinal Fechado é uma estratégia argumentativa que visa sensibilizar o leitor porque

- (A) adverte sobre os riscos que o ritmo acelerado da vida oferece.
- (B) exemplifica o fato criticado no texto com uma situação concreta.
- (C) contrapõe situações de aceleração e de serenidade na vida das pessoas.
- (D) questiona o clichê sobre a rapidez e a aceleração da vida moderna.
- (E) apresenta soluções para a cultura da correria que as pessoas vivenciam hoje.

Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2021_PV_impresso_D1_CD1.pdf. Acesso em: 11 jul. 2023.

Gabarito B.

D12- Identificar a finalidade de textos de diferentes gêneros.

(Enem) - Competência de área 7 - H24 - Reconhecer no texto estratégias argumentativas empregadas para o convencimento do público, tais como a intimidação, sedução, comoção, chantagem, entre outras.

MARATONA REVISAR



MATEMÁTICA

Professor(a), este material foi elaborado com o objetivo de ser suporte para o seu trabalho, sendo norteado pela matriz de descritores do SAEB, pelo corte bimestral do DC–GOEM e por algumas edições do Exame Nacional do Ensino Médio.

Reitera-se que o Maratona Revisa, assim como o Revisa Goiás, são elaborados e estruturados a partir de uma matriz de subdescritores, pautada nos descritores do SAEB. Essa matriz contempla um conjunto de conhecimentos prévios que precisam ser desenvolvidos com efetividade para que o estudante do ciclo do 9º ano à 3ª série avance no desenvolvimento integral das habilidades dos descritores propostos no ensino–aprendizagem.

Neste material de apoio, busca-se trabalhar com atividades abertas e com questões do ENEM que tratam desses descritores e, também, de alguns objetivos de aprendizagem que compõem o DC–GO e o DC–GOEM.

Aproveite cada questão para revisar habilidades estudadas nas séries anteriores e que são básicas (básicas) para o estudo de cada objeto de conhecimento (conteúdo) proposto. Em cada questão objetiva, analise cada uma das opções individualmente, buscando identificar os possíveis erros que os estudantes possam vir a cometer. Reforce que o erro faz parte do aprendizado e que ele indica o que precisa ser revisado. Acreditamos que, dessa forma, o estudante se familiarizará com o exame (ENEM) e, conseqüentemente, obterá melhor rendimento. Observe que é colocada uma sugestão de solução após cada questão. Se considerar necessário, proponha ou incentive os estudantes a propor outros caminhos.

Acreditamos que você, Professor(a), conhece com maior propriedade as habilidades já desenvolvidas pelos seus estudantes, assim como suas dificuldades. Dessa forma, buscou-se, por meio deste e dos outros materiais produzidos, servir de apoio ao trabalho de excelência já realizado por você. Desejamos sucesso no seu trabalho! Conte conosco.

MATEMÁTICA – 3ª SÉRIE

QUADRO DE DESCRITORES E SUBDESCRITORES

SAEGO 2023	DESCRITORES	SUBDESCRITORES	
(35%)	D22 – Resolver problema envolvendo P.A. dada a fórmula do termo geral.	D22 A	Identificar uma progressão numérica qualquer.
		D22 B	Identificar o padrão (regularidade) de uma sequência numérica qualquer.
		D22 C	Escrever uma sequência numérica dada a sua lei de formação.
		D22 D	Identificar uma progressão aritmética (PA).
		D22 E	Determinar a razão (r) de uma PA.
		D22 F	Determinar um termo qualquer (a_n) de uma PA.
		D22 G	Determinar a ordem (n) de um termo qualquer (a_n) de uma PA.
		D22 H	Determinar o primeiro termo (a_1) de uma PA.
		D22 I	Representar geometricamente uma PA.
		D22 J	Interpolar meios aritméticos entre dois termos de uma PA.
		D22 K	Determinar a soma dos termos (S_n) de uma PA finita.
		D22 L	Identificar uma PA de segunda ordem.
		D22 M	Determinar um termo qualquer (a_n) de uma PA de segunda ordem.
		D22 N	Resolver problema envolvendo PA dada a fórmula do termo geral.
35%	D22 – Resolver problema envolvendo P.G. dada a fórmula do termo geral.	D22 O	Identificar uma progressão geométrica (PG).
		D22 P	Determinar a razão (q) de uma PG.
		D22 Q	Determinar um termo qualquer (a_n) de uma PG
		D22 R	Determinar a ordem (n) de um termo qualquer (a_n) de uma PG.
		D22 S	Determinar o primeiro termo (a_1) de uma PG.
		D22 T	Representar geometricamente uma PG.
		D22 U	Interpolar meios geométricos entre dois termos de uma PG.
		D22 V	Determinar a soma dos termos (S_n) de uma PG finita.
		D22 W	Determinar o limite da soma dos termos (S_n) de uma PG infinita.
		D22 X	Determinar o produto dos termos (S_n) de uma PG.
		D22 Y	Resolver problema envolvendo PG dada a fórmula do termo geral.
		D22 Z	Resolver problema envolvendo PA e PG simultaneamente.

SEMANA 1

Progressão aritmética

Descritores SAEB: D22 – Resolver problema envolvendo PA dada a fórmula do termo geral.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Sequências numéricas;
- Progressões aritméticas;
- Função afim;
- Juros simples.

Professor(a), nesta semana, tem-se o objetivo de retomar o estudo das sequências numéricas, orientado pelas seguintes habilidades contidas no DCGO (8º e 8º ano):

- (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas;
- (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes;
- (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

Além dessas habilidades presentes no ensino fundamental anos finais, retomamos e aprofundamos as seguintes habilidades do DCGOEM (1ª série):

- (GO–EMMAT507A) Reconhecer situações que envolvem padrões numéricos em diferentes contextos, compreendendo a ideia de sequência (PA) para resolver problemas cotidianos.
- (GO–EMMAT507B) Compreender as características da progressão aritmética (PA), identificando seus elementos e conceitos (termos, posições dos termos, quantidade de termos, termo geral, razão, lei de formação, soma dos termos, entre outros) para aplicar tais conceitos na resolução de problemas que se relacionem às sequências.
- (GO–EMMAT507C) Analisar as propriedades inerentes a PA e suas aplicações, deduzindo suas fórmulas es-

senciais (termo geral, termo médio, soma dos primeiros termos, entre outras), para otimizar o uso de cada fórmula associada a uma situação problema.

- (GO–EMMAT507D) Associar PA a funções afins de domínios discretos, empregando estratégias e recursos, como padrões, experimentações e diferentes tecnologias, para analisar as propriedades, deduzir fórmulas e/ou resolver problemas de diversos contextos.
- (GO–EMMAT507E) Modelar problemas que envolvem padrões aritméticos associados a PA, investigando dados e informações apresentadas em textos de natureza socioeconômica, técnico-científicas etc. para solucionar questões cotidianas.

Considerando também a BNCC, nos orientamos com a seguinte habilidade:

- (EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Relembrando

Progressão aritmética

Sequência numérica é uma sequência finita de n termos, sendo uma função cujo domínio é o conjunto dos números naturais não nulos $(1; 2; 3; \dots; n)$ e os números do contradomínio são indicados por $a_1; a_2; a_3; \dots; a_n$.

Assim, o primeiro termo de uma sequência é representado por a_1 , o segundo termo é representado por a_2 , o terceiro termo é representado por a_3 , e assim sucessivamente.

Uma sequência também pode ser infinita.

Exemplo:

Sequência dos múltiplos naturais de 3. $\rightarrow (0; 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; \dots)$

Nessa sequência, tem-se que:

$$a_1 = 0; a_2 = 3; a_3 = 6; a_4 = 9; a_5 = 12; \dots$$

Progressão é uma sequência que possui uma regularidade de um termo para o outro conhecida como razão. Ela é sempre estabelecida por uma lei de formação, que é uma fórmula matemática, que possibilita determinar qualquer um de seus termos, a partir de sua ordem (n).

Exemplo: $a_n = 3n - 1$ com $n \in \mathbb{N}^*$.

Para $n = 1 \rightarrow a_n = 3 \cdot 1 - 1 = 3 - 1 = 2$
 Para $n = 2 \rightarrow a_n = 3 \cdot 2 - 1 = 6 - 1 = 5$
 Para $n = 3 \rightarrow a_n = 3 \cdot 3 - 1 = 9 - 1 = 8$
 Para $n = 4 \rightarrow a_n = 3 \cdot 4 - 1 = 12 - 1 = 11$

Existem dois casos de progressão, a progressão aritmética (PA) e a progressão geométrica (PG).

♦ Progressão aritmética (PA)

Progressão aritmética (PA) é toda sequência numérica na qual a diferença entre cada termo (a partir do segundo) e o termo antecessor é constante. Essa diferença constante é chamada de razão da PA e é representada por r .

Exemplo:

Considere a sequência (4; 7; 10; 13; 16; 19;...)

$7 - 4 = 3$
 $10 - 7 = 3$ Portanto, (4; 7; 10; 13; 16; 19;...) é uma progressão aritmética (PA) de razão $r = 3$
 $13 - 10 = 3$
 $16 - 13 = 3$
 $19 - 16 = 3$

Observação 1:

Uma PA pode ser finita ou infinita.

Observação 2:

Uma PA pode ser crescente ($r > 0$), decrescente ($r < 0$) ou constante ($r = 0$).

• Termo geral de uma PA

Pela definição de progressão aritmética, tem-se que:

$$a_2 = a_1 + r = a_1 + 1 \cdot r$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + r + r = a_1 + 2 \cdot r$$

$$a_4 = a_3 + r = a_1 + r + r + r = a_1 + 3 \cdot r$$

$$a_5 = a_4 + r = a_1 + r + r + r + r = a_1 + 4 \cdot r$$

Generalizando:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

onde:

a_n → termo geral de uma PA;
 a_1 → primeiro termo de uma PA;
 n → ordem (posição) do termo a_n
 r → razão da PA

Tem-se, assim, uma fórmula que permite determinar qualquer termo de uma PA, sendo conhecidos seu primeiro termo e sua razão.

Exemplos:

Calcule o **vigésimo termo** da sequência (2; 6; 10; 14; 18;...).

a_{20} → vigésimo termo $a_1 = 2$ $n = 20$ $r = 4$ ($6 - 2 = 10 - 6 = 14 - 10 = \dots = 4$)	$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ $a_{20} = 2 + (20 - 1) \cdot 4$ $a_{20} = 2 + 19 \cdot 4$ $a_{20} = 2 + 76$ $a_{20} = 78$
--	---

Determine o primeiro termo de uma PA em que o **décimo segundo termo** é 47 e a razão é 4.

$a_{12} = 47$ $a_1 = ?$ $n = 12$ $r = 4$	$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ $a_{12} = a_1 + (12 - 1) \cdot 4$ $47 = a_1 + 11 \cdot 4$ $47 = a_1 + 44$ $47 - 44 = a_1$ $a_1 = 3$
---	--

Observação: essa fórmula (termo geral) nos permite determinar o primeiro termo (a_1), a ordem (n) de um termo ou a razão (r) da PA, a depender dos elementos conhecidos.

• Propriedades da progressão aritmética (PA)

- 1) Qualquer termo de uma progressão aritmética, a partir do segundo termo, é a média aritmética entre seu antecessor e o seu sucessor.
- 2) Em uma progressão aritmética, a soma de dois termos equidistantes é igual à soma dos termos extremos (primeiro termo e último termo).
- 3) Em uma progressão aritmética, com uma quantidade ímpar de termos, o termo central é igual à média aritmética dos termos extremos (primeiro termo e último termo).
- 4) Em uma progressão aritmética, é sempre válida a seguinte relação: $\rightarrow a_m + a_n = a_p + a_q$, então $m + n = p + q$.

• Representação gráfica de uma progressão aritmética (PA).

A representação gráfica da PA ($a_1; a_2; a_3; \dots; a_n; \dots$) é formada pelos pontos (n, a_n) do plano cartesiano. Esses pontos pertencem ao gráfico de uma função afim (reta) de equação $y = a_1 + (x - 1) \cdot r$, onde $y = a_n$ e $x = n$.

Exemplo:

Considere a sequência (2; 6; 10; 14; 18;...).

O termo geral dessa sequência pode ser representado por:

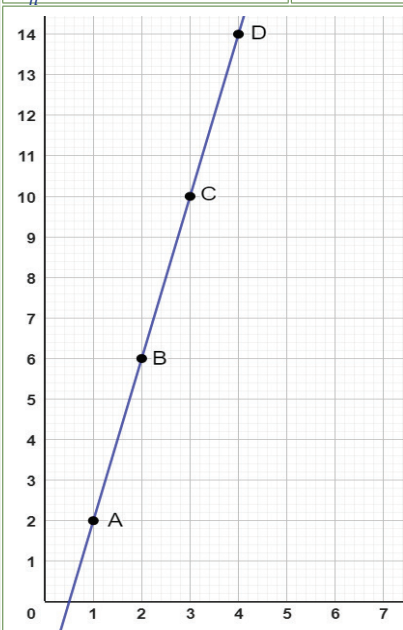
$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = 2 + (n - 1) \cdot 4$$

$$a_n = 2 + 4n - 4$$

$$a_n = 4n - 2$$

n	a_n
1	2
2	6
3	10
4	14



Perceba que há um relacionamento muito importante entre a função afim e a progressão aritmética. Considerando a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 4x - 2$, por exemplo, percebe-se que $f(1), f(2), f(3), f(4), \dots, f(n)$ formam uma progressão aritmética. Observe:

$$f(1) = 4 \cdot 1 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$f(2) = 4 \cdot 2 - 2 = 8 - 2 = 6$$

$$f(3) = 4 \cdot 3 - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$f(4) = 4 \cdot 4 - 2 = 16 - 2 = 14$$

Portanto, $(2; 6; 10; 14; \dots)$ é uma progressão aritmética de razão $r = 4$.

• Interpolação aritmética

Interpolar (inserir ou intercalar) meios aritméticos entre dois números significa obter uma progressão aritmética de extremos conhecidos.

Exemplo:

Escreva uma progressão aritmética cujo primeiro termo (a_1) é igual a 5 e o décimo termo (a_{10}) é igual a 41

Tem-se que $a_1 = 5$ e $a_{10} = 41$. Aplicando a fórmula do termo geral obtém-se:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{10} = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$41 = 5 + (10 - 1) \cdot r$$

$$41 = 5 + 9 \cdot r$$

$$41 - 5 = 9 \cdot r$$

$$36 = 9 \cdot r$$

$$r = 4$$

$$a_1 = 5$$

$$a_2 = 5 + 4 = 9$$

$$a_3 = 9 + 4 = 13$$

$$a_4 = 13 + 4 = 17$$

$$a_5 = 17 + 4 = 21$$

$$a_6 = 21 + 4 = 25$$

$$a_7 = 25 + 4 = 29$$

$$a_8 = 29 + 4 = 33$$

$$a_9 = 33 + 4 = 37$$

$$a_{10} = 37 + 4 = 41 \text{ (para confirmar)}$$

\therefore a progressão aritmética é

$(5; 9; 13; 17; 21; 25; 29; 33; 37; 41)$

• Soma dos termos (S_n) de uma PA finita.

Pela segunda propriedade das progressões aritméticas vistas anteriormente, sabe-se que em uma PA, a soma de dois termos equidistantes é igual à soma dos termos extremos (primeiro termo e último termo). Ou seja, em uma sequência $(a_1; a_2; a_3; \dots; a_{n-2}; a_{n-1}; a_n)$, tem-se que $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \dots$

Como a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos extremos, a soma da PA é dada pela soma dos extremos vezes a metade do número de termos, pois em cada soma estão envolvidos dois termos. Representando a soma dos termos de uma PA por S_n obtém-se:

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2} \rightarrow S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

onde:

$S_n \rightarrow$ soma dos termos de uma PA;

$a_n \rightarrow$ termo geral de uma PA (será considerado o último termo);

$a_1 \rightarrow$ primeiro termo de uma PA;

$n \rightarrow$ ordem (posição) do termo a_n (que é a quantidade de termos).

Exemplo:

Qual é a soma dos **10 primeiros termos** da PA (2; 5; 8; ...)?

Primeiramente calcula-se o décimo termo (a_{10}):

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{10} = 2 + (10 - 1) \cdot 3$$

$$a_{10} = 2 + 9 \cdot 3$$

$$a_{10} = 2 + 27$$

$$a_{10} = 29$$

Em seguida, calcula-se a soma dos 10 primeiros termos (S_{10}):

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{10} = \frac{(2 + 29) \cdot 10}{2}$$

$$S_{10} = \frac{31 \cdot 10}{2}$$

$$S_{10} = 31 \cdot 5$$

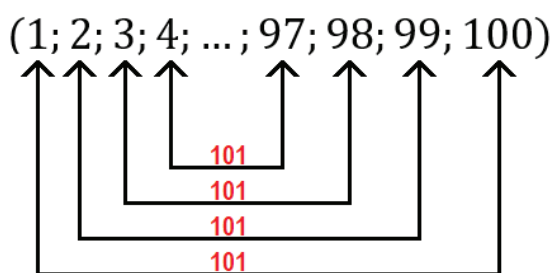
$$S_{10} = 155$$

Curiosidade!

Karl Friedrich Gauss foi um matemático, físico e astrônomo alemão que viveu no século XVIII. Fez grandes contribuições em diversas áreas da ciência, como por exemplo: estatística, óptica, teoria dos números, etc.

Quando criança, Gauss e sua turma na escola foram instigados por um professor com o seguinte desafio: somar todos os números naturais de 1 a 100. Como bom matemático que já era desde pequeno, Gauss levou poucos minutos para encontrar o resultado 5050 e foi o único a acertar.

Gauss conseguiu esse feito por perceber que a soma dos extremos 1 e 100 é igual a 101, a soma do segundo com o penúltimo termo também é 101 e a do terceiro com o antepenúltimo também, e assim sucessivamente.



Gauss supôs que todas as somas dariam 101 e multiplicou esse resultado por metade do número de elementos da sequência, pois, como estava somando dois a dois, obteria 50 resultados iguais a 101. Ou seja:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$$

$$= (1 + 100) \cdot \frac{100}{2} = 5\ 050.$$

Para pensar!

Qual a relação da estratégia de Gauss com a fórmula apresentada para calcular a soma dos termos de uma PA?



• Progressão aritmética de segunda ordem

Considere uma sequência de números tal que a diferença entre termos consecutivos (a partir do segundo) é uma progressão aritmética com razão diferente de zero. Essa sequência é uma progressão aritmética de 2ª ordem.

Exemplo:

Considere a sequência (1; 3; 7; 13; 21; 31; 43;...)

$$3 - 1 = 2$$

$$7 - 3 = 4$$

$$13 - 7 = 6$$

$$21 - 13 = 8$$

$$31 - 21 = 10$$

$$43 - 31 = 12$$

(2; 4; 6; 8; 10; 12;...) é uma PA com razão $r = 2$.

Portanto, a sequência (1; 3; 7; 13; 21; 31; 43;...) é uma PA de 2ª ordem.

A sequência (2; 4; 6; 8; 10; 12;...) formada pelas diferenças é uma PA de 1ª ordem.

• Termo geral (a_n) de uma PA de segunda ordem.

Para determinar um termo de uma PA de segunda ordem, adiciona-se o primeiro termo dessa progressão com a soma dos termos da nova progressão (1ª ordem) formada pela diferença dos termos da sequência original.

$$a_n = a_1 (2^\text{ª ordem}) + S_{n-1} (1^\text{ª ordem})$$

Exemplo:

Determine o **décimo quinto termo** (a_{15}) da sequência (1; 3; 7; 13; 21;...).

Já se sabe que a sequência (1; 3; 7; 13; 21;...) é uma PA de 2ª ordem, pois a diferença entre seus termos é a PA (2; 4; 6; 8; 10; 12;...) de 1ª ordem, cuja razão é $r = 2$.

Calcula-se, primeiramente, o décimo quarto termo (a_{14}) da PA de 1ª ordem:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\ a_{14} &= 2 + (14 - 1) \cdot 2 \\ a_{14} &= 2 + 13 \cdot 2 \\ a_{14} &= 2 + 26 \\ a_{14} &= 28 \end{aligned}$$

Em seguida, calcula-se a soma dos 14 primeiros termos dessa PA de 1ª ordem:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \\ S_{14} &= \frac{(2 + 28) \cdot 14}{2} \\ S_{14} &= 15 \cdot 14 \\ S_{14} &= 210 \end{aligned}$$

Finalmente, calcula-se o décimo quinto termo da PA de 2ª ordem:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1(2^{\text{ª ordem}}) + S_{n-1}(1^{\text{ª ordem}}) \\ a_n &= 1 + 210 \\ a_n &= 211 \end{aligned}$$

• Progressão aritmética e o regime de capitalização simples (Juros simples)

As progressões aritméticas podem ser associadas às operações financeiras envolvendo juros simples.

Exemplo:

Adriani aplicará R\$ 1 000,00 a juros simples de 1% ao mês. Contando o capital aplicado por ela, mais o juro a receber, ou seja, o montante, quanto ela terá ao final de um mês?

A aplicação de juros simples de 1% ao mês significa que, a cada mês, Adriani receberá de juro a quantia de 1% do capital aplicado.

$$J = 1\% \text{ de } 1000 = 0,01 \cdot 1000 = 10$$

Assim, contando o capital aplicado mais o juro recebido, ela terá após um mês (em reais):

$$J = 1\% \text{ de } 1000 = 0,01 \cdot 1000 = 10$$

• Quanto ela terá ao final de dois meses?

$$1000,00 + 2 \cdot 10,00 = 1020,00$$

• Quanto ela terá ao final de três meses?

$$1000,00 + 3 \cdot 10,00 = 1030,00$$

• Quanto ela terá ao final de meses?

$$1000,00 + n \cdot 10,00$$

O capital aplicado mais o juro somam o que é definido como o montante da aplicação. Nota-se que o capital inicial e os montantes no final de cada mês formam uma progressão aritmética. Mas qual será a razão dessa progressão aritmética?

Vamos montar a sequência de cada termo para descobrir a razão dessa PA:

$$(1000; 1010; 1020; 1030; \dots)$$

Perceba que a diferença de um termo para o outro é exatamente o valor do juro. Assim, a razão dessa PA é o juro recebido em um período de aplicação.

Professor(a), a **atividade 1** possibilita que o estudante desenvolva a habilidade de identificar uma progressão entre as sequências dadas. Reitere para eles que uma sequência numérica é uma progressão quando existe uma regularidade entre os termos e incentive-os a criarem progressões além das identificadas na atividade e a compartilharem entre si, procurando identificar a regularidade de cada uma.

- Assinale a seguir as sequências numéricas que representam uma progressão.
 - () (2; 5; 8; 11; 14; 17)
 - () (7; 2; 25; 49; -13; 14; 0; 259)
 - () (0; 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21;...)
 - () (1; 11; 234; 1 976; 25 874;...)
 - () (1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; ...)

Sugestão de solução:

- (X) (2; 5; 8; 11; 14; 17)
- () (7; 2; 25; 49; -13; 14; 0; 259)
- (X) (0; 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21;...)
- () (1; 11; 234; 1 976; 25 874;...)
- (X) (1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; ...)

D22 A – Identificar uma progressão numérica qualquer.

Professor(a), a **atividade 2** tem como objetivo oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de identificar a regularidade (padrão) de cada progressão dada e, a partir daí, escrever os próximos termos. Em seguida, a atividade traz dois desafios. O primeiro é a sequência de Fibonacci. Se achar necessário, traga mais informações sobre o matemático citado e outras contribuições que considerar pertinentes para a aula. O segundo desafio é apenas um momento lúdico.

- Dadas as sequências a seguir, escreva os três próximos termos de cada.
 - a) (4; 8; 12; 16; _____ ; _____ ; _____)

- b) (2; 4; 8; 16; ____ ; ____ ; ____)
 c) (2; 9; 16; 23; ____ ; ____ ; ____)
 d) (3; 9; 27; 81; ____ ; ____ ; ____)
 e) (1; 4; 9; 16; 25; 36 ; ____ ; ____ ; ____)

Desafio 1!

Leonardo de Pisa, mais conhecido como Fibonacci, foi um Matemático italiano que viveu de 1180 a 1250. Em 1202 ele propôs em sua obra LiberAbaci (Livro dos Cálculos) o problema a seguir, de grande repercussão por ter aplicações em várias áreas do conhecimento, como economia, biologia, física etc.

“Admitindo-se que cada casal de coelhos só procrie pela primeira vez aos dois meses, exatamente, após o seu nascimento e que, a partir de então, gere um casal a cada mês, quantos casais haverá ao final de doze meses, partindo-se de um único casal de coelhos recém-nascidos?”

A sequência formada pelo número de coelhos em cada mês ficou conhecida como sequência de Fibonacci.

(1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; ____ ; ____ ; ____)

Agora, represente os doze primeiros termos da sequência de Fibonacci:



Desafio 2!

Escreva os três próximos termos da sequência a seguir:

(2; 10; 12; 16; 17; 18; 19; ____ ; ____ ; ____)

Observação: o jargão “saia da caixinha”, que quer dizer “pensar fora da caixa”, significa abandonar os padrões que limitam seu pensamento e expandir sua criatividade.

Sugestão de solução:

- a) (4; 8; 12; 16; 20; 24; 28)
 b) (2; 4; 8; 16; 32; 64; 128)
 c) (2; 9; 16; 23; 30; 37; 44)
 d) (3; 9; 27; 81; 243; 729; 2 187)
 e) (1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81)

Desafios!

(1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21;	(2; 10; 12; 16; 17; 18; 19; 200; 201; 202)
Cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois antecedentes.	Cada termo é um número natural que começa com a letra “d”: (dois, dez, doze, ...)

D22 B – Identificar o padrão (regularidade) de uma sequência numérica qualquer.

Professor(a), a **atividade 3** tem o objetivo de possibilitar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de escrever uma sequência numérica dada a sua lei de formação. Essa atividade retoma a seguinte habilidade da matriz do SAEB:

D32 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões). Essa habilidade é trabalhada no 8º e 9º anos, e foi retomada no material REVISÁ para o 9º ano, elaborado para o mês de maio. Se considerar conveniente, utilize essa parte do material para reforçar esse objeto de conhecimento.

3. Escreva os cinco primeiros termos de cada sequência gerada pelas seguintes leis de formação:

a) $a_n = 2 \cdot n - 1$, para $n \in \mathbb{N}^*$

b) $a_n = n^2$, para $n \in \mathbb{N}^*$

c) $a_n = 5 \cdot n + 2$, para $n \in \mathbb{N}^*$

d) $a_n = n^2 + 2$, para $n \in \mathbb{N}^*$

e) $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, para $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $n \in \mathbb{N}^*$

Sugestão de solução:

a) (1; 3; 5; 7; 9) → Sequência dos números naturais ímpares

$a_1 = 2 \cdot 1 - 1 \rightarrow a_1 = 2 - 1 \rightarrow a_1 = 1$

$a_2 = 2 \cdot 2 - 1 \rightarrow a_2 = 4 - 1 \rightarrow a_2 = 3$

$a_3 = 2 \cdot 3 - 1 \rightarrow a_3 = 6 - 1 \rightarrow a_3 = 5$

$a_4 = 2 \cdot 4 - 1 \rightarrow a_4 = 8 - 1 \rightarrow a_4 = 7$

$a_5 = 2 \cdot 5 - 1 \rightarrow a_5 = 10 - 1 \rightarrow a_5 = 9$

b) (1; 4; 9; 16; 25) → Sequência dos números quadrados perfeitos

$a_1 = 1^2 \rightarrow a_1 = 1$

$a_2 = 2^2 \rightarrow a_2 = 4$

$a_3 = 3^2 \rightarrow a_3 = 9$

$a_4 = 4^2 \rightarrow a_4 = 16$

$a_5 = 5^2 \rightarrow a_5 = 25$

c) (7; 12; 17; 22; 27)

$a_1 = 5 \cdot 1 + 2 \rightarrow a_1 = 5 + 2 \rightarrow a_1 = 7$

$a_2 = 5 \cdot 2 + 2 \rightarrow a_2 = 10 + 2 \rightarrow a_2 = 12$

$a_3 = 5 \cdot 3 + 2 \rightarrow a_3 = 15 + 2 \rightarrow a_3 = 17$

$a_4 = 5 \cdot 4 + 2 \rightarrow a_4 = 20 + 2 \rightarrow a_4 = 22$

$a_5 = 5 \cdot 5 + 2 \rightarrow a_5 = 25 + 2 \rightarrow a_5 = 27$

d) (3; 6; 11; 18; 27)

$$a_1 = 1^2 + 2 \rightarrow a_1 = 1 + 2 \rightarrow a_1 = 3$$

$$a_2 = 2^2 + 2 \rightarrow a_2 = 4 + 2 \rightarrow a_2 = 6$$

$$a_3 = 3^2 + 2 \rightarrow a_3 = 9 + 2 \rightarrow a_3 = 11$$

$$a_4 = 4^2 + 2 \rightarrow a_4 = 16 + 2 \rightarrow a_4 = 18$$

$$a_5 = 5^2 + 2 \rightarrow a_5 = 25 + 2 \rightarrow a_5 = 27$$

e) (1; 1; 2; 3; 5) → Sequência de Fibonacci

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$a_3 = a_{3-1} + a_{3-2} \rightarrow a_3 = a_2 + a_1 \rightarrow a_3 = 1 + 1 \rightarrow a_3 = 2$$

$$a_4 = a_{4-1} + a_{4-2} \rightarrow a_4 = a_3 + a_2 \rightarrow a_4 = 2 + 1 \rightarrow a_4 = 3$$

$$a_5 = a_{5-1} + a_{5-2} \rightarrow a_5 = a_4 + a_3 \rightarrow a_5 = 3 + 2 \rightarrow a_5 = 5$$

D22 C – Escrever uma sequência numérica dada a sua lei de formação.

Professor(a), a **atividade 4** também possibilita que o estudante desenvolva a habilidade de escrever uma sequência numérica dada a sua lei de formação, porém, é trabalhada de maneira inversa à atividade 3, pois é dada uma sequência para que o estudante identifique a lei de formação correspondente. A sugestão de resolução por análise de cada uma das alternativas se justifica pelo fato de que neste momento ainda não foi trabalhada a fórmula do termo geral de uma PA ($a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$). Se considerar conveniente, quando for trabalhado o termo geral de uma PA, retome essa atividade e apresente uma nova resolução, mostrando, assim, a facilidade que a fórmula traz.

4. Considere a sequência (5; 8; 11; 14; 17; 20; ...). A lei de formação que gera qualquer termo a_n dessa sequência a partir da sua ordem (posição) n é igual a

(A) $a_n = 5n$

(B) $a_n = 4n + 1$

(C) $a_n = 3n + 2$

(D) $a_n = 2n + 3$

(E) $a_n = n + 4$

Gabarito: C

Sugestão de resolução:

(A) $a_n = 5n$

$$a_1 = 5 \cdot 1 \rightarrow a_1 = 5 \text{ (V)}$$

$$a_2 = 5 \cdot 2 \rightarrow a_1 = 10 \text{ (F)}$$

Portanto, a lei de formação dessa sequência não é $a_n = 5n$.

(B) $a_n = 4n + 1$

$$a_1 = 4 \cdot 1 + 1 \rightarrow a_1 = 4 + 1 \rightarrow a_1 = 5 \text{ (V)}$$

$$a_2 = 4 \cdot 2 + 1 \rightarrow a_1 = 8 + 1 \rightarrow a_1 = 9 \text{ (F)}$$

Portanto, a lei de formação dessa sequência não é $a_n = 4n + 1$.

(C) $a_n = 3n + 2$

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 2 \rightarrow a_1 = 3 + 2 \rightarrow a_1 = 5 \text{ (V)}$$

$$a_2 = 3 \cdot 2 + 2 \rightarrow a_2 = 6 + 2 \rightarrow a_2 = 8 \text{ (V)}$$

$$a_3 = 3 \cdot 3 + 2 \rightarrow a_3 = 9 + 2 \rightarrow a_3 = 11 \text{ (V)}$$

$$a_4 = 3 \cdot 4 + 2 \rightarrow a_4 = 12 + 2 \rightarrow a_4 = 14 \text{ (V)}$$

$$a_5 = 3 \cdot 5 + 2 \rightarrow a_5 = 15 + 2 \rightarrow a_5 = 17 \text{ (V)}$$

$$a_6 = 3 \cdot 6 + 2 \rightarrow a_6 = 18 + 2 \rightarrow a_6 = 20 \text{ (V)}$$

Portanto, a lei de formação dessa sequência é $a_n = 3n + 2$.

Observação: existem outras resoluções, como será apresentado posteriormente.

D22 C – Escrever uma sequência numérica dada a sua lei de formação.

Professor(a), a **atividade 5** tem como objetivo oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de identificar uma progressão aritmética. Embora a atividade não peça, procure já identificar as razões das sequências que forem progressões aritméticas.

5. Entre as progressões a seguir, assinale aquelas que são progressões aritméticas.

a) () (3; 6; 9; 12; 15; 18;...)

b) () (1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128;...)

c) () (0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35;...)

d) () (1; 4; 9; 16; 25; 36; 49;...)

e) () (5; 3; 1; -1; -3; -5; -7; -9;...)

f) () (3; 3; 3; 3; 3; 3; 3;...)

Solução:

a) (X) (3; 6; 9; 12; 15; 18; ...) → $6 - 3 = 9 - 6 = 12 - 9 = 15 - 12 = 18 - 15 = 3$

b) () (1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; ...) → $2 - 1 \neq 4 - 2 \neq 8 - 4 \neq 16 - 8 \neq 32 - 16 \dots$

c) (X) (0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; ...) → $5 - 0 = 10 - 5 = 15 - 10 = 20 - 15 = 25 - 20 = 30 - 15 = 5$

d) () (1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; ...) → $4 - 1 \neq 9 - 4 \neq 16 - 9 \neq 25 - 16 \neq 36 - 25 \neq 49 - 36 \dots$

e) (X) (5; 3; 1; -1; -3; -5; -7; -9; ...) → $3 - 5 = 1 - 3 = -1 - 1 = -3 - (-1) = -5 - (-3) = \dots$

f) (X) (3; 3; 3; 3; 3; 3; ...) → $3 - 3 = 3 - 3 = 3 - 3 = 3 - 3 = \dots$

D22 D – Identificar uma progressão aritmética (PA).

Professor(a), na **atividade 6**, o objetivo é que o estudante desenvolva a habilidade de determinar a razão (r) de uma progressão aritmética. Aproveite a atividade para classificar cada progressão em crescente, decrescente ou constante.

6. Relacione cada progressão da 1ª coluna com sua respectiva razão na 2ª coluna.

- | | |
|--|-----------------------|
| (A) (25; 22; 19; 16; 13; 10;...) | () $r = 2$ |
| (B) (7; 7; 7; 7; 7; 7;...) | () $r = -3$ |
| (C) (1, 25; 2,00; 2,75; 3,50; 4,25;...) | () $r = \frac{1}{2}$ |
| (D) (-3; -1; 1; 3; 5; 7;...) | () $r = 0$ |
| (E) (-2; -7; -12; -17; -22;...) | () $r = 0,75$ |
| (F) (0; $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{3}{2}$; 2; $\frac{5}{2}$; 3;...) | () $r = -5$ |

Solução:

(A) (25; 22; 9; 16; 13; 10;...)	(D) $r = 2$
(B) (7; 7; 7; 7; 7; 7;...)	(A) $r = -3$
(C) (1,25; 2,00; 2,75; 3,50; 4,25;...)	(F) $r = \frac{1}{2}$
(D) (-3; -1; ; 3; 5; 7;...)	(B) $r = 0$
(E) (-2; -7; -12; -17; -22;...)	(C) $r = 0,75$
(F) (0; $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{3}{2}$; 2; $\frac{5}{2}$; 3;...)	(E) $r = -5$

D22 E – Determinar a razão (r) de uma PA.

Professor(a), as **atividades 7, 8 e 9** têm o objetivo de contribuir para que o estudante desenvolva a habilidade de determinar um termo qualquer (termo geral) em uma progressão aritmética. Incentive seus estudantes a tentarem determinar o termo sem utilizar a fórmula, ou seja, escrever toda a sequência até o termo pedido. Após essa tentativa, utilize a fórmula de modo que seus estudantes entendam essa fórmula como uma ferramenta facilitadora do processo.

7. Determine o quadragésimo oitavo termo da sequência (5; 8; 11; 14;...).

Sugestão de solução:

$a_{48} \rightarrow$ quadragésimo oitavo termo	$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$
$a_1 = 5$	$a_{48} = 5 + (48 - 1) \cdot 3$
$n = 48$	$a_{48} = 5 + 47 \cdot 3$
$r = 3$ (8 - 5 = 11 - 8 = 14 - 11 = ... = 3)	$a_{48} = 5 + 141$
	$a_{48} = 146$

Portanto, o quadragésimo oitavo termo (a_{48}) dessa sequência é igual a 146.

D22 F – Determinar um termo qualquer de uma PA.

8. (ENEM 2020) No Brasil, o tempo necessário para um estudante realizar sua formação até a diplomação em um curso superior, considerando os 9 anos de ensino fundamental, os 3 anos do ensino

médio e os 4 anos de graduação (tempo médio), é de 16 anos. No entanto, a realidade dos brasileiros mostra que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos é ainda muito pequeno, conforme apresentado na tabela.

Tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos

Ano da Pesquisa	1995	1999	2003	2007
Tempo de estudo (em ano)	5,2	5,8	6,4	7,0

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 19 dez. 2012 (adaptado).

Considere que o incremento no tempo de estudo, a cada período, para essas pessoas, se mantenha constante até o ano 2050, e que se pretenda chegar ao patamar de 70% do tempo necessário à obtenção do curso superior dado anteriormente.

O ano em que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos atingirá o percentual pretendido será

- (A) 2 018.
- (B) 2 023.
- (C) 2 031.
- (D) 2 035.
- (E) 2 043.

Gabarito: D

Sugestão de solução:

Essa questão possui duas sequências, ambas progressões aritméticas:

Anos de pesquisa: (1995; 1999; 2003; 2007;...) é uma PA de razão $r = 4$.

Tempo de estudo: (5,2; 5,8; 6,4; 7,0;...) é uma PA de razão $r = 0,6$.

A questão quer saber o tempo médio de estudo para as pessoas atingirem 70% do tempo necessário que é 16 anos:

$$70\% \text{ de } 16 = \frac{70}{100} \text{ de } 16 = 11,2$$

Observando que o tempo de estudo é uma PA de razão 0,6, calcula-se em quantos intervalos o tempo de estudo atinge 11,2:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow 11,2 = 5,2 + (n - 1) \cdot 0,6$$

$$\rightarrow 11,2 - 5,2 = (n - 1) \cdot 0,6 \rightarrow 6 = (n - 1) \cdot 0,6 \rightarrow$$

$$\frac{6}{0,6} = (n - 1) \rightarrow 10 = n - 1 \rightarrow n = 11$$

Aplicando $n = 11$ na outra progressão aritmética descobre-se o ano em que o tempo médio atinge 11,2:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow a_{11} = 1995 + (11 - 1) \cdot 4$$

$$\rightarrow a_{11} = 1995 + 10 \cdot 4 \rightarrow a_{11} = 1995 + 40$$

$$\rightarrow a_{11} = 2 035$$

Portanto, o tempo médio atingirá 70% em 2035.

D22 F – Determinar um termo qualquer de uma PA.

9. (ENEM 2016) Com o objetivo de trabalhar a concentração e a sincronia de movimentos dos alunos de uma de suas turmas, um professor de educação física dividiu essa turma em três grupos (A, B e C) e estipulou a seguinte atividade: os alunos do grupo A deveriam bater palmas a cada 2 s, os alunos do grupo B deveriam bater palmas a cada 3s e os alunos do grupo C deveriam bater palmas a cada 4 s. O professor zerou o cronômetro e os três grupos começaram a bater palmas quando ele registrou 1s. Os movimentos prosseguiram até o cronômetro registrar 60 s. Um estagiário anotou no papel a sequência formada pelos instantes em que os três grupos bateram palmas simultaneamente. Qual é o termo geral da sequência anotada?
- (A) $12 \cdot n$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 5$.
 (B) $24 \cdot n$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 2$.
 (C) $12 \cdot (n - 1)$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 6$.
 (D) $12 \cdot (n - 1) + 1$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 5$.
 (E) $24 \cdot (n - 1) + 1$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 3$.

Gabarito: D

Sugestão de solução:

O mínimo múltiplo comum entre 2, 3 e 4, que é igual a 12, é o intervalo entre as palmas simultâneas.

Sabe-se que as palmas iniciaram em 1 segundo com intervalo de repetição de 12 segundos, obtendo assim a PA: (1; 13; 25; 37; 49).

Com $n = 6$ o tempo passaria de 60 segundos.

Assim, a lei de formação da PA será $a_n = 1 + (n - 1) \cdot 12$ com $1 \leq n \leq 5$

Professor(a), as **atividades 10, 11 e 12** têm como objetivo oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de utilizar a fórmula do termo geral de uma PA para determinar outros termos que não sejam um termo qualquer (a_n).

Em cada uma das atividades a seguir, a incógnita deixa de ser o termo geral (a_n) e passa a ser o primeiro termo, a ordem de um termo (n) ou a razão (r) da PA. Mostre, assim, que a mesma fórmula pode ser utilizada em diferentes tipos de problemas, contribuindo para o aumento do repertório de soluções feitas pelos estudantes.

10. Quantos são os múltiplos de 8 compreendidos entre 10 e 400?

Sugestão de solução:

O primeiro múltiplo de 8 após o 10 é o 16 e antes do 400, que é múltiplo de 8, é o 392.

Tem-se assim que:

$a_n = 392$	$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow 392 = 16 + (n - 1) \cdot 8$
$a_1 = 16$	$392 - 16 = (n - 1) \cdot 8 \rightarrow 376 = (n - 1) \cdot 8$
$n = ?$	$\frac{376}{8} = n - 1 \rightarrow 47 = n - 1 \rightarrow n = 48$
$r = 8$	Assim, são 48 múltiplos de 8 entre 10 e 400.

D22 G – Determinar a ordem (n) de um termo qualquer (a_n) de uma PA.

11. (ENEM 2018) A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça, o segundo, a 100 metros, o terceiro, a 120 metros, e assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte metros entre os postes, até que o último poste seja colocado a uma distância de 1 380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R\$ 8 000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

- (A) R\$ 512 000,00.
 (B) R\$ 520 000,00.
 (C) R\$ 528 000,00 .
 (D) R\$ 552 000,00.
 (E) R\$ 584 000,00.

Gabarito: C

Sugestão de solução:

As distâncias dos postes em relação à praça formam a seguinte sequência numérica: (80; 100; 120;...; 380)..

Como os postes serão colocados de em metros, essa sequência é uma PA de razão $r = 20$, primeiro termo $a_1 = 80$ e o último termo $a_n = 1 380$. Além disso, sabe-se que a ordem do último termo é exatamente a quantidade de termos. Para calcular essa quanti de n de termos, utiliza-se a fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$1 380 = 80 + (n - 1) \cdot 20 \rightarrow 1 380 - 80 = (n - 1) \cdot 20$$

$$\rightarrow 1 300 = (n - 1) \cdot 20$$

$$\frac{1300}{20} = n - 1 \rightarrow 65 = n - 1 \rightarrow 65 + 1 = n \rightarrow n = 66$$

Ou seja, serão colocados 66 postes que custam R\$ 8 000 cada um.

$$66 \cdot 8 000 = 528 000$$

O maior valor que poderá ser gasto com a colocação desses postes será igual a R\$ 528 000,00.

D22 G – Determinar a ordem (n) de termo qualquer (a_n) de uma PA.

12. Calcule o 1º termo de uma PA de razão $r = -4$, cujo décimo termo é -21 .

Sugestão de solução:

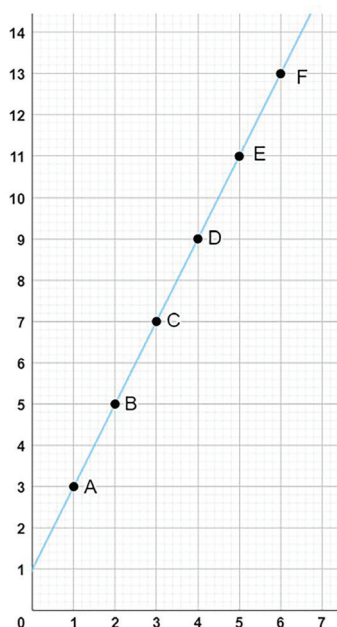
$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\ a_{10} &= -21 & -21 &= a_1 + (10 - 1) \cdot (-4) \\ a_1 &= ? & -21 &= a_1 + 9 \cdot (-4) \\ r &= -4 & -21 &= a_1 - 36 \\ n &= 10 & -a_1 &= 21 - 36 \\ & & -a_1 &= -15 \\ & & a_1 &= 15 \end{aligned}$$

D22 H – Determinar o primeiro termo (a₁) de uma PA.

Professor(a), na **atividade 13**, o objetivo é que o estudante desenvolva a habilidade de representar geometricamente uma progressão aritmética em um plano cartesiano, e o mais importante, saber identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, como orienta a BNCC na habilidade (EM13MAT507).

Essa habilidade se relaciona com os descritores D23 e D24 da matriz do SAEB, que apesar do crescimento no índice de acerto na avaliação formativa ainda são os descritores mais críticos, merecendo assim, uma atenção especial.

13. Considere os seguintes pontos marcados no plano cartesiano a seguir:



As **ordenadas** desses pontos representam os termos de uma PA cuja lei de formação é

- (A) $a_n = 3n$
- (B) $a_n = 2n + 1$
- (C) $a_n = n + 2$
- (D) $a_n = -n + 3$
- (E) $a_n = -2n + 4$

Gabarito: B

Sugestão de solução:

As ordenadas dos pontos são (3; 5; 7; 9; 11, ...) que é uma PA cuja razão é $r = 2$ e primeiro termo $a_1 = 3$. Aplicando a fórmula do termo geral, tem-se que:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\ a_n &= 3 + (n - 1) \cdot 2 \\ a_n &= 3 + 2n - 2 \\ a_n &= 2n + 1 \end{aligned}$$

D22 I – Representar geometricamente uma PA.

Professor(a), a **atividade 14**, que é uma questão do ENEM, tem como objetivo oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de interpolar termos em uma progressão aritmética. Reitere, por meio dessa questão, a importância da fórmula do termo geral.

14. (ENEM 2014) Em uma determinada estrada existem dois telefones instalados no acostamento: um no quilômetro 30 e outro no quilômetro 480. Entre eles serão colocados mais 8 telefones, mantendo-se entre dois telefones consecutivos sempre a mesma distância.

Qual a sequência numérica que corresponde à quilometragem em que os novos telefones serão instalados?

- (A) 80, 130, 180, 230, 280, 330, 380, 430
- (B) 81, 132, 183, 234, 285, 336, 387, 438
- (C) 30, 90, 150, 210, 270, 330, 390, 450
- (D) 75, 120, 165, 210, 255, 300, 345, 390
- (E) 78, 126, 174, 222, 270, 318, 366, 414

Gabarito: A

Sugestão de solução:

Como serão instalados mais 8 telefones, a sequência numérica que corresponde à quilometragem em que os telefones serão instalados pode ser representada pela sequência:

(30; a₂; a₃; a₄; a₅; a₆; a₇; a₈; a₉; 480), onde $a_1 = 30$ e $a_{10} = 480$.

Aplicando a fórmula do termo geral tem-se que:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1) \cdot r & a_1 &= 30 \\ 480 &= 30 + (10-1) \cdot r & a_2 &= 30 + 50 = 80 \\ 480 &= 30 + 9 \cdot r & a_3 &= 80 + 50 = 130 \\ 480 - 30 &= 9 \cdot r & a_4 &= 130 + 50 = 180 \\ 450 &= 9 \cdot r & a_5 &= 180 + 50 = 230 \\ r &= 50 & a_6 &= 230 + 50 = 280 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_7 &= 280 + 50 = 330 \\ a_8 &= 330 + 50 = 380 \\ a_9 &= 380 + 50 = 430 \\ a_{10} &= 430 + 50 = 480 \end{aligned}$$

∴ a progressão aritmética é
(30; 80; 130; 180; 230; 280; 330; 380; 430; 480)

D22 J – Interpolarm meios aritméticos entre dois termos de uma PA.

Professor(a), nas **atividades 15, 16 e 17**, o objetivo é oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de calcular a soma dos termos de uma progressão aritmética. Retome a história de Karl Friedrich Gauss, contada no relembrando, e mostre que, assim como a fórmula do termo geral, a fórmula da soma dos termos de uma PA é uma ferramenta facilitadora em alguns processos de resolução de problemas envolvendo progressões aritméticas. Se considerar conveniente, incentive seus estudantes a tentarem calcular a soma sem a fórmula, e depois com a fórmula, comparando as duas resoluções.

15. Dada a progressão aritmética (1; 3; 5; 7;...) determine a soma dos seus 100 primeiros termos.

Sugestão de solução:

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$
$a_{100} = 1 + (100-1) \cdot 2$	
$a_{100} = 1 + 99 \cdot 2$	$S_n = \frac{(1 + 199) \cdot 100}{2}$
$a_{100} = 1 + 198$	$\rightarrow S_n = 200 \cdot 50 \rightarrow S_n = 10\ 000$
$a_{100} = 199$	

D22 K – Determinar a soma dos termos (S_n) de uma PA finita.

16. (Enem 2012) Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra

forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.

A quantidade de cartas que forma o monte é:

- (A) 21.
- (B) 24.
- (C) 26.
- (D) 28.
- (E) 31.

Gabarito: B

Sugestão de solução:

Primeiramente, calcula-se o total de cartas que foram usadas. As quantidades de cartas em cada coluna é uma PA cujo primeiro termo é 1 e a razão também é 1. Calculando-se a soma das 7 fileiras, o primeiro termo é 1 e o último termo é 7 e o valor de também é 7 (7 fileiras):

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \rightarrow S_n = \frac{(1+7) \cdot 7}{2} \rightarrow S_n = \frac{8 \cdot 7}{2} \rightarrow \\ S_n &= 4 \cdot 7 \rightarrow S_n = 28 \end{aligned}$$

Como são 52 cartas, obtém-se: 52 – 28 = 24

Portanto, a quantidade de cartas que forma o monte é igual a 24.

D22 K – Determinar a soma dos termos (S_n) de uma PA finita.

17. (ENEM 2010) O trabalho em empresas de festas exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal.

Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.



Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

FUNCIÓNÁRIO I: aproximadamente 200 estrelas.

FUNCIÓNÁRIO II: aproximadamente 6 000 estrelas.

FUNCIÓNÁRIO III: aproximadamente 12 000 estrelas.

FUNCIÓNÁRIO IV: aproximadamente 22 500 estrelas.

FUNCIÓNÁRIO V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- (E) V

Gabarito: C

Sugestão de solução:

A quantidade de estrelas, por linha, forma a sequência (1; 2; 3; 4; ...; 150) que é uma PA de razão $r = 1$.

Para saber o total de estrelas, basta aplicar a fórmula da soma de termos de uma PA.

Tem-se que:

$a_1 = 1$	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \rightarrow S_n$ $= \frac{(1 + 150) \cdot 150}{2}$ $\rightarrow S_n = 151 \cdot 75 \rightarrow S_n = 11\,325$ <p>Assim, o número total de estrelas é 11 325.</p>
$a_{150} = 150$	
$n = 150$	
$S_n = ?$	

Portanto, o funcionário III apresentou o resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária.

D22 K – Determinar a soma dos termos (S_n) de uma PA finita.

Professor(a), as atividades 18, 19 e 20 têm como objetivo oportunizar ao estudante identificar uma progressão aritmética de 2ª ordem e determinar um termo qualquer de uma PA desse tipo. Perceba que as três atividades tratam o assunto de forma gradativa, partindo da identificação, e terminando com a resolução de um problema envolvendo essa habilidade. Se considerar conveniente, mostre que existem progressões aritméticas de outras ordens. A dedução da fórmula utilizada pode ser utilizada como atividade (desafio) extra entre a atividade 18 e 19.

18. Mostre que a sequência (0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49;...) é uma progressão aritmética de segunda ordem.

Sugestão de solução:

$$1 - 0 = 1$$

$$4 - 1 = 3$$

$$9 - 4 = 5$$

$$16 - 9 = 7$$

$$25 - 16 = 9$$

$$36 - 25 = 11$$

$$49 - 36 = 13$$

(1; 3; 5; 7; 9; 11; 13;...) é uma PA de razão $r = 2$.

D22 L – Identificar uma PA de segunda ordem.

19. Qual é o trigésimo termo da sequência (2, 5, 11, 20, 32, ...)?

Sugestão de solução:

Primeiramente, verifica-se que a sequência (2; 5; 11; 20; 32;...) é uma PA de 2ª ordem, pois a diferença entre seus termos é a PA (3; 6; 9; 12;...) de 1ª ordem, cuja razão é $r = 3$.

Calcula-se primeiramente o vigésimo nono termo (a_{29}) da PA de 1ª ordem:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{29} = 3 + (29 - 1) \cdot 3$$

$$a_{29} = 3 + 28 \cdot 3$$

$$a_{29} = 3 + 84$$

$$a_{29} = 87$$

Em seguida, calcula-se a soma dos 29 primeiros termos dessa PA de 1ª ordem:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{29} = \frac{(3 + 87) \cdot 29}{2}$$

$$S_{29} = \frac{90 \cdot 29}{2}$$

$$S_{29} = 45 \cdot 29$$

$$S_{29} = 1\,305$$

Finalmente, calcula-se o trigésimo termo da PA de 2ª ordem:

$$a_n = a_1(2^\text{ª ordem}) + S_{n-1}(1^\text{ª ordem})$$

$$a_n = 2 + 1305$$

$$a_n = 1307$$

D22 M – Determinar um termo qualquer de uma PA de segunda ordem.

20. “Números triangulares” são números que podem ser representados por pontos arranjados na forma de triângulos equiláteros. É conveniente definir 1 como o primeiro número triangular. Apresentamos a seguir os primeiros números triangulares.



Se T_n representa o n -ésimo número triangular, então $T_1 = 1$, $T_2 = 3$, $T_3 = 6$, $T_4 = 10$, e assim por diante. Qual o valor de T_{100} ?

Sugestão de solução:

Primeiramente, verifica-se que a sequência (1; 3; 6; 10; 15;...) é uma PA de 2ª ordem, pois a diferença entre seus termos é a PA (2; 3; 4; 5;...) de 1ª ordem, cuja razão é $r = 1$.

Calcula-se primeiramente o nonagésimo nono termo (a_{99}) da PA de 1ª ordem:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{99} = 2 + (99 - 1) \cdot 1$$

$$a_{99} = 2 + 98 \cdot 1$$

$$a_{99} = 2 + 98$$

$$a_{99} = 100$$

Em seguida, calcula-se a soma dos 99 primeiros termos dessa PA de 1ª ordem:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{99} = \frac{(2 + 100) \cdot 99}{2}$$

$$S_{99} = \frac{102 \cdot 99}{2}$$

$$S_{99} = 51 \cdot 99$$

$$S_{99} = 5\,049$$

Finalmente, calcula-se o centésimo termo da PA de 2ª ordem:

$$a_{100} = a_1 (2^{\text{ª ordem}}) + S_{n-1} (1^{\text{ª ordem}})$$

$$a_{100} = 1 + 5049$$

$$a_{100} = 5050$$

D22 M – Determinar um termo qualquer (a_n) de uma PA de segunda ordem.

Professor(a), as **atividades 21, 22, 23 e 24** são questões do ENEM que abordam problemas envolvendo o que foi estudado sobre progressões aritméticas. Reiteramos a sugestão de trabalhar a análise de cada uma das opções (distratores) quando for conveniente. Se considerar necessário, extrapole esse material, trazendo outras questões e outras formas de resoluções para as questões propostas. Utilize essas questões para verificar se os objetivos foram alcançados, e se perceber dificuldades no objeto de conhecimento trabalhado, retome as atividades propostas.

21. (ENEM 2019 – ADAPTADO) O slogan “Se beber não dirija”, muito utilizado em campanhas publicitárias no Brasil, chama a atenção para o grave problema da ingestão de bebida alcoólica por motoristas e suas consequências para o trânsito. A gravidade desse problema pode ser percebida observando como o assunto é tratado pelo Código de Trânsito Brasileiro. Em 2013, a quantidade máxima de álcool permitida no sangue do condutor de um veículo, que já era pequena, foi reduzida, e o valor da multa para motoristas alcoolizados foi aumentado. Em consequência dessas mudanças, observou-se queda no número de

acidentes registrados em uma suposta rodovia nos anos que se seguiram às mudanças implantadas em 2013, conforme dados no quadro.

Ano	2013	2014	2015
Número total de acidentes	1 050	900	850

Suponha que a tendência de redução no número de acidentes nessa rodovia para os anos subsequentes seja igual à redução absoluta observada de 2014 para 2015.

a) Com base na situação apresentada, o número de acidentes esperados nessa rodovia em 2018 foi de

(A) 150.

(B) 450

(C) 550.

(D) 700.

(E) 800.

b) Se fosse mantida a mesma tendência, em que ano o número de acidentes seria igual a zero?

(A) 2 028.

(B) 2 030.

(C) 2 032.

(D) 2 034.

(E) 2 036.

a) **Gabarito: D**

Sugestão de solução:

O número total de acidentes por ano a partir de **2014**, segundo o enunciado, forma uma progressão aritmética de razão $r = -50$: (900; 850; ...)

A quantidade de acidentes em 2018 será o quinto elemento dessa PA. Assim, calcula-se o termo a_5 dessa PA:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow a_5 = 900 + (5 - 1) \cdot (-50)$$

$$\rightarrow a_5 = 900 + 4 \cdot (-50) \rightarrow a_5 = 900 - 200$$

$$\rightarrow a_5 = 700$$

Observação: como são poucos termos, pode-se resolver sem usar PA.

b) **Gabarito: C**

Considerando $a_n = 0$, tem-se que:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow 0 = 900 + (n - 1) \cdot (-50) \rightarrow 0$$

$$= 900 - 50n + 50 \rightarrow 50n = 950 \rightarrow n = 19$$

A sequência dos anos também é uma PA de razão $r = 1$, $a_1 = 2014$ e calcula-se a_{19} :

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow a_{19} = 2014 + (19 - 1) \cdot 1 \rightarrow a_{19}$$

$$= 2014 + 18 \rightarrow a_{19} = 2032$$

D22 N – Resolver problema envolvendo PA dada a fórmula do termo geral.

22. (Enem – 2016) Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício. João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares 1, 3, 5, 7, e assim sucessivamente, de dois em dois andares. Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares 1, 4, 7, 10, e assim sucessivamente, de três em três andares. Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar. Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra, em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro. Qual é o número de andares desse edifício?

- (A) 40
- (B) 60
- (C) 100
- (D) 115
- (E) 120

Gabarito: D

Sugestão de solução:

Os andares trabalhados por João formam uma PA, cuja razão (r) é igual a 2. Já os andares que Pedro trabalhou formam uma PA de razão (r) igual a 3. Tem-se ainda a informação que em exatamente 20 andares, tanto João quanto Pedro trabalharam juntos. Assim, é necessário encontrar uma relação entre esses andares.

Sequência dos andares que João trabalhou: (1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15;...)

Sequência dos andares que Pedro trabalhou: (1; 4; 7; 10; 13; 16; 19; ...)

Analisando as duas progressões dadas, obtém-se os andares em que ambos trabalharam, que também formam uma PA de razão $r = 6$ e que possui 20 termos (20 andares que ambos trabalharam), conforme o enunciado da questão.

(1; 7; 13; ...)

Como trabalharam juntos no último andar, e este era o vigésimo andar que ambos trabalharam, calcula-se:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{20} = 1 + (20 - 1) \cdot 6$$

$$a_{20} = 1 + 19 \cdot 6$$

$$a_{20} = 1 + 114$$

$$a_{20} = 115$$

Portanto, o número de andares desse edifício é igual a 115.

D22 N – Resolver problema envolvendo PA dada a fórmula do termo geral.

23. (Enem 2013) As projeções para a produção de arroz no período de 2012 – 2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de

- (A) 497,25.
- (B) 500,85.
- (C) 502,87.
- (D) 558,75.
- (E) 563,25.

Gabarito: D

Sugestão de solução:

Com os dados da tabela, identifica-se que a sequência forma uma PA, com o primeiro termo igual a 50,25 e a razão igual a 1,25. No período de 2012 a 2021, tem-se 10 anos, portanto, a PA terá 10 termos. (50, 25; 51,50; 52,75; 54,00; ...; a_{10})

Primeiramente, calcula-se o décimo termo:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{10} = 50,25 + (10 - 1) \cdot 1,25$$

$$a_{10} = 50,25 + 9 \cdot 1,25$$

$$a_{10} = 50,25 + 11,25$$

$$a_{10} = 61,50$$

Para encontrar a quantidade total de arroz, calcula-se a soma dos 10 primeiros termos dessa PA:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_n = \frac{(50,25 + 61,50) \cdot 10}{2}$$

$$S_n = 111,75 \cdot 5$$

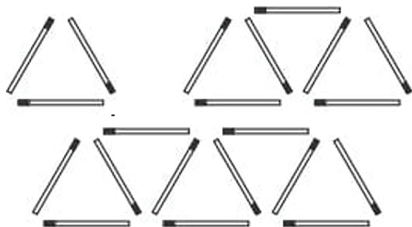
$$S_n = 558,75$$

Portanto, a quantidade total de arroz que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de 558,75 toneladas.

D22 K – Determinar a soma dos termos (S_n) de uma PA finita.

D22 N – Resolver problema envolvendo PA dada a fórmula do termo geral.

24. (Enem 2017 – LIBRAS) A figura ilustra uma sequência de formas geométricas formadas por palitos, segundo uma certa regra. Continuando a sequência, segundo essa mesma regra, quantos palitos serão necessários para construir o décimo termo da sequência?



Continuando a sequência, segundo essa mesma regra, quantos palitos serão necessários para construir o décimo termo da sequência?

- (A) 30
(B) 39
(C) 40
(D) 43
(E) 57

Gabarito: B

Sugestão de solução:

Sabe-se que a primeira forma foi feita com 3 palitos, a segunda com 7 e a terceira com 11, ou seja, temos uma PA de razão $r = 4$, cujo primeiro termo $a_1 = 3$.

Aplicando a fórmula do termo geral tem-se:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{10} = 3 + (10 - 1) \cdot 4$$

$$a_{10} = 3 + 9 \cdot 4$$

$$a_{10} = 3 + 36$$

$$a_{10} = 39$$

Professor(a), a **atividade 25** tem o objetivo de proporcionar ao estudante a habilidade de reconhecer a relação existente entre o estudo das progressões e a matemática financeira, estudada no 8º ano, segundo o DCGO anos finais (EF08MA04–A) e que será retomada no 3º corte segundo o DCGOEM, por meio das habilidades GO–EMMAT303A, GO–EMMAT303B e GO–EMMAT303C. Essa atividade permite, ainda, ajudar o estudante a desenvolver a habilidade de identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins, como foi sugerido na **atividade 12**.

25. Matheus investiu R\$ 8 000,00 em um negócio que renderá 10% ao mês no sistema de juros simples. Utilizando o que foi estudado sobre **progressão aritmética**, calcule o montante que Matheus terá após um ano.

Sugestão de solução:

$$10\% \text{ de } 8\,000 = 0,10 \cdot 8\,000 = 800$$

Assim, os valores no final de cada mês formam uma PA de razão $r = 800$, sendo que o primeiro termo (final do 1º mês) é igual a 8 800.

Utilizando a fórmula do termo geral, calculamos a_{12} .

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{12} = 8800 + (12 - 1) \cdot 800$$

$$a_{12} = 8800 + 11 \cdot 800$$

$$a_{12} = 8800 + 8800$$

$$a_{12} = 17\,600$$

Matheus terá R\$17 600,00 após um ano de investimento.

SEMANA 2

Progressão Geométrica (PG)

Descritor SAEB: D22 – Resolver problema envolvendo PG dada a fórmula do termo geral.

Objetos de conhecimento desenvolvidos:

- Progressão geométrica,
- Função exponencial;
- Juros compostos.

Professor(a), além dessas habilidades presentes no ensino fundamental anos finais já citadas anteriormente, nesta semana, retomamos e aprofundamos as seguintes habilidades do DCGOEM (1ª série):

- (GO–EMMAT508A) Reconhecer situações que envolvem padrões numéricos em diferentes contextos, compreendendo a ideia de sequência (PG) para resolver problemas do cotidiano.
- (GO–EMMAT508B) Compreender as características da PG identificando seus elementos e conceitos (termos, posições dos termos, quantidade de termos, termo geral, razão, lei de formação, soma dos termos, entre outros) para aplicar os conceitos na resolução de problemas que se relacionem as sequências.
- (GO–EMMAT508C) Analisar as propriedades inerentes a PG e suas aplicações, deduzindo suas fórmulas essenciais (termo geral, termo médio, soma dos primeiros termos, soma dos termos de uma PG infinita, entre outras), para avaliar o melhor momento para a utilização de cada fórmula associada a uma situação problema.
- (GO–EMMAT508D) Associar PGs a funções exponenciais de domínios discretos, empregando estratégias e

recursos, como padrões, experimentações e diferentes tecnologias, para analisar as propriedades, deduzir fórmulas e/ou resolver problemas de contextos diversos.

- (GOEMMAT508E) Modelar problemas que envolvem padrões aritméticos associados a PG, investigando dados e informações apresentadas em textos de natureza socioeconômica, técnico-científicas etc. para resolver problemas do cotidiano do/a estudante.

Considerando também a BNCC, nos orientamos com a seguinte habilidade:

- (EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Relembrando

Progressão Geométrica (PG)

Progressão geométrica (PG) é toda sequência numérica na qual o quociente entre cada termo (a partir do segundo) e o termo antecessor é constante. Esse quociente constante é chamado de razão da PG e é representado por q .

Exemplo:

Considere a sequência (1; 2; 4; 8; 16; 32; 64;...)

$$\begin{aligned} 2 \div 1 &= 2 \\ 4 \div 2 &= 2 \\ 8 \div 4 &= 2 \\ 16 \div 8 &= 2 \\ 32 \div 16 &= 2 \\ 64 \div 32 &= 2 \end{aligned}$$

Portanto, (1; 2; 4; 8; 16; 32; 64;...) é uma progressão geométrica (PG) de razão $q = 2$.

Observação 1:

Uma PG pode ser finita ou infinita.

Observação 2:

Uma PG pode ser crescente ($q > 1$), decrescente ($0 < q < 1$), constante ($q = 1$) ou oscilante ($q < 0$).

• Termo geral de uma PG

Pela definição de progressão geométrica, tem-se que:

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 \cdot q = a_1 \cdot q^1 \\ a_3 &= a_2 \cdot q = a_1 \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^2 \\ a_4 &= a_3 \cdot q = a_1 \cdot q \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^3 \\ a_5 &= a_4 \cdot q = a_1 \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^4 \end{aligned}$$

Generalizando:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

onde:

a_n → termo geral de uma PG;

a_1 → primeiro termo de uma PG;

n → ordem (posição) do termo a_n

q → razão da PG

Tem-se, assim, uma fórmula que permite determinar qualquer termo (a_n) de uma PG, sendo conhecidos seu primeiro termo e sua razão.

Exemplo:

Calcule o **décimo termo** da sequência (2; 4; 8; 16;...).

a_{10} → décimo termo

$$a_1 = 2$$

$$n = 10$$

$$q = 2 \quad (4 \div 2 = 8 \div 4 = 16 \div 8 = \dots = 2)$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{10} = 2 \cdot 2^{10-1}$$

$$a_{10} = 2 \cdot 2^9$$

$$a_{10} = 2^{10}$$

$$a_{10} = 1024$$

Observação: essa fórmula (termo geral) nos permite determinar o primeiro termo (a_1), a ordem (n) de um termo ou a razão (q) da PG, a depender dos elementos conhecidos.

Exemplo:

Determine o **primeiro termo** de uma PG em que o sexto termo é 729 e a razão é 3.

$$a_6 = 729$$

$$a_1 = ?$$

$$n = 6$$

$$r = 3$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$729 = a_1 \cdot 3^{6-1}$$

$$729 = a_1 \cdot 3^5$$

$$3^5 \cdot a_1 = 729$$

$$243 \cdot a_1 = 729$$

$$a_1 = \frac{729}{243}$$

$$a_1 = 3$$

Representação gráfica de uma progressão geométrica (PG)

A representação gráfica da PG ($a_1; a_2; a_3; \dots; a_n; \dots$) é formada pelos pontos (n, a_n) do plano cartesiano. Esses pontos pertencem ao gráfico de uma **função exponencial** de equação $y = a_1 \cdot q^{x-1}$, onde $y = a_n$ e $x = n$.

Considere a sequência (1; 2; 4; 8; 16; 32;...).

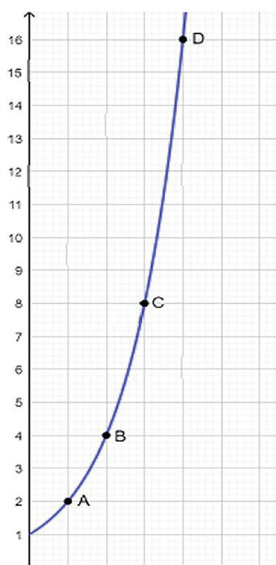
O termo geral dessa sequência pode ser representado por:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_n = 2 \cdot 2^{n-1}$$

$$a_n = 2^n$$

n	a_n
1	2
2	4
3	8
4	16



Perceba que há um relacionamento muito importante entre a função exponencial e a progressão geométrica. Considerando a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2^x$, por exemplo, percebe-se que $f(1), f(2), f(3), f(4), \dots, f(n)$ formam uma progressão aritmética. Observe:

$$f(1) = 2^1 = 2$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 2^3 = 8$$

$$f(4) = 2^4 = 16$$

Portanto, $(2; 4; 8; 16; \dots)$ é uma progressão geométrica de razão $q = 2$.

• Interpolação geométrica

Interpolar (inserir ou intercalar) meios geométricos entre dois números, significa obter uma progressão geométrica de extremos conhecidos.

Exemplo:

Distribua 6 números entre 1600 e 12,5 para que a sequência numérica formada seja uma progressão geométrica.

Considerando a sequência $(1600; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; a_7; 12,5)$, tem-se que $a_1 = 1600$ e $a_8 = 12,5$. Aplicando a fórmula do termo geral, obtém-se:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$12,5 = 1600 \cdot q^{8-1}$$

$$12,5 = 1600 \cdot q^7$$

$$\frac{12,5}{1600} = q^7$$

$$q^7 = \frac{1}{128}$$

$$q = \frac{1}{2}$$

$$a_1 = 1600$$

$$a_2 = 1600 \cdot \frac{1}{2} = 800$$

$$a_3 = 800 \cdot \frac{1}{2} = 400$$

$$a_4 = 400 \cdot \frac{1}{2} = 200$$

$$a_5 = 200 \cdot \frac{1}{2} = 100$$

$$a_6 = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

$$a_7 = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25$$

$$a_8 = 25 \cdot \frac{1}{2} = 12,5 \text{ (Para confirmar)}$$

\therefore a progressão geométrica é $(1600; 800; 400; 200; 100; 50; 25; 12,5)$

• Soma dos termos (S_n) de uma PG finita

A soma dos n primeiros termos de uma PG finita com razão $q \neq 1$ é dada pela fórmula:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Demonstração:

Considerando uma PG finita $(a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; \dots; a_n)$ e representando por S_n a soma desses termos, tem-se:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n \text{ (Equação 1)}$$

Multiplicando os dois membros dessa equação pela razão q , obtém-se:

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + a_3 \cdot q + a_4 \cdot q + \dots + a_{n-1} \cdot q + a_n \cdot q$$

que corresponde a:

$$q \cdot S_n = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n + a_n \cdot q \text{ (Equação II)}$$

Subtraindo a equação II da equação I:

$$\begin{cases} S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n \\ q \cdot S_n = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n + a_n \cdot q \end{cases}$$

$$\text{Obtém-se: } S_n - q \cdot S_n = a_1 - a_n \cdot q$$

Substituindo a_n por $a_1 \cdot q^{n-1}$:

$$S_n - q \cdot S_n = a_1 - a_n \cdot q$$

$$S_n - q \cdot S_n = a_1 - a_1 \cdot q^{n-1} \cdot q$$

$$S_n \cdot (1 - q) = a_1 \cdot (1 - q^{n-1} \cdot q)$$

$$S_n \cdot (1 - q) = a_1 \cdot (1 - q^n)$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Exemplo:

Calcule a soma dos seis primeiros termos da PG (2; 4; 8; 16;...).

$$a_1 = 2$$

$$q = 2$$

$$n = 6$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{2 \cdot (2^6 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_n = \frac{2 \cdot (2^6 - 1)}{1}$$

$$S_n = 2 \cdot (64 - 1)$$

$$S_n = 2 \cdot 63$$

$$S_n = 126$$

• Soma dos termos (S_n) de uma PG infinita

Considere a progressão geométrica cuja lei de formação é $a_n = \frac{1}{n}$ com $n \in \mathbb{N}^*$:

$$\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots; \frac{1}{10}; \dots; \frac{1}{100}; \dots; \frac{1}{1000}; \dots; \frac{1}{1000000}; \dots; \frac{1}{n}; \dots\right)$$

Observe que a medida que n cresce, o termo $\frac{1}{n}$ vai se aproximando de zero:

$$(1; 0,5; 0,33; 0,25; 0,2; \dots; 0,1; \dots; 0,01; \dots; 0,001; \dots; 0,0001; \dots)$$

Afirma-se nesse caso que se n tende ao infinito, então $\frac{1}{n}$ tende a zero, ou seja, quanto maior o valor de n , mais próximo de zero será o valor de $\frac{1}{n}$. Na linguagem matemática tem-se que:

$$n \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{n} \rightarrow 0 \text{ ou } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

(Leia-se que o limite de $\frac{1}{n}$ quando n tende ao infinito é igual a zero)

Nas progressões geométricas decrescentes ($0 < |q| < 1$), a soma dos n termos tem um limite **finito** quando n tende ao infinito. Dessa forma, q^n tende a zero quando n tende ao infinito.

Partindo de $S_n = s_n = \frac{a_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$ obtém-se que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a_1 \cdot (1 - 0)}{1 - q} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a_1}{1 - q}$$

Exemplo: Calcule o limite da soma dos termos da PG $\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \dots\right)$.

$$a_1 = 1$$

$$q = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a_1}{1 - q} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{1}{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{1}{\frac{2}{3}} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{3}{2}$$

• Uma interpretação geométrica da soma dos termos de uma PG infinita:



Considere que a área dessa região quadrada é igual a 1.

Primeiramente, $\frac{1}{2}$ dessa área é colorida.

Em seguida, $\frac{1}{4}$ é colorida.

Depois, $\frac{1}{8}$, e assim sucessivamente.

Se esse processo for continuado indefinidamente, a parte colorida vai se aproximando de toda a região que é igual a 1.

$$\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{n}\right) \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

Produto dos termos (P_n) de uma PG

Considere uma PG $(a_1; a_2; a_3; \dots; a_{n-1}; a_n; \dots)$. O produto dos n primeiros termos dessa PG é igual a

$$P_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{n-1} \cdot a_n \rightarrow P_n = a_1 \cdot a_1 \cdot q \cdot a_1 \cdot q^2 \cdot a_1 \cdot q^3 \cdot \dots \cdot a_1 \cdot q^{n-1}$$

$P_n = a_1^n \cdot q^{1+2+3+\dots+n-1} \rightarrow$ como o expoente de q é uma PA de razão 1, então

$$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n \cdot (n-1)}{2}}$$

Exemplo:

Qual é o produto dos 10 primeiros termos da PG definida por $a_n = 2^n$?

$$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n \cdot (n-1)}{2}} \rightarrow P_{10} = 2^{10} \cdot 2^{\frac{10 \cdot (10-1)}{2}}$$

$$\rightarrow P_{10} = 2^{10} \cdot 2^{45} \rightarrow P_{10} = 2^{55}$$

• Progressão geométrica e o regime de capitalização composta (Juros compostos)

Uma progressão geométrica pode ser definida, como visto anteriormente, como uma sequência de números reais obtida ao multiplicar o número ante-

rior por uma razão q . Os juros compostos podem ser vistos como uma progressão geométrica. Observe:

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

A cada mês anterior, o capital é multiplicado por uma razão $(1 + i)$, assim, caracterizando uma progressão geométrica. Percebe-se que o termo geral de uma PG é exatamente a fórmula de juros compostos escrita com outras letras:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Onde a_n representa o montante, q a taxa de juros e $n-1$ o período.

Professor(a), a **atividade 1** possibilita que o estudante desenvolva a habilidade de identificar uma progressão geométrica. Primeiramente, o estudante deve identificar quais sequências são progressões e, em seguida, classificá-las em aritméticas ou não. A partir daí, deve identificar quais são as geométricas.

1. Faça o que se pede para cada caso a seguir.
 - a) Assinale a seguir as sequências numéricas que representam uma progressão.
 - () (5; 8; 11; 14; 17; 20)
 - () (1; 8; 12; 20; 30; 41)
 - () $(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32})$
 - () (1; -2; 4; -8; 16; -32; 64; -128; ...)
 - () (2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; ...)
 - () (0; 11; 22; 33; 44; 55; 66; ...)
 - () $(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}; \frac{27}{8}; \frac{81}{16}; \frac{243}{32}; \frac{729}{64}; \frac{2187}{128}; \frac{6561}{256}; \dots)$
 - b) Das sequências assinaladas na letra a) classifique em progressões aritméticas e não aritméticas.
 - c) Complete:
As sequências assinaladas e classificadas como não aritméticas são chamadas de progressões _____.

Sugestão de solução:

- a)
 - (X) (5; 8; 11; 14; 17; 20)
 - () (1; 8; 12; 20; 30; 41)
 - (X) $(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32})$
 - (X) (1; -2; 4; -8; 16; -32; 64; -128; ...)
 - () (2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; ...)
 - (X) (0; 11; 22; 33; 44; 55; 66; ...)
 - (X) $(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}; \frac{27}{8}; \frac{81}{16}; \frac{243}{32}; \frac{729}{64}; \frac{2187}{128}; \frac{6561}{256}; \dots)$

- b)
 - (X) (5; 8; 11; 14; 17; 20): Progressão aritmética.
 - (X) $(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32})$: Progressão não aritmética.
 - (X) (1; -2; 4; -8; 16; -32; 64; -128; ...): Progressão não aritmética.
 - (X) (0; 11; 22; 33; 44; 55; 66; ...): Progressão aritmética.
 - (X) $(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}; \frac{27}{8}; \frac{81}{16}; \frac{243}{32}; \frac{729}{64}; \frac{2187}{128}; \frac{6561}{256}; \dots)$: Progressão não aritmética.

c) **Complete:**
As sequências assinaladas e classificadas como não aritméticas são chamadas de progressões geométricas.
D22 O – Identificar uma progressão geométrica (PG).

Professor(a), as **atividades 2 e 3** têm o objetivo de oportunizar ao estudante o desenvolvimento da capacidade de determinar a razão (q) de uma progressão geométrica. Essa atividade também permite uma revisão em relação à divisão de números inteiros (regras de sinais) e divisão de racionais (frações), habilidades que frequentemente os estudantes têm dificuldades.

2. Faça o que se pede para cada caso a seguir.
 - a) Dadas as sequências a seguir, escreva os três próximos termos de cada.
 - (3; 6; 12; 24; _____; _____; _____)
 - (2; 10; 50; 250 _____; _____; _____)
 - (-2; -6; -18; -54; _____; _____; _____)
 - (2; -6; 18; -54; 162; _____; _____; _____)
 - $(3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \text{_____}; \text{_____}; \text{_____})$
 - b) Para cada sequência da letra a) realize as seguintes operações:
 - (3; 6; 2; 4; _____; _____; _____)
 - $6 \div 3 =$
 - $12 \div 6 =$
 - $24 \div 12 =$
 - (2; 10; 50; 250; _____; _____; _____)
 - $10 \div 2 =$
 - $50 \div 10 =$
 - $250 \div 50 =$
 - (-2; -6; -18; -54; _____; _____; _____)
 - $(-6) \div (-2) =$
 - $(-18) \div (-6) =$
 - $(-54) \div (-18) =$
 - (2; -6; 18; -54; 162; _____; _____; _____)
 - $(-6) \div 2 =$
 - $18 \div (-6) =$
 - $(-54) \div 18 =$
 - $162 \div (-54) =$
 - $(3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \text{_____}; \text{_____}; \text{_____})$

Professor(a), a **atividade 4** tem o objetivo de levar o estudante a validar a fórmula do termo geral, calculando o sucessor de um termo qualquer de uma progressão geométrica. Já na **atividade 5**, o estudante terá a oportunidade de aplicar a fórmula do termo geral de uma PG em uma questão do ENEM.

4. Leia o texto a seguir e depois faça o que se pede. Para encontrar qualquer termo de uma progressão geométrica, deve-se saber que o expoente da razão q sempre será igual ao índice (posição) do termo em questão menos 1, para encontrar a fórmula usada para determinar o **enésimo termo** (um termo qualquer, também chamado **termo geral**), basta fazer:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

Vamos testar isto! Para as sequências da atividade 2 (anterior).

- $(3; 6; 12; 24; 48; 96; 192)$
- $(2; 10; 50; 250; 1250; 6250; 31250)$
- $(-2; -6; -18; -54; -162; -486; -1458; -4374)$
- $(2; -6; 8; -54; 162; -486; 1458; -4374)$
- $(3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \frac{1}{81}; \frac{1}{243}; \frac{1}{729})$

Siga o procedimento a seguir e encontre o próximo termo dessas sequências.

$(3; 6; 12; 24; 48; 96; 192)$

- Qual é a posição do termo 192?
- Qual é a posição do próximo termo?
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_n = a_1 \cdot q^n$ encontra qual termo?
- Substitua os valores conhecidos em $a_n = a_1 \cdot q^n$ e encontre o termo desconhecido.

$(2; 10; 50; 250; 1250; 6250; 31250)$

- Qual é a posição do termo 31 250?
- Qual é a posição do próximo termo?
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_n = a_1 \cdot q^n$ encontra qual termo?
- Substitua os valores conhecidos em $a_n = a_1 \cdot q^n$ e encontre o termo desconhecido.

$(-2; -6; -18; -54; -162; -486; -1458; -4374)$

- Qual é a posição do termo -4374 ?
- Qual é a posição do próximo termo?
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_n = a_1 \cdot q^n$ encontra qual termo?
- Substitua os valores conhecidos em $a_n = a_1 \cdot q^n$ e encontre o termo desconhecido.

$(2; -6; 8; -54; 62; -486; 1458; -4374)$

- Qual é a posição do termo -4374 ?
- Qual é a posição do próximo termo?
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_n = a_1 \cdot q^n$ encontra qual termo?
- Substitua os valores conhecidos em $a_n = a_1 \cdot q^n$ e encontre o termo desconhecido.

$(3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \frac{1}{81}; \frac{1}{243}; \frac{1}{729}; \frac{1}{2187})$

- Qual é a posição do termo $\frac{1}{2187}$?
- Qual é a posição do próximo termo?
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_n = a_1 \cdot q^n$ encontra qual termo?
- Substitua os valores conhecidos em $a_n = a_1 \cdot q^n$ e encontre o termo desconhecido.

Sugestão de solução:

$(3; 6; 12; 24; 48; 96; 192)$

- 192 é o sétimo termo (a_7).
- O próximo termo é o oitavo termo (a_8).
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_n = a_1 \cdot q^n$ encontra o oitavo termo (a_8).
- $a_n = a_1 \cdot q^n \rightarrow a_8 = 3 \cdot 2^7 \rightarrow a_8 = 3 \cdot 128 \rightarrow a_8 = 384$

$(2; 10; 50; 250; 1250; 6250; 31250)$

- 31 250 é o sétimo termo (a_7).
- O próximo termo é o oitavo termo (a_8).
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_n = a_1 \cdot q^n$ encontra o oitavo termo (a_8).
- $a_n = a_1 \cdot q^n \rightarrow a_8 = 2 \cdot 5^7 \rightarrow a_8 = 2 \cdot 78 125 \rightarrow a_8 = 156 250$.

$(-2; -6; -18; -54; -162; -486; -1458; -4374)$

- -4374 é o oitavo termo (a_8).
- O próximo termo é o nono termo (a_9).
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_n = a_1 \cdot q^n$ encontra o nono termo (a_9).
- $a_n = a_1 \cdot q^n \rightarrow a_9 = -2 \cdot 3^8 \rightarrow a_9 = -2 \cdot 6 561 \rightarrow a_9 = -13 122$.

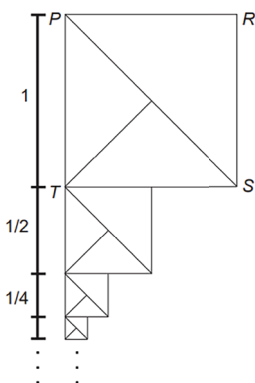
$(2; -6; 18; -54; 162; -486; 1458; -4374)$

- -4374 é o oitavo termo (a_8).
- O próximo termo é o nono termo (a_9).
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_n = a_1 \cdot q^n$ encontra o nono termo (a_9).
- $a_n = a_1 \cdot q^n \rightarrow a_9 = 2 \cdot (-3)^8 \rightarrow a_9 = 2 \cdot (-6 561) \rightarrow a_9 = -13 122$.

$$\left(3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \frac{1}{81}; \frac{1}{243}; \frac{1}{729}; \frac{1}{2187}\right)$$

- $\frac{1}{2187}$ é o nono termo (a_9).
- O próximo termo é o décimo termo (a_{10}).
- A fórmula: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ ou $a_{10} = a_1 \cdot q^9$ encontra o décimo termo (a_{10}).
- $a_{10} = a_1 \cdot q^9 \rightarrow a_{10} = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^9 \rightarrow a_{10} = 3 \cdot \frac{1}{19\ 683} \rightarrow a_{10} = \frac{3}{19\ 683} \rightarrow a_{10} = \frac{1}{6\ 561}$.

5. (ENEM – 2020) O artista gráfico holandês Maurits Cornelius Escher criou belíssimas obras nas quais as imagens se repetiam, com diferentes tamanhos, induzindo ao raciocínio de repetição infinita das imagens. Inspirado por ele, um artista fez um rascunho de uma obra na qual propunha a ideia de construção de uma sequência de infinitos quadrados, cada vez menores, uns sob os outros, conforme indicado na figura.



O quadrado PRST, com lado de medida 1, é o ponto de partida. O segundo quadrado é construído sob ele tomando-se o ponto médio da base do quadrado anterior e criando-se um novo quadrado, cujo lado corresponde à metade dessa base. Essa sequência de construção se repete recursivamente.

Qual é a medida do lado do centésimo quadrado construído de acordo com esse padrão?

- (A) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$
 (B) $\left(\frac{1}{2}\right)^{99}$
 (C) $\left(\frac{1}{2}\right)^{97}$
 (D) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-98}$
 (E) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-99}$

Gabarito: B

Sugestão de solução:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)} \rightarrow a_{100} = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{(100-1)} \rightarrow a_{100} = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{99}$$

$$\rightarrow a_{100} = \left(\frac{1}{2}\right)^{99}$$

D22 Q – Determinar um termo qualquer (a_n) de uma PG.

Professor(a), as atividades 6, 7 e 8 têm como objetivo oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de utilizar a fórmula do termo geral de uma PG para determinar outros termos que não sejam um termo qualquer (a_n), assim como foi feito com as progressões aritméticas. Em cada uma das atividades a seguir, a incógnita deixa de ser o termo geral (a_n) e passa a ser o primeiro termo (a_1), a ordem de um termo (n) ou a razão (q) da PG. A atividade 6 permite que o estudante lembre sobre a resolução de uma equação exponencial.

6. Determine o número de termos de uma PG, em que $a_1 = \frac{1}{8192}$, $a_n = 2$ e $q = 2$.

Sugestão de solução:

Substituindo os valores na fórmula do termo geral, tem-se que:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$$2 = \frac{1}{8\ 192} \cdot 2^{(n-1)}$$

$$2 \cdot 8\ 192 = 2^{(n-1)}$$

$$16\ 384 = 2^{(n-1)}$$

Então, fatorando o 16 384:

16 384	2
8 192	2
4 096	2
2 048	2
1 024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2

$$16\ 384 = 2^{14}$$

Agora, tem-se uma equação exponencial com as bases iguais.

$$2^{14} = 2^{(n-1)}$$

Assim,

$$14 = n - 1 \rightarrow n = 14 + 1 = 15$$

Então, o número de termos é igual a 15.

7. (ENEM – 2018) Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões. Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100 000 transistores distribuídos em 0,25 cm² de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

Disponível em: www.pocket-lint.com. Acesso em: 1 dez. 2017 (adaptado).

(Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$). Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

- (A) 1999
(B) 2002
(C) 2022
(D) 2026
(E) 2146

Gabarito: C

Sugestão de solução:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

Sequência:

$$\left(\frac{4 \cdot 10^5}{1986}; \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 2}{1988}; \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 2}{1990}; \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{1992}; \dots \right)$$

$$\left(\frac{4 \cdot 10^5 \cdot 2^0}{1986}; \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 2}{1988}; \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 2^2}{1990}; \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 2^3}{1992}; \dots \right)$$

Então, se escrever o termo geral como $a_n = a_0 \cdot q^{(n-0)} \rightarrow a_n = a_0 \cdot q^{(n)}$ pois a contagem deve iniciar em zero,

em que a_n é o n ésimo termo ou o termo procurado, neste caso: 100 bilhões que pode ser escrito na notação científica como $100 \cdot 10^9 = 1 \cdot 10^{11} = 10^{11}$.

a_0 é o termo inicial, neste caso: a quantidade de transistores distribuídos em 1 cm², então $100\ 000 \cdot 4 = 4 \cdot 10^5$, pois o processador contém 100 000 transistores distribuídos em 0,25 cm² de área.

E a razão $q = 2$, pois o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

Então tem-se que:

$$a_n = a_0 \cdot q^{(n)}$$

$$10^{11} = 4 \cdot 10^5 \cdot 2^{(n)}$$

$$\frac{10^{11}}{10^5} = 4 \cdot 2^{(n)} \rightarrow \frac{10^{11}}{10^5} = 2^2 \cdot 2^{(n)}$$

$$10^6 = 2^2 \cdot 2^n \rightarrow 10^6 = 2^{n+2}$$

Aplicando logaritmo nessa sentença tem-se:

$$\log_{10} 10^6 = \log_{10} 2^{n+2}$$

$$6 \cdot \log_{10} 10 = (n + 2) \log_{10} 2$$

$$6 \cdot 1 = (n + 2) \cdot 0,30$$

$$6 = 0,30n + 2 \cdot 0,30$$

$$6 = 0,30n + 0,60$$

$$5,4 = 0,30n$$

$$n = \frac{5,4}{0,30} = 18$$

18 representa a quantidade que dobrou a cada 2 anos, então, $18 \cdot 2 = 36$, daí $1986 + 36 = 2022$

D22 R – Determinar a ordem (n) de termo qualquer (a_n) de uma PG.

8. Qual é o primeiro termo de uma progressão geométrica, cujo sétimo termo é igual a -12 288 e a razão -4?

Sugestão de solução:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

Termos conhecidos: $a_7 = -12\ 288$ e $q = -4$

$$a_7 = a_1 \cdot q^{(7-1)}$$

$$-12288 = a_1 \cdot (-4)^6$$

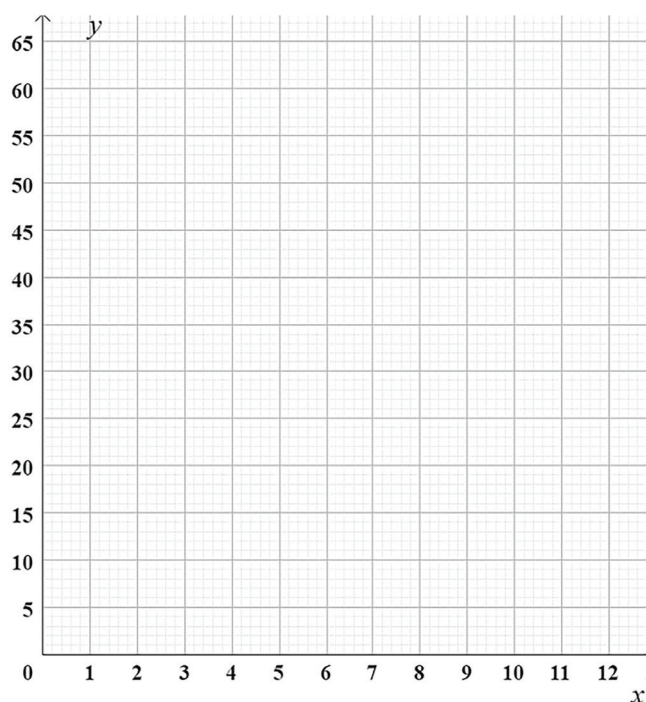
$$-12288 = a_1 \cdot 4096$$

$$a_1 = -\frac{12288}{4096} = -3$$

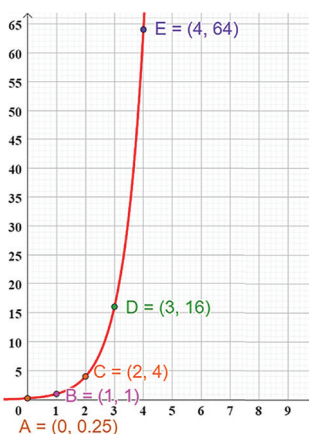
D22 S – Determinar o primeiro termo (a₁) de uma PG.

Professor(a), na **atividade 9** o objetivo é que o estudante desenvolva a habilidade de representar geometricamente uma PG. Tendo em vista que os termos de uma progressão geométrica crescente aumentam muito mais rápido que os termos de uma progressão aritmética, a atividade 8 traz a raiz da função $f(x)$, de maneira que o estudante visualize que as coordenadas cartesianas de uma PG estão contidas em uma função exponencial. Caso seja possível, encontre a lei de formação desta função, bem como outros termos dessa sequência.

9. Dado o plano cartesiano a seguir, construa a representação geométrica da sequência $P = \left(\frac{1}{4}, 1, 4, 16, 64, \dots\right)$, sabendo que a função que gera P tem $f(0) = \frac{1}{4}$.



Sugestão de solução:



D22 T – Representar geometricamente uma PG.

Professor(a), na **atividade 10**, tem o objetivo de oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de interpolar termos em uma progressão geométrica em uma situação problema. Reitere, por meio dessa questão, a importância da fórmula do termo geral da PG, e se considerar conveniente, associe a progressão geométrica (PG) determinada a uma função exponencial de domínio discreto.

10. Uma indústria produziu 500 unidades de um produto no mês de janeiro de 2023. Em julho de 2023, ela produziu 32 000 unidades desse produto. Determine quantas unidades foram produzidas nos meses de fevereiro a junho desse ano, sabendo que as quantidades produzidas de janeiro a julho determinam uma PG.

Sugestão de solução:

$(500; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; 32\ 000)$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \rightarrow 32\ 000 = 500 \cdot q^{7-1} \rightarrow \frac{32000}{500}$$

$$= q^6 \rightarrow \frac{32000}{500} = q^6 \rightarrow 64 = q^6 \rightarrow q = 2$$

$$a_{-2} = 500 \cdot 2 = 1\ 000$$

$$a_{-3} = 1\ 000 \cdot 2 = 2\ 000$$

$$a_{-4} = 2\ 000 \cdot 2 = 4\ 000$$

$$a_{-5} = 4\ 000 \cdot 2 = 8\ 000$$

$$a_{-6} = 8\ 000 \cdot 2 = 16\ 000$$

$$a_{-7} = 16\ 000 \cdot 2 = 32\ 000$$

$$\therefore (500; 1\ 000; 2\ 000; 4\ 000; 8\ 000; 16\ 000; 32\ 000)$$

D22 U – Interpolar meios geométricos entre dois termos de uma PG.

Professor(a), as **atividades 11 e 12** têm como objetivo oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de calcular a soma dos termos de uma progressão geométrica. Se considerar conveniente, assim como foi sugerido para a soma dos termos de uma PA, incentive os estudantes a tentarem calcular a soma sem a fórmula, e depois com a fórmula, comparando as duas resoluções. Essa comparação permite ao estudante perceber que as fórmulas são ferramentas que facilitam o processo, despertando dessa forma (função motivacional), o seu interesse pelo objeto de conhecimento estudado.

11. (UERJ – 2014) Em um recipiente com a forma de um paralelepípedo retângulo com 40 cm de comprimento, 25 cm de largura e 20 cm de altura, foram depositadas, em etapas, pequenas esferas, cada uma com volume igual a 0,5 cm. Na primeira etapa, depositou-se uma esfera; na segunda, duas; na terceira, quatro; e assim sucessivamente, dobrando-se o número de esferas a cada etapa. Admita que, quando o recipiente está cheio, o espaço vazio entre as esferas é desprezível. Considerando $2^{10} = 1000$, o menor número de etapas necessárias para que o volume total de esferas seja maior do que o volume do recipiente é:

Gabarito:

Sugestão de solução:

Primeiramente, calcula-se o volume do paralelepípedo: $V = 40 \cdot 25 \cdot 20 = 20\ 000\ \text{cm}^3$

Tem-se que:

Na etapa 1 → 1 esfera

Na etapa 2 → 2 esferas

Na etapa 3 → 2^2 esferas

Na etapa 4 $\rightarrow 2^3$ esferas

Na etapa $n \rightarrow 2^{n-1}$ esferas

Utilizando a fórmula da soma dos n primeiros termos de uma PG:

$$\frac{0,5 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} > 20\,000 \rightarrow 0,5 \cdot (2^n - 1) > 20\,000 \rightarrow 2^n - 1$$

$$> 40\,000 \rightarrow 2^n > 40\,001 > 40\,000$$

$$2^n > 40\,000 \rightarrow 2^n > 40 \cdot 1000 \rightarrow 2^n > 40 \cdot 2^{10} \text{ (segundo o enunciado, } 2^{10} = 1000) \rightarrow \frac{2^n}{2^{10}} > 40 \rightarrow$$

$$2^{n-10} > 40 > 32 \rightarrow 2^{n-10} > 32 \rightarrow 2^{n-10} > 2^5 \rightarrow n - 10 > 5 \rightarrow n > 15$$

Portanto, na 16ª semana, o volume total de esferas será maior do que o volume do recipiente.

D22 V – Determinar a soma dos termos (S_n) de uma PG finita.

12. (ENEM - 2018) Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa forma, se na 1ª fase o torneio conta com $2n$ competidores, então na 2ª fase restarão n competidores, e assim sucessivamente até a partida final. Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas. Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por
- (A) 2×128
 (B) $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$
 (C) $128 + 64 + 32 + 16 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$
 (D) $128 + 64 + 32 + 16 + 16 + 8 + 4 + 2$
 (E) $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$

Gabarito: E

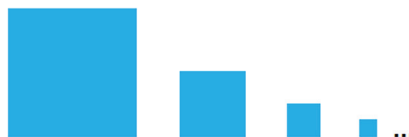
Sugestão de resolução:

Jogadores	128	64	32	16	8	4	2
Partidas	64	32	16	8	4	2	1

D22 V – Determinar a soma dos termos (S_n) de uma PG finita.

Professor(a), a **atividade 13** tem como objetivo possibilitar que o estudante desenvolva a habilidade de determinar o limite da soma dos termos de uma PG infinita. Reitere que este limite tende a uma constante quando a razão da PG está entre 0 e 1. Por ser uma habilidade mais avançada, retome o exemplo dado no “Relembrado” se considerar necessário.

13. **Desafio!** Determine o limite da soma das áreas da seqüência infinita dos quadrados a seguir, sabendo que a medida lado do quadrado é a metade do quadrado anterior, com exceção do primeiro quadrado.



Sugestão de solução:

Considere que a medida do lado do primeiro quadrado é x , então, a seqüência das áreas é dada por:

$$\left(x^2; \frac{x^2}{4}; \frac{x^2}{16}; \dots\right)$$

O limite da soma dos termos de uma PG infinita é:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$a_1 = x^2$$

$$q = \frac{\frac{x^2}{4}}{x^2} \rightarrow q = \frac{x^2}{4} \cdot \frac{1}{x^2} \rightarrow q = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{x^2}{1 - \frac{1}{4}} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{x^2}{\frac{4-1}{4}} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{x^2}{\frac{3}{4}}$$

$$\rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = x^2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4x^2}{3}$$

D22 W – Determinar o limite da soma dos termos (S_n) de uma PG infinita.

Professor(a), na **atividade 14**, o objetivo é oportunizar ao estudante o desenvolvimento da habilidade de calcular o produto dos termos de uma PG. Aproveite a atividade para retomar a fórmula da soma dos termos de uma PA, que justifica o expoente da fórmula.

14. Dada a progressão geométrica (2,4,8,...), calcule o produto dos 5 primeiros termos.

Sugestão de solução:

Calculando a razão dessa PG, tem-se que $q = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = 2$ e o primeiro termo $a_1 = 2$.

$$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

$$P_5 = 2^5 \cdot 2^{\frac{5 \cdot (5-1)}{2}}$$

$$P_5 = 2^5 \cdot 2^{10}$$

$$P_5 = 2^{5+10}$$

$$P_5 = 2^{15}$$

$$P_5 = 32\,768$$

D22 X – Determinar o produto dos n termos de uma PG.

Professor(a), nas **atividades 15, 16 e 17**, têm como objetivo que o estudante desenvolva a habilidade de resolver problemas envolvendo progressões geométricas. Estas atividades podem ser utilizadas para verificar se as habilidades estudadas ao longo dessa aula foram consolidadas. Retome as habilidades que trouxeram mais dificuldades ao estudante. Identifique os erros mais cometidos e trabalhe com eles. Incentive os estudantes a apresentarem outras soluções quando possível. A **atividade 17** aborda os dois tipos de progressões estudadas (PA e PG). Além disso, essa atividade possibilita a retomada nas habilidades D31 (Resolver problema que envolva equação do 2º grau) e D34 (Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema) estudadas no 9º ano e descritas na matriz do SAEB

- 15.** O número de vendas de um certo produto de uma loja de cosméticos, aumenta conforme uma progressão geométrica de razão 2 de um mês para outro. Considerando que em um mês a venda foi de 200 unidades desse produto e, supondo que a progressão seja mantida nessa mesma razão, no quinto mês de vendas a quantidade de produtos vendidos será de
- (A) 1 400.
(B) 2 200.
(C) 2 800.
(D) 3 200.
(E) 4 000.

Sugestão de solução:

Gabarito: D

$$\begin{array}{l|l} a_1 = 200 & a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \\ n = 5 & a_5 = 200 \cdot 2^{5-1} \\ q = 2 & a_5 = 200 \cdot 2^4 \\ a_n = ? & a_5 = 200 \cdot 16 \\ & a_5 = 3200 \end{array}$$

Portanto, 3 200 produtos deverão ser vendidos.

D22 Y – Resolver problema envolvendo PG dada a fórmula do termo geral.

- 16.** Durante uma pandemia, percebeu-se que o número de pessoas contaminadas aumentava como uma progressão geométrica de razão 1,5 de uma semana para a outra em uma cidade. Se em um determinado dia havia 240 habitantes contami-

nados, e supondo que a progressão seja mantida, na terceira semana o número de contaminados será igual a

- (A) 300.
(B) 360.
(C) 420.
(D) 480.
(E) 540.

Gabarito: E

Sugestão de solução:

$$r = 1,5$$

$$n = 3$$

$$a_1 = 240$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_3 = 240 \cdot 1,5^{3-1}$$

$$a_3 = 240 \cdot 1,5^2$$

$$a_3 = 240 \cdot 2,25$$

$$a_3 = 540$$

Logo, na terceira semana após a contaminação, o número de contaminados pelo vírus nesta cidade será de 540.

D22 Y – Resolver problema envolvendo PG dada a fórmula do termo geral.

- 17.** (PUC-SP) A sequência $(1, a, b)$ é uma progressão aritmética e a sequência $(1, b, a)$ é uma progressão geométrica não constante. O valor de a é:

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) 1

(D) 2

(E) 7

Gabarito: B

Sugestão de solução:

$$\begin{cases} P.A. (1, a, b) \\ P.G. (1, b, a); q \neq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a - 1 = b - a \\ \frac{b}{1} = \frac{a}{b} \rightarrow b^2 = a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a - 1 = b \text{ (Equação 1)} \\ a = b^2 \text{ (Equação 2)} \end{cases}$$

Substituindo a Equação 2 na Equação 1, obtém-se:

$$2b^2 - 1 = b \rightarrow 2b^2 - b - 1 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) \rightarrow \Delta = 1 + 8 \rightarrow \Delta = 9$$

$$b = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} \rightarrow b = \frac{1 \pm 3}{4} \rightarrow b' = -\frac{1}{2} \text{ ou } b'' = 1 \text{ (Não convém, pois, a PG não é constante)}$$

$$a = b^2 \rightarrow a = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow a = \frac{1}{4}$$

D22 Z – Resolver problema envolvendo PA e PG simultaneamente.

Professor(a), a **atividade 16** é uma questão do ENEM 2018 que envolve uma PG, porém, não é necessário o uso das propriedades neste caso. Faça a análise dessa questão resolvendo do modo sugerido e mostrando a eles que em alguns casos a resolução pode ser mais simples e rápida.

18. (ENEM – 2018 PPL) Alguns modelos de rádios automotivos estão protegidos por um código de segurança. Para ativar o sistema de áudio, deve-se digitar o código secreto composto por quatro algarismos. No primeiro caso de erro na digitação, a pessoa deve esperar 60 segundos para digitar o código novamente. O tempo de espera duplica, em relação ao tempo de espera anterior, a cada digitação errada. Uma pessoa conseguiu ativar o rádio somente na quarta tentativa, sendo de 30 segundos o tempo gasto para digitação do código secreto a cada tentativa. Nos casos da digitação incorreta, ela iniciou a nova tentativa imediatamente após a liberação do sistema de espera.

O tempo total, em segundo, gasto por essa pessoa para ativar o rádio foi igual a

- (A) 300.
- (B) 420.
- (C) 540.
- (D) 660.
- (E) 1 020.

Gabarito: C

Sugestão de solução:

Para cada tentativa se gasta 30 segundos e em cada espera o tempo dobra:

1ª Tentativa:	30 segundos
Tempo de espera:	60 segundos
2ª Tentativa:	30 segundos
Tempo de espera:	120 segundos
3ª Tentativa:	30 segundos
Tempo de espera:	240 segundos
4ª Tentativa:	30 segundos
Total:	540 segundos

Professor(a), a **atividade 19** é uma questão do vestibular da UNICAMP, porém adaptada, que possibilita ao estudante desenvolver a habilidade de aplicar a definição de progressão geométrica em um problema envolvendo área de um triângulo. Além dessa habilidade, a atividade retoma os seguintes descritores estudados no material REVISA do 1º semestre.

D2 – Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais (Teorema de Pitágoras);

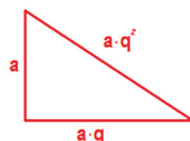
D12 – Resolver problema, envolvendo o cálculo de área de figuras planas (área do triângulo);

D17 – Resolver problema, envolvendo equação do 2º grau (Equação biquadrada).

19. (UNICAMP 2021 - ADAPTADA) Considere que as medidas dos lados de um triângulo retângulo estão em progressão geométrica. Sendo **a** a medida do menor lado e **A** a área desse triângulo, valide as afirmações em V para verdadeiro ou F para falso.

- () Se $a = 2$, então a área desse triângulo é $A = \sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}$.
- () Se $a = 4$, então a área desse triângulo é $A = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}$.
- () Se $a = 8$, então a área desse triângulo é $A = 8 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}$.
- () A razão q desta progressão é $q = \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{2}$.
- () A área desse triângulo é dada por $A = a^2 \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{4}$.

Sugestão de solução:



Área de um triângulo qualquer: $A = \frac{b \cdot h}{2}$

Área desse triângulo: $A = \frac{a^2 \cdot q}{2}$

Como não se tem a razão, utilizando Pitágoras tem-se que:

$$((a \cdot q)^2)^2 = (a \cdot q)^2 + a^2 \rightarrow a^2 q^4 = a^2 q^2 + a^2$$

Dividindo os dois membros da equação por a^2 , tem-se que:

$$q^4 = q^2 + 1 \rightarrow (q^2)^2 - q^2 - 1 = 0 \text{ obtendo uma equação biquadrada.}$$

Fazendo $q^2 = x$, tem-se que $x^2 - x - 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 1 + 4 \rightarrow \Delta = 5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, \text{ como } q > 0 \text{ e } x = q^2, \text{ então } q = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}}.$$

Multiplicando o radicando por

$$\frac{2}{2}, \text{ tem-se que } q = \sqrt{\frac{2 + 2\sqrt{5}}{4}} \rightarrow q = \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{2}$$

Assim, a área do triângulo será igual a:

$$A = \frac{a^2 \cdot q}{2} \rightarrow = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{2} \rightarrow A = a^2 \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{4}$$

Gabarito:

(V) Se $a = 2$, então a área desse triângulo é

$$A = 2^2 \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{4} = \sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}.$$

(F) Se $a=4$, então a área desse triângulo é

$$A = 16 \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{4} = 4 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}.$$

(F) Se $a=8$, então a área desse triângulo é

$$A = 64 \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{4} = 16 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}.$$

(V) A razão q desta progressão é $q = \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{2}$.

(V) A área desse triângulo é dada por

$$A = a^2 \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt{5} + 2}}{4}$$

Professor(a), a **atividade 20** é uma questão do vestibular do ITA 2017, que mistura PA e PG, além de exigir a aplicação de propriedades estudadas que, além das habilidades exigidas, exige criatividade. Esta questão é sugerida como desafio aos estudantes.

20. (ITA 2017) Suponha que a, b, c, d formem, nesta ordem, uma progressão geométrica e que $a, \frac{b}{2}, \frac{c}{4}, d - 140$ formem, nesta ordem, uma progressão aritmética. Então, o valor de $d-b$ é

- (A) -140.
- (B) -120.
- (C) 0.
- (D) 120.
- (E) 140.

Gabarito: D

Sugestão de solução:

Tem-se uma PG que é igual a $(a; b; c; d)$.

Pela definição de PG, pode-se escrevê-la da seguinte forma: $(a; a \cdot q; a \cdot q^2; a \cdot q^3)$

Tem-se um PA que é igual a $(a; \frac{b}{2}; \frac{c}{4}; d - 140)$

Substituindo os valores de $a; b; c$ e d na PG $(a; a \cdot q; a \cdot q^2; a \cdot q^3)$ na PA $(a; \frac{b}{2}; \frac{c}{4}; d - 140)$, obtém-se a PA $(a; \frac{a \cdot q}{2}; \frac{a \cdot q^2}{4}; a \cdot q^3 - 140)$.

Uma das propriedades da PA diz que cada termo, a partir do segundo, é a média aritmética entre seu antecessor e seu sucessor. Dessa forma tem-se que:

$$\frac{a \cdot q}{2} = \frac{a + \frac{a \cdot q^2}{4}}{2} \rightarrow \text{multiplicando os dois membros por 2}$$

$$\rightarrow a \cdot q = a + \frac{a \cdot q^2}{4} \rightarrow \text{dividindo os dois membros por } a \rightarrow$$

$$q = 1 + \frac{q^2}{4} \rightarrow 4q = 4 + q^2 \rightarrow q^2 - 4q + 4 = 0 \rightarrow (q - 2)^2 = 0 \rightarrow q - 2 = 0 \rightarrow q = 2$$

Substituindo $q = 2$ na PA $(a; \frac{a \cdot q}{2}; \frac{a \cdot q^2}{4}; a \cdot q^3 - 140)$, obtém-se a PA $(a; \frac{a \cdot 2}{2}; \frac{a \cdot 2^2}{4}; a \cdot 2^3 - 140)$ que é igual a PA $(a; a; a; 8a - 140)$ que é uma PA constante, ou seja, $8a - 140 = a \rightarrow 7a = 140 \rightarrow a = 20$.

Logo:

$$d = a \cdot q^3 = 20 \cdot 2^3 = 20 \cdot 8 = 160 \text{ e } b = a \cdot q = 20 \cdot 2 = 40$$

$$\therefore d - b = 160 - 40 = 120$$

Professor(a), a **atividade 21**, assim como a **atividade 23** da semana anterior, tem como objetivo proporcionar ao estudante a habilidade de reconhecer a relação existente entre o estudo das progressões e a matemática financeira, estudada no 8º ano, segundo o DCGO anos finais (EF08MA04-A) e que será retomada no 3º corte segundo o DCGOEM, por meio das habilidades GO-EMMAT303A, GO-EMMAT303B e GO-EMMAT303C. Essa atividade permite, ainda, ajudar o estudante a desenvolver a habilidade de identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais, como foi sugerido na **atividade 9** dessa semana.

21. Se um imóvel que custa R\$ 200 000,00 hoje tiver seu preço reajustado em uma taxa composta de 1% em cada um dos próximos meses, a sequência formada por esses preços será

- (A) uma progressão geométrica de razão 1,01.
- (B) uma progressão aritmética de razão 1,1.
- (C) uma progressão geométrica de razão 0,01.
- (D) uma progressão aritmética de razão 1,01.
- (E) uma progressão geométrica de razão 1,1.

Gabarito: A

Sugestão de solução:

Final do 1º mês	$200\,000 \cdot (1 + 0,01)^1 = 200\,000 \cdot 1,01 = 202\,000$
Final do 2º mês	$200\,000 \cdot (1 + 0,01)^2 = 200\,000 \cdot 1,0201 = 204\,020$
Final do 3º mês	$200\,000 \cdot (1 + 0,01)^3 = 200\,000 \cdot 1,030301 = 206\,060,20$
⋮	⋮
Final do n-ésimo mês	$200\,000 \cdot (1 + 0,01)^n = 200\,000 \cdot 1,01^n$

Ou seja, é uma PG de razão $q = 1,01$.



Revisa Goiás

Expediente

Governador do Estado de Goiás
Ronaldo Ramos Caiado

Vice-Governador do Estado de Goiás
Daniel Vilela

Secretária de Estado da Educação
Aparecida de Fátima Gavioli Soares Pereira

Secretária-Adjunta
Helena Da Costa Bezerra

Diretora Pedagógica
Márcia Rocha de Souza Antunes

Superintendente de Educação Infantil e Ensino Fundamental
Giselle Pereira Campos Faria

Superintendente de Ensino Médio
Osvany Da Costa Gundim Cardoso

Superintendente de Segurança Escolar e Colégio Militar
Cel Mauro Ferreira Vilela

Superintendente de Desporto Educacional, Arte e Educação
Marco Antônio Santos Maia

Superintendente de Modalidades e Temáticas Especiais
Rupert Nickerson Sobrinho

Diretor Administrativo e Financeiro
Andros Roberto Barbosa

Superintendente de Gestão Administrativa
Leonardo de Lima Santos

Superintendente de Gestão e Desenvolvimento de Pessoas
Hudson Amarau De Oliveira

Superintendente de Infraestrutura
Gustavo de Moraes Veiga Jardim

Superintendente de Planejamento e Finanças
Taís Gomes Manvailer

Superintendente de Tecnologia
Bruno Marques Correia

Diretora de Política Educacional
Patrícia Morais Coutinho

Superintendente de Gestão Estratégica e Avaliação de Resultados
Márcia Maria de Carvalho Pereira

Superintendente do Programa Bolsa Educação
Márcio Roberto Ribeiro Capitelli

Superintendente de Apoio ao Desenvolvimento Curricular
Nayra Claudinne Guedes Menezes Colombo

Chefe do Núcleo de Recursos Didáticos
Alessandra Oliveira de Almeida

Coordenador de Recursos Didáticos para o Ensino Fundamental
Evandro de Moura Rios

Coordenadora de Recursos Didáticos para o Ensino Médio
Edinalva Soares de Carvalho Oliveira

Professores elaboradores de Língua Portuguesa
Edinalva Filha de Lima Ramos
Katuscia Neves Almeida
Luciana Fernandes Pereira Santiago

Professores elaboradores de Matemática
Alan Alves Ferreira
Alexsander Costa Sampaio
Tayssa Tieni Vieira de Souza
Silvio Coelho da Silva

Professores elaboradores de Ciências da Natureza
Leonora Aparecida dos Santos
Sandra Márcia de Oliveira Silva

Revisão
Alessandra Oliveira de Almeida
Cristiane Gonzaga Carneiro Silva
Maria Aparecida Oliveira Paula

Diagramação
Adriani Grun
Eduardo Souza da Costa